

# Análise teórica da transferência de calor e de massa em sistemas evaporativos usando modelos de Merkel e de Poppe

José Maurício Gurgel<sup>[1]</sup>, Fernando Cesar de Abreu Viana<sup>[2]</sup>, Jesus Marlinaldo de Medeiros<sup>[3]</sup>, Márcio Gomes da Silva<sup>[4]</sup>, Jailson Charles dos Santos<sup>[5]</sup>

[1] jm.gurgel@cear.ufpb.br, [2] fernandoviana@globo.com [3] jesus\_medeiros@yahoo.com.br, [4] mgcefet@gmail.com, [5] jsurca@yahoo.com.br - <sup>1</sup>UFPB; <sup>2,3</sup>IFPB - Campus Cabedelo; <sup>4</sup>IFPB - João Pessoa; <sup>5</sup>URCA

## RESUMO

O resfriamento evaporativo pode ser uma alternativa para substituir o condicionamento de ar (sistema de compressão de vapor), dependendo das condições climáticas e das características da carga térmica da edificação. A transferência de calor e de massa entre o ar e a película de água nos equipamentos evaporativos foi analisada teoricamente. Um resfriador evaporativo direto e uma torre de resfriamento foram simulados via modelos de Merkel e de Poppe para determinar a temperatura e razão de umidade na saída de cada equipamento. As equações diferenciais ordinárias resultantes foram resolvidas analiticamente, quando possível, e numericamente, através dos métodos de Euler e Runger Kutta. Para validar os modelos simulados, os resultados obtidos do resfriador evaporativo e da torre de resfriamento foram comparados com dados disponíveis na literatura. O modelo de Merkel, com soluções analíticas e numéricas, foi avaliado realizando ajuste linear e, na sequência, ajuste quadrático da curva de saturação do ar, resultando que o ajuste quadrático é melhor para o caso da torre de resfriamento e irrelevante no caso do resfriador evaporativo, devido ao pequeno gradiente de temperatura. O modelo de Poppe, através de soluções numéricas, mostrou-se mais adequado tanto para a torre de resfriamento quanto para o resfriador evaporativo, pois levou em consideração a taxa de evaporação da água e, dessa forma, representou melhor o fenômeno físico.

**Palavras-chave:** Lavador de ar. Torre de resfriamento. Resfriamento evaporativo. Modelo de Merkel. Modelo de Poppe.

## ABSTRACT

*Evaporative cooling may be an alternative to replace the air conditioning (vapor compression system) depending on weather conditions and building thermal load characteristics. The heat and mass transfer between air and water film in the evaporative equipment's is theoretically analyzed. A direct evaporative cooler and a cooling tower were simulated via Merkel and Poppe models to determine the temperature and humidity ratio at the output of each device. The ordinary differential equations were solved analytically resulting when possible and numerically by Euler and Runger Kutta methods. To validate the simulation models, the results of the evaporative cooler and cooling tower were compared with data available in the literature. The model Merkel with analytical and numerical solutions were evaluated by performing linear adjustment and quadratic adjustment following the air saturation curve, with the result that the quadratic fit is better for the case of cooling tower and irrelevant in the case of evaporative cooler, due to small temperature gradient. The model Poppe, through numerical solutions proved to be more suitable for both the cooling tower and for the evaporative cooler because it took into account the rate of evaporation of water and thus better represented the physical phenomenon.*

**Keywords:** Air washers. Cooling tower. Evaporative cooling. Merkel model. Poppe model.

## 1 Introdução

Na sociedade atual, as pessoas passam a maioria do seu tempo dentro de edificações. Aliado a esse comportamento, está o nível de conforto térmico adquirido, do qual a sociedade não quer abdicar, mas que, com frequência, depende de processos nada sustentáveis ou eficientes. Dessa forma, a partir da consciência do impacto que isso provoca, é necessário desenvolver tecnologias que permitam aos usuários das edificações obterem o tão almejado conforto térmico, através de meios que provoquem o menor impacto possível na natureza.

Os sistemas de condicionamento de ar são equipamentos usados para manter um ambiente artificialmente adequado ao conforto térmico, o que inclui o controle da temperatura, da umidade e da qualidade do ar. Para isso, podem exercer as funções de aquecimento, resfriamento, umidificação e desumidificação.

Estima-se que, somente em 2013, o consumo de energia elétrica com sistemas de condicionamento de ar no Brasil tenha sido de 84 TWh, o que equivale aproximadamente a 12,6% do consumo total de energia elétrica no país (BRASIL, 2014). E a perspectiva para os próximos anos é que seja mantido o crescimento desse consumo devido ao aumento na venda desses aparelhos no Brasil e no mundo (SHAH; PHADKE; WAIDE, 2013).

Apesar dos avanços tecnológicos obtidos com a eficiência energética dos condicionadores de ar terem aumentado cerca de 30%, de 1993 a 2005, o consumo residencial de energia elétrica devido ao uso de condicionadores de ar dobrou no mesmo período (ISSAC; VAN VUUREN, 2009). Nos Estados Unidos, os condicionadores de ar estão presentes em quase 87% dos lares, para isso, são utilizados mais de 185 bilhões de Kwh por ano (RECS, 2009). Na China, entre 1990 e 2003, a porcentagem de casas com condicionadores de ar subiu de 1% para 63% (MCNEIL; LETSCHERT, 2008).

Além do alto consumo elétrico, na década de 1980, os cientistas observaram sérios problemas com a liberação dos fluidos refrigerantes dos sistemas de compressão de vapor para o meio ambiente. Os CFC's (clorofluorcarbonos), utilizados como fluidos refrigerantes, que agridem a camada de ozônio. A alternativa para a substituição dos CFC's foram os HCFC's (hidroclorofluorcarbonos), pois eram quase inofensivos à camada de ozônio, mas, em

contrapartida, contribuíam de forma sensível para o aquecimento global.

Durante muitos anos, a expansão da refrigeração por compressão de vapor caminhou a passos largos sem nenhuma restrição. No entanto, em 1990, cientistas afirmaram que alguns fluidos refrigerantes, quando liberados para a atmosfera, provocam danos ambientais. Após essas constatações, esses fluidos, até então largamente usados, tiveram seu uso reduzido ou abolido. O marco que mostra a importância da redução da emissão dos gases poluentes para a atmosfera foi o Protocolo de Kyoto. Esse impacto talvez tenha sido o mais negativo sofrido pela tecnologia da refrigeração que se tem registro (SILVA, 2010).

A tecnologia de resfriamento evaporativo pode ser uma alternativa econômica em muitos casos, podendo substituir o sistema de condicionamento de ar convencional sob algumas condições ou ser utilizado como pré-resfriador no sistema convencional. Isso leva a uma redução dos custos de operação com relação aos sistemas que utilizam somente a refrigeração mecânica (SCHIBUOLA, 1997).

O resfriamento evaporativo é um processo natural, simples, de baixo custo, prático e ecologicamente correto, pois utiliza apenas a água e o ar e consiste basicamente na evaporação desta no momento da passagem do fluxo de ar. Este, em contato com a água, fica saturado e, ao mesmo tempo, cede o calor necessário para que uma parcela da água evapore. Através desse fenômeno, ocorre a redução da temperatura do ar em função do calor sensível transferido para a água. É um método bastante útil para a climatização de ambientes, especialmente nas regiões semiáridas do Brasil.

Segundo Carossi (2006), os estados da Bahia, Ceará, Goiás, Mato Grosso, Mato Grosso do Sul, Minas Gerais, Paraíba, Pernambuco, Piauí, São Paulo e Tocantins têm o potencial anual muito grande de utilização do resfriamento evaporativo em algumas de suas regiões. Também relatou que aproximadamente 70% dos estados brasileiros têm potencial para utilização dos sistemas de refrigeração evaporativo em mais da metade do ano.

Atualmente, os sistemas de resfriamento evaporativo têm encontrado aplicação nos mais diferentes campos da engenharia, tais como: manutenção de conforto térmico em grandes espaços, umidificação industrial e climatização de aviários (PIMENTA; CASTRO, 2003). Podem ser utilizados também em áreas que possuem grandes quantidades de pessoas, em

locais em que haja a necessidade de aumentar a umidade, em cultivo de produtos hortifrutigranjeiros, em processos industriais que requeiram maior controle da umidade e, principalmente, como condicionadores de ar comerciais e residenciais, entre outros.

O sistema de resfriamento evaporativo vem, nos últimos anos, ganhando espaço frente aos sistemas de condicionamento de ar por compressão de vapor, pois, além de renovar constantemente o ar climatizado, previne a “Síndrome dos edifícios doentes”, que tem como causa sistemas de condicionamento de ar com manutenção precária, o que propicia o aparecimento de fungos e bactérias. Além disso, o sistema apresenta outras vantagens: baixo consumo de energia, talvez a maior motivação para o estudo desses sistemas; não utiliza gases nocivos à camada de ozônio ou gases que contribuem com o efeito estufa (CFC ou HCFC); apresenta facilidades de instalação, operação, manutenção e integração com outros sistemas de refrigeração; aumento da umidade do ar em regiões secas (áridas) e consequente melhora no conforto para o ambiente climatizado e apresenta uma significativa redução da temperatura em regiões de baixa umidade.

A eficiência de um sistema de resfriamento evaporativo varia de acordo com as condições do clima, sendo mais eficiente em dias quentes e secos. O consumo de energia elétrica desse sistema chega a ser, dependendo das condições climáticas do ar externo, de 40% a 80 % menor do que o consumo de um sistema de condicionamento de ar por compressão (FREITAS, 2007).

## 2 Revisão bibliográfica

Gomes (1988) investigou teoricamente um modelo unidimensional a partir de balanços de massa e energia em um volume infinitesimal através de solução numérica para a torre de resfriamento e para o lavador de ar e validou os resultados com dados experimentais obtidos no laboratório, alcançando boa concordância para faixa analisada.

Halasz (1998) desenvolveu um modelo matemático para dispositivos de resfriamento evaporativo, tais como torres de arrefecimento, condensadores, lavadores de ar e bobinas de refrigeração e desumidificação em que era descrito seus comportamentos físicos. Com o intuito de tornar o processo mais simples, a curva de saturação foi aproximada para uma linha reta.

Camargo e Ebinuma (2001) apresentaram um estudo envolvendo quinze cidades brasileiras com os princípios básicos e considerações técnicas para a utilização do resfriamento evaporativo direto, do resfriamento evaporativo indireto, de sistemas multiestágios e de sistemas híbridos para conforto térmico.

Silva (2004) apresentou os resultados da análise numérica de um modelo de resfriamento evaporativo com pulverização da água, para climatização de ambientes, a fim de obter propriedades do sistema de evaporação. Através da resolução de um sistema de equações diferenciais ordinárias não-lineares de primeira ordem, era possível determinar a vazão, temperatura e umidade do ar tratado.

Beshkani e Hosseini (2006) estudaram os efeitos da velocidade do ar e o do comprimento dos painéis de evaporação na eficiência da saturação e da queda de pressão em um sistema de refrigeração evaporativa direta. Os resultados mostraram que, com a redução do fluxo de ar de processo e com o aumento do comprimento do painel, ocorre uma melhora na eficiência do resfriador.

Camargo, Ebinuma e Cardoso (2006) descrevem três métodos para definir a eficiência de resfriamento evaporativo aplicados a conforto térmico humano em regiões tropicais e equatoriais. Estes foram aplicados em condições severas para a cidade de Brasília, durante diferentes condições climáticas, mostrando que os sistemas de resfriamento evaporativo têm um potencial muito grande para propiciar conforto térmico e ainda pode ser usado como uma alternativa aos sistemas convencionais em regiões onde a temperatura de bulbo úmido de projeto é inferior a 24°C.

Carossi (2006) desenvolveu um método matemático para mapear regiões brasileiras com potencial de utilizar sistemas de resfriamento evaporativo no condicionamento de ar ambiente. O climatizador evaporativo utilizado tinha capacidade de resfriar ambientes de até 50 m<sup>2</sup>. Os mapas climáticos das temperaturas e umidades relativas do ar foram sobrepostos e possibilitaram a caracterização das regiões onde as condições do ar estariam dentro de valores passíveis de utilização de sistema de resfriamento evaporativo.

Heidarinejad e Bozorgmehr (2007) modelaram um sistema de Resfriamento Evaporativo Direto (RED) e outro com Resfriamento Evaporativo Indireto (REI). Este modelo foi obtido a partir das equações que regem a transferência de calor e de massa. Fatores que afetam a eficiência de resfriamento evaporativo,

tais como taxas de fluxo de massa, geometria e configuração de fluxo de ar, foram considerados. Os resultados para condições típicas de algumas cidades iranianas mostraram que a eficiência de resfriamento evaporativo depende do fluxo mássico de ar e do espaçamento entre placas de passagens úmidas e secas.

Bougleux et al. (2007) simularam um resfriador evaporativo direto e uma torre de resfriamento utilizando o modelo de efetividade NTU. As equações diferenciais ordinárias resultantes foram resolvidas numericamente e comparadas com dados disponíveis na literatura. Os resultados mostraram-se precisos, exceto quando as propriedades constantes não poderiam ser assumidas em toda a seção transversal do fluxo de ar da torre e do resfriador evaporativo.

Fouda e Melikyan (2011) estudaram a transferência de calor e de massa entre o ar e a água em um resfriador evaporativo direto com superfície molhada, utilizando um modelo matemático para resolver o sistema de equações da continuidade, da quantidade de movimento, da energia e da concentração do ar através da discretização das equações via método das diferenças finitas. Os resultados obtidos foram validados com dados experimentais disponíveis na literatura e apresentaram um bom ajuste. A influência da velocidade e temperatura do ar de entrada e a espessura do painel evaporativo para determinar o desempenho do equipamento foram analisadas.

Santos et al. (2011) estudaram a transferência de calor e de massa entre o ar e a água em um lavador de ar aplicado para resfriamento evaporativo direto, usando o modelo Merkel, através de solução analítica. Os resultados obtidos apresentaram excelente concordância com resultados disponíveis na literatura.

Chakrabarti et al. (2015) estudaram a transferência de calor e de massa entre o ar e a água em um lavador de ar aplicado para resfriamento evaporativo direto, usando o modelo Merkel, através de solução analítica. Os resultados obtidos apresentaram excelente ajuste com resultados disponíveis na literatura. Investigaram os efeitos da temperatura da água, do fluxo de ar e da razão de umidade na temperatura dentro do lavador de ar.

Chakrabarti e Das (2015) estudaram a transferência de calor e de massa entre o ar e a água em um lavador de ar aplicado para resfriamento evaporativo direto, usando o modelo Poppe, através de solução numérica. O modelo de Poppe apresentou uma discrepância maior que o modelo de Merkel, quando

comparado a outros resultados disponíveis na literatura.

Este trabalho visa desenvolver modelos matemáticos mais precisos para prever os fenômenos de transferência de calor e de massa nos lavadores de ar empregados em torre de resfriamento e em resfriadores evaporativos. A referência inicial para tais equipamentos partia da solução gráfica (ASHRAE, 1997).

Na atualidade, discute-se a utilização dos dois principais modelos matemáticos de Merkel e Poppe, o emprego de soluções analíticas e numéricas. Esses modelos vêm sendo amplamente utilizados em torres de resfriamento, destacando-se, na questão, os trabalhos de Kloppers e Kröger (2005a) e Kloppers e Kröger (2005b). Recentemente, Santos et al. (2011) e Chakrabarti e Das (2015) aplicaram os modelos de Merkel e Poppe, respectivamente, para resfriadores evaporativos.

No presente trabalho, pretende-se evidenciar tais modelos nos resfriadores evaporativos do tipo lavador de ar que possuem o mesmo princípio de funcionamento das torres de resfriamento, mas com finalidades diferentes. Enquanto na torre de resfriamento o objetivo é realizar o resfriamento da água, no resfriador evaporativo o objetivo é resfriar o ar.

### 3 Materiais e métodos

#### 3.1 Modelagem matemática

##### 3.1.1 Modelo de Merkel

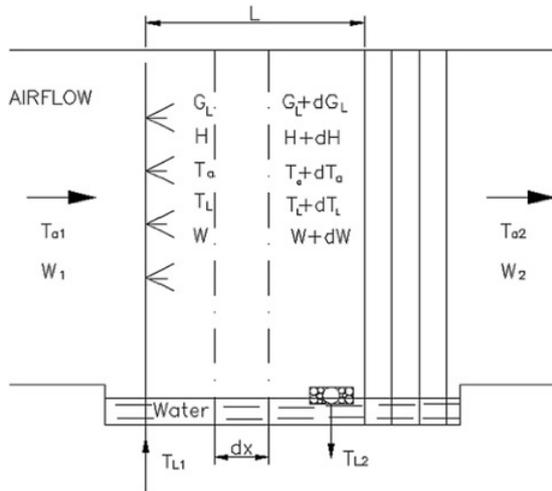
Merkel, em 1925, combinou os coeficientes de transferência de massa e de calor sensível em um único coeficiente global com base no potencial da força motriz de entalpia. Sua proposta requer algumas simplificações, que têm sido universalmente adotadas para os cálculos de desempenho de torres de resfriamento.

A teoria de Merkel afirma, basicamente, que toda transferência de calor dentro de uma torre de resfriamento ou de um resfriador evaporativo ocorre por difusão e convecção de calor entre a água e o ar.

A Figura 1 apresenta uma representação esquemática de um lavador de ar em que são apresentados alguns parâmetros físicos e geométricos. À medida que o ar passa através do lavador de ar de comprimento  $L$ , a água é borrifada. Considere  $dx$  como um pequeno comprimento elementar e a variação nas

diferentes propriedades que ao longo desse comprimento  $dx$  são apresentadas. Considere ainda que o fluxo de ar é paralelo ao comprimento do lavador.

Figura 1 – Lavador de ar



Fonte: Santos et al. (2011).

As equações que descrevem os processos físicos serão obtidas realizando-se balanços de massa e energia no elemento diferencial  $dx$  como descrito a seguir:

$$-dG_L = G_a dW = K_m a_m (W_i - W) dx \quad (1)$$

em que  $W$  é a razão de umidade do ar e  $W_i$  é a razão de umidade do ar na interface ar-água.

O lavador de ar pode ser usado para aquecimento ou arrefecimento do ar. À medida que o ar passa através do lavador, a sua temperatura aumenta ou diminui devido à transferência de calor sensível entre a interface ar-água do ar. O resultado da equação será:

$$G_a c_{p_m} dT_a = h_a a_H (T_i - T_a) dx \quad (2)$$

A variação da entalpia do ar é o resultado da transferência de calor devido à diferença na temperatura do ar e da água (calor sensível) e à transferência devido à mudança de fase (calor latente). A equação resultante será:

$$G_a (c_{p_m} dT_a + h_{fg} dW) = [h_a a_h (T_i - T_a) + k_m a_m (W_i - W) h_{fg}] dx \quad (3)$$

Em dispositivos de contato direto, as áreas superficiais onde ocorrem a transferência de calor e a transferência de massa podem ser consideradas idênticas, então  $a_m = a_h$ . Desprezando as variações

do calor latente de vaporização da água com a temperatura e considerando a relação de Lewis na relação  $h_a / K_m c_{p_m} = 1$ , tem-se que a equação (3) pode ser exibida como:

$$G_a dH = k_m a_m [(c_{p_m} T_i + W_i h_{fg}) - (c_{p_m} T_a + W h_{fg})] dx \quad (4)$$

$$G_a dH = k_m a_m [H_i - H] dx \quad (5)$$

Em que  $[H_i - H]$  representa o potencial entálpico.

À medida que ocorre o resfriamento do ar no lavador, ocorre também, por transferência, um aumento na energia da água. Aplicando o princípio da conservação da energia, obtém-se:

$$G_a dH = -G_L C_L dT_L \quad (6)$$

$$-G_L C_L dT_L = h_L a_H (T_L - T_i) dx \quad (7)$$

O sistema de equações diferenciais ordinárias formado para solução do problema é composto pelas equações (1), (2), (5), (6) e (7) e a resolução dessas equações fornecerá relações para as diferentes variáveis:  $W(x)$ ,  $T_a(x)$ ,  $H(x)$ ,  $T_L(x)$  e  $T_i(x)$ .

A seguir, estão apresentadas as condições iniciais prescritas na entrada do lavador de ar:

$$W(0) = W_i; T_a(0) = T_{a1}; H(0) = H_i; T_L(0) = T_{L1}; T_i(0) = T_{i1}$$

Na literatura existente, as equações acima são resolvidas através de procedimento gráfico, o que pode demandar muito tempo. Poucos são os trabalhos que apresentam solução analítica com transferência simultânea de calor e massa relacionada ao lavador de ar.

A solução analítica com ajuste linear para o problema do lavador de ar é obtida com a resolução de um sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem em que são apresentadas as condições prescritas na entrada do lavador de ar (Problema de valor inicial - PVI).

Com o intuito de simplificar a solução, é muito comum a realização de um ajuste linear da curva de saturação do ar na carta psicrométrica (temperatura x entalpia) para temperaturas entre 15°C e 30°C, o que representa bem as condições comuns impostas aos lavadores de ar.

$$H_i(T_i) = a_1 T_i + a_0 \quad (8)$$

em que os coeficientes  $a_1 = 3,8488$  e  $a_0 = -1,4936$  representam os coeficientes ajustados durante a linearização na curva de saturação da carta psicrométrica

(ASHRAE, 1997), fazendo uso do *software* gráfico *Grapher 8*.

Combinando as equações (5), (6) e (7) e considerando  $a_H = a_{M'}$ , resulta-se em:

$$\frac{H_i - H}{T_L - T_i} = \frac{h_L}{k_m} \quad (9)$$

Realizando a integração da equação (6),

$$\int_{H_1}^H dH = \int_{T_{L1}}^{T_L} \frac{-G_L C_L}{G_a} dT_L \quad (10)$$

Usando condições de contorno definidas anteriormente e considerando  $G_L$ ,  $G_a$  e  $C_L$  constantes, a equação ficará:

$$H - H_1 = - \frac{G_L C_L (T_L - T_{L1})}{G_a} \quad (11)$$

Substituindo a equação (8) e (11) na equação (9), obtém-se a relação linear entre  $T_L$  e  $T_i$ :

$$T_L = b_1 T_i + b_0 \quad (12)$$

$$b_0 = \frac{-H_1 - \frac{G_L C_L T_{L1}}{G_a} + a_0}{\frac{h_L}{k_m} - \frac{G_L C_L}{G_a}} \quad (13)$$

$$b_1 = \frac{a_1 + \frac{h_L}{k_m}}{\frac{h_L}{k_m} - \frac{G_L C_L}{G_a}} \quad (14)$$

Diferenciando a equação (12),

$$dT_L = b_1 dT_i \quad (15)$$

Substituindo a equação (12) na equação (7), resulta numa equação diferencial ordinária:

$$\frac{dT_i}{dx} = \frac{-h_L a_H b_0}{G_L C_L b_1} - T_i \left[ \frac{h_L a_H (b_1 - 1)}{G_L C_L b_1} \right] \quad (16)$$

fazendo uma separação de variáveis e realizando a integração, obtém-se a equação da temperatura na interface ar-água,

$$T_i(x) = C_1 e^{-\frac{h_L a_H (b_1 - 1)}{G_L C_L b_1} x} - \frac{b_0}{b_1 - 1} \quad (17)$$

aplicando as condições iniciais prescritas na entrada do lavador  $T_L(0) = T_{L1}$  e  $T_i(0) = T_{i1}$ , tem-se que  $C_1$  vale:

$$C_1 = \frac{T_{L1} - b_0}{b_1} + \frac{b_0}{b_1 - 1} \quad (18)$$

Substituindo a equação (17) na equação (2), obtém-se a seguinte equação diferencial para determinar a temperatura do (Ta):

$$\frac{dT_a}{dx} + P(x)T_a = Q(x) \quad (19)$$

Em que  $P(x)$  e  $Q(x)$  são dados por:

$$P(x) = \frac{h_a a_H}{G_a c_{pm}} \quad (20)$$

$$Q(x) = P(x)T_i(x) \quad (21)$$

A equação (19) é uma equação diferencial linear de primeira ordem e a solução geral foi descrita na literatura. Resultando em,

$$T_a(x) = e^{-\int P(x)dx} \int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + Ce^{-\int P(x)dx} \quad (22)$$

Em que  $C$  representa a constante de integração. Resolvendo a equação (19) e aplicando as condições iniciais dadas, obtém-se a seguinte expressão para a temperatura do ar de

$$T_a(x) = \frac{C_2 e^{-\frac{h_L a_H (b_1 - 1)}{G_L C_L b_1} x}}{\frac{h_a a_H}{G_a c_{pm}} - \frac{h_L a_H (b_1 - 1)}{G_L C_L b_1}} - \frac{b_0}{b_1 - 1} + C_3 e^{-\frac{h_a a_H}{G_a c_{pm}} x} \quad (23)$$

Em que "x" representa a posição axial no lavador e as constantes de integração são dadas abaixo:

$$C_2 = C_1 \frac{h_a a_H}{G_a c_{pm}} \quad (24)$$

$$C_3 = T_{a1} - \left[ \frac{C_2}{\frac{h_a a_H}{G_a c_{pm}} - \frac{h_L a_H (b_1 - 1)}{G_L C_L b_1}} - \frac{b_0}{b_1 - 1} \right] \quad (25)$$

Usando uma aproximação linear para a curva de saturação, obtém-se a seguinte relação:

$$W_i(T_i) = d_1 T_i + d_0 \quad (26)$$

em que os coeficientes  $d_1 = 0,0011$  e  $d_0 = -0,0071$  representam os coeficientes ajustados durante a linearização na curva de saturação da carta psicrométrica (ASHRAE, 1997), fazendo uso do *software* gráfico *Grapher 8*.

Substituindo a equação (26) na equação (1), o balanço de massa para a umidade do ar pode ser reescrito como:

$$\frac{dW}{dx} + P(x)W = Q(x) \quad (27)$$

$$P(x) = \frac{k_m a_m}{G_a} \quad (28)$$

$$Q(x) = \frac{k_m a_m}{G_a} [d_0 + d_1 T_i(x)] \quad (29)$$

E a solução geral da equação (27) é dada por:

$$W(x) = d_0 - \frac{d_1 b_0}{b_1 - 1} + C_4 e^{\frac{k_m a_m x}{G_a}} + \frac{k_m a_m d_1 C_1 e^{-\frac{h_L a_H (b_1 - 1) x}{G_L C_L b_1}}}{k_m a_m - \frac{G_a h_L a_H (b_1 - 1)}{G_L C_L b_1}} \quad (30)$$

em que  $C_4$  é a constante de integração que pode ser obtida a partir das condições iniciais  $W_{(0)} = W_i$ :

$$C_4 = W_i - d_0 + \frac{k_m a_m d_1 C_1}{k_m a_m - \frac{G_a h_L a_H (b_1 - 1)}{G_L C_L b_1}} + \frac{d_1 b_0}{b_1 - 1} \quad (31)$$

A partir dos dados fornecidos na entrada do lavador (condições iniciais), utiliza-se a seguinte sequência de solução:

- Determina-se  $T_i$  a através da equação (17)
- Determina-se  $T_a$  a através da equação (23)
- Determina-se  $W$  a através da equação (30)
- Determina-se  $T_L$  a através da equação (12)
- Determina-se  $H$  a através da equação (11)

Na resolução de um sistema de equações diferenciais ordinárias, nem sempre será possível obter solução analítica. No caso do lavador de ar, com um ajuste linear da curva de saturação, foi possível determinar uma solução analítica para temperaturas entre 15°C e 30°C. Porém, esse ajuste linear não é o mais adequado para descrever a curva de saturação do ar (entalpia x temperatura). Utilizando um ajuste quadrático, que seria mais adequado, a manipulação matemática seria extremamente trabalhosa e talvez sem solução. Desta forma, faz-se necessária a implementação de métodos numéricos através dos quais se obtém uma solução aproximada. Utilizaremos para a solução numérica do problema posto o método de Runge-Kutta, desenvolvido aproximadamente no ano 1900.

O método de Runge-Kutta é apropriado para resolver um problema de valor inicial, como é o caso do problema proposto. Os seus principais atrativos são versatilidade, rapidez, precisão e simplicidade. É um método baseado no desenvolvimento de séries de Taylor, realizando comparações com o polinômio de Taylor apropriado, porém não exige o cálculo de qualquer derivada. Foi utilizada a sub-rotina IVPRK do IMSL, que consiste em uma coleção de rotinas e funções do **Fortran**, usadas na pesquisa e análises matemáticas. A IVPRK resolve equações diferenciais ordinárias, usando o método de Runge-Kutta de quinta e sexta ordem para solução de problemas de valor inicial.

As equações diferenciais ordinárias acopladas (16), (2), (1), (7) e (5) foram reescritas para ficarem na

forma a serem implementadas, conforme a sequência,

$$\frac{dT_i}{dx} = \frac{h_L a_H b_0}{G_L C_L b_1} - T_i \left[ \frac{h_L a_H (b_1 - 1)}{G_L C_L b_1} \right] \quad (32)$$

$$\frac{dT_a}{dx} = \frac{h_a a_H (T_i - T_a)}{G_a c_{p_m}} \quad (33)$$

$$\frac{dW}{dx} = \frac{K_m a_m (W_i - W)}{G_a} \quad (34)$$

$$\frac{dT_L}{dx} = - \frac{h_L a_H (T_L - T_i)}{G_L C_L} \quad (35)$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{k_m a_m (H_i - H)}{G_a} \quad (36)$$

Foi utilizada na sub-rotina uma tolerância de  $10^{-5}$ , o que representa um critério de convergência para o avanço da solução iterativa.

Para uma melhor acuidade da solução numérica foi utilizado o mesmo procedimento da solução numérica anterior, porém o ajuste polinomial passou a ser quadrático, em que  $a_2$ ,  $a_1$  e  $a_0$  são os coeficientes ajustados a partir dos dados da curva de saturação.

No presente trabalho foi realizado um ajuste quadrático, pois representa melhor a curva de saturação.

$$H_i(T_i) = a_2 (T_i)^2 + a_1 T_i + a_0 \quad (37)$$

em que  $a_2 = 0,0729$ ,  $a_1 = 0,5170$  e  $a_0 = 35,1475$ .

Substituindo as equações (37) e (11) na equação (9), obtém-se a relação quadrática entre  $T_L$  e  $T_i$ :

$$T_L = b_2 T_i^2 + b_1 T_i + b_0 \quad (38)$$

em que  $b_2$  é dado por

$$b_2 = \frac{a_2}{\frac{h_L}{k_m} - \frac{G_L C_L}{G_a}} \quad (39)$$

Diferenciando a equação (38), resulta em:

$$dT_L = (2b_2 T_i + b_1) dT_i \quad (40)$$

Substituindo a equação (40) e na equação (7), tem-se uma equação diferencial ordinária:

$$\frac{dT_i}{dx} = - \frac{h_L a_H}{G_L C_L} \left[ \frac{b_2 T_i^2 + (b_1 - 1) T_i + b_0}{2b_2 T_i + b_1} \right] \quad (41)$$

Usando uma aproximação quadrática para a curva de saturação, obtém-se a seguinte relação:

$$W_i(T_i) = d_2 T_i^2 + d_1 T_i + d_0 \quad (42)$$

onde  $d_2 = 2,4459 \cdot 10^{-5}$ ,  $d_1 = -1,0009 \cdot 10^{-5}$  e  $d_0 = 0,0052$ .

As equações diferenciais ordinárias acopladas foram resolvidas na seguinte sequência:

$$\frac{dT_i}{dx} = -\frac{h_L a_H}{G_L C_L} \left[ \frac{b_2 T_i^2 + (b_1 - 1) T_i + b_0}{2b_2 T_i + b_1} \right] \quad (43)$$

$$\frac{dT_a}{dx} = \frac{h_a a_H (T_i - T_a)}{G_a c_{pm}} \quad (44)$$

$$\frac{dW}{dx} = \frac{K_m a_m (W_i - W)}{G_a} \quad (45)$$

$$\frac{dT_L}{dx} = -\frac{h_L a_H (T_L - T_i)}{G_L C_L} \quad (46)$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{k_m a_m [H_i - H]}{G_a} \quad (47)$$

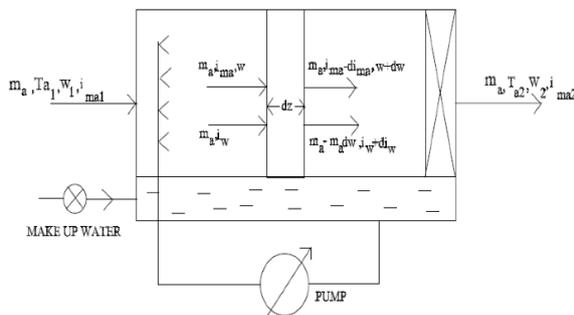
Foi utilizada na sub-rotina uma tolerância de  $10^{-5}$ , o que representa um critério de convergência para o avanço da solução iterativa.

### 3. 1.2 Modelo de Poppe

Em 1970, o pesquisador Poppe realizou uma análise na transferência de calor e de massa de uma torre de resfriamento e identificou que era possível considerar a quantidade de água evaporada. Kloppers e Kroger (2005a) investigaram as principais diferenças entre os modelos de Merkel e Poppe.

Na Figura 2, é possível identificar um resfriador evaporativo do tipo “lavador de ar” com água em recirculação. As equações que descrevem os processos físicos são obtidas aplicando os balanços de massa e energia no elemento diferencial dz.

Figura 2 – Resfriador evaporativo tipo lavador de ar



Fonte: Chakrabarti e Das (2015).

A modelagem matemática e o desenvolvimento equacional apresentados foram desenvolvidos por Kloppers e Kroger (2005a).

Aplicando-se o balanço de massa de água, obtém-se uma relação entre a variação da taxa de evaporação e a variação de umidade na corrente de ar.

$$dm_w = m_a dw \quad (48)$$

A equação que fornece a variação da entalpia específica do ar com a variação da temperatura da água deriva da equação anterior

$$m_a di_{ma} = d[m_w c_{pw} (T_w - T_{ref})] \quad (49)$$

Substituindo-se a equação (48) na equação (49), tem-se:

$$m_a di_{ma} = c_{pw} T_w m_a dw - m_w c_{pw} dT_w \quad (50)$$

A transferência de massa através da interface será dada por:

$$dm_w = k_w^* (w_{sw} - w) dA \quad (51)$$

Considerando dA como sendo a área efetiva de troca de calor e massa no volume elementar do recheio de altura dz, tem-se a relação com a área específica ai, de acordo com a equação:

$$dA = a_i A_r dz \quad (52)$$

O balanço de energia na interface ar-água será expresso pela equação:

$$dQ = dQ_m + dQ_c \quad (53)$$

O transporte de entalpia específica associado à transferência de massa na interface será dado por:

$$dQ_m = i_v dm_w = i_v k_w^* (w_{sw} - w) dA \quad (54)$$

Admitindo-se que a temperatura da interface seja igual à temperatura da fase líquida, tem-se que a transferência de calor ar/interface será:

$$dQ_c = h (T_w - T_a) dA \quad (55)$$

Substituindo (53) em (54) e (55), resultará em:

$$dQ = i_v dm_w + h (T_w - T_a) dA = i_v k_w^* (w_{sw} - w) dA + h (T_w - T_a) dA \quad (56)$$

em que  $i_v$  é a entalpia específica do vapor na temperatura da interface e  $i_{ma}$  é a entalpia específica do ar que será dada por:

$$i_{ma} = c_{pa} (T_a - T_{ref}) + w (i_{wref} + c_{pw} (T_a - T_{ref})) \quad (57)$$

A entalpia específica do ar na interface ar-água pode ser explicitada em função da temperatura da água e das unidades  $w$  e  $w_{sw}$ .

$$i_{maw} = c_{pa}(T_w - T_{ref}) + w i_v + (w_{sw} - w) i_v \quad (58)$$

Subtraindo a equação (57) da equação (58), obtém-se a equação:

$$T_w - T_a = \frac{(i_{maw}) - i_v (w_{sw} - w)}{c_{pma}} \quad (59)$$

e o calor específico do ar úmido,

$$c_{pma} = c_{pa} + W c_{pv} \quad (60)$$

No equacionamento tradicional de torres de resfriamento, assume-se o fator de Lewis como sendo igual a 1. Porém, fazendo uso do modelo de Poppe, em que a evaporação da água não é negligenciada, usa-se a relação descrita por Bosnjakovic (1965).

$$Le_f = \frac{0,865^{0,667} \left[ \frac{(w_{sw} + 0,622)}{(w + 0,622)} - 1 \right]}{\ln \left( \frac{w_{sw} + 0,622}{w + 0,622} \right)} \quad (61)$$

fazendo

$$\Delta i_{ma} = i_{maw} - i_{ma}; \Delta w = w_{sw} - w; \Delta T_w = T_w - T_{ref} \quad (62)$$

Realizando-se a substituição das equações (59) e (61) na equação (56) e reorganizando-se, obtém-se:

$$dQ = k_w^* [Le_f \Delta i_{ma} + (1 - Le_f) \Delta w i_v] dA \quad (63)$$

Para calcular a pressão de vapor saturado ( $P_{vw}$ ), foi utilizada a equação de Antoine:

$$\ln P_{vw} = A - \frac{B}{T_w + C} \quad (64)$$

em que  $P_{vw}$  é calculada em mmHg,  $T_w$  é dado em Kelvin e as constantes A, B e C valem, respectivamente, 18,3036, 3816,44 e -46,13 (REID et al., 1997), válido para temperaturas da água entre 284 e 441 K.

A umidade de saturação será dada por:

$$W_{sw} = \frac{P_{vw}}{P_a + P_{vw}} \frac{M_w}{M_a} \quad (65)$$

A umidade do ar na entrada da torre pode ser calculada a partir da sua temperatura de bulbo úmido, de acordo com a equação:

$$w = \left( \frac{cte1 - cte2(T_{bu} - T_{ref})}{cte1 + cte3(T_a - T_{ref}) - cte4(T_{bu} - T_{ref})} \right) \left( \frac{cte5 P_{vbu}}{P_a - cte6 P_{vbu}} \right) \left( \frac{cte7(T_a - T_{bu})}{cte1 + cte3(T_a - T_{ref}) - cte4(T_{bu} - T_{ref})} \right) \quad (66)$$

em que  $cte1=2501,6$ ;  $cte2=2,3263$ ;  $cte3=1,877$ ;  $cte4=4,184$ ;  $cte5=0,62509$ ;  $cte6=1,005$  e  $cte7=1,00416$ .

Realizando-se a substituição das equações (50) e (63) na equação (57) e reorganizando-se, obtém-se:

$$\frac{di_{ma}}{dz} = \frac{k_w^* a_i A_r}{m_a} [Le_f \Delta i_{ma} + (1 - Le_f) \Delta w i_v] \quad (67)$$

Relacionando-se as equações (50), (52) e (67), tem-se a equação diferencial que relaciona a variação da umidade do ar em função da variação da temperatura da água:

$$\frac{dw}{dT_w} = \frac{c_{pw} m_w \Delta w}{m_a [\Delta i_{ma} + (Le_f - 1) [\Delta i_{ma} + \Delta w i_v] - \Delta w c_{pw} \Delta T_w]} \quad (68)$$

E, por fim, relacionando-se as equações (50) e (52), tem-se a equação diferencial que relaciona a variação da entalpia do ar em função da variação da temperatura da água:

$$\frac{di_{ma}}{dT_w} = \frac{m_w c_{pw}}{m_a} \left( 1 + \frac{\Delta w c_{pw} \Delta T_w}{\Delta i_{ma} + (Le_f - 1) [\Delta i_{ma} + \Delta w i_v] - \Delta w c_{pw} \Delta T_w} \right) \quad (69)$$

Para determinar a massa da água em função da temperatura da água, basta aplicar a equação:

$$\frac{dm_w}{dT_w} = \frac{dm_w}{dw} \frac{dw}{dT_w} \quad (70)$$

Reorganizando a equação (48), tem-se:

$$\frac{dm_w}{dw} = m_a \quad (71)$$

Substituindo as equações (71) e (68) na equação (70), tem-se:

$$\frac{dm_w}{dT_w} = \frac{c_{pw} m_w \Delta w}{\Delta i_{ma} + (Le_f - 1) [\Delta i_{ma} + \Delta w i_v] - \Delta w c_{pw} \Delta T_w} \quad (72)$$

Para determinar a posição axial do lavador de ar em função da temperatura da água, basta aplicar a equação:

$$\frac{dz}{dT_w} = \frac{dz}{di_{ma}} \frac{di_{ma}}{dT_w} \quad (73)$$

Substituindo as equações (65) e (67) na equação (73), tem-se:

$$\frac{di_{ma}}{dT_w} = \frac{m_w c_{p_w}}{k_w^* a_i A_r [Le_f \Delta i_{ma} + (1 - Le_f) \Delta w_i v]} \left( 1 + \frac{\Delta w c_{p_w} \Delta T_w}{\Delta i_{ma} + (Le_f - 1) [\Delta i_{ma} - \Delta w_i v] - \Delta w c_{p_w} \Delta T_w} \right) \quad (74)$$

O número de Merkel é definido, de acordo com o método de Poppe, por:

$$Me_p = \frac{h_a A_{cs}}{m_w} = \int \frac{m_a}{m_w} \frac{dw/dT_w}{w_{sw} - w_{sa}} dT_w \quad (75)$$

Substituindo a equação (66) na equação (75), tem-se:

$$\frac{dMe_p}{dT_w} = \frac{c_{p_w}}{\Delta i_{ma} + (Le_f - 1) [\Delta i_{ma} - \Delta w_i v] + \Delta w c_{p_w} \Delta T_w} \quad (76)$$

As equações diferenciais ordinárias acopladas, nessa sequência, (67), (68), (72), (74) e (76) foram implementadas na sub-rotina IVPRK do IMSL (Fortran) usando o método de Runge-Kutta. Foi utilizada na sub-rotina uma tolerância de  $10^{-5}$ , o que representa um critério de convergência para avanço da solução iterativa.

#### 4 Resultados e discussão

No quinto capítulo do ASHRAE Handbook Fundamentals (1997), foi discutido um estudo de caso com foco no processo de aquecimento e umidificação em um lavador de ar. Para obter o desempenho do lavador de ar, o procedimento gráfico descrito por Kusuda (1956) foi utilizado e os dados e as propriedades usados nesse estudo de caso estão descritos na Tabela 1 abaixo. O presente trabalho mostra uma comparação entre os dados obtidos durante sua elaboração, no ASHRAE Handbook Fundamentals e em outros existentes na literatura.

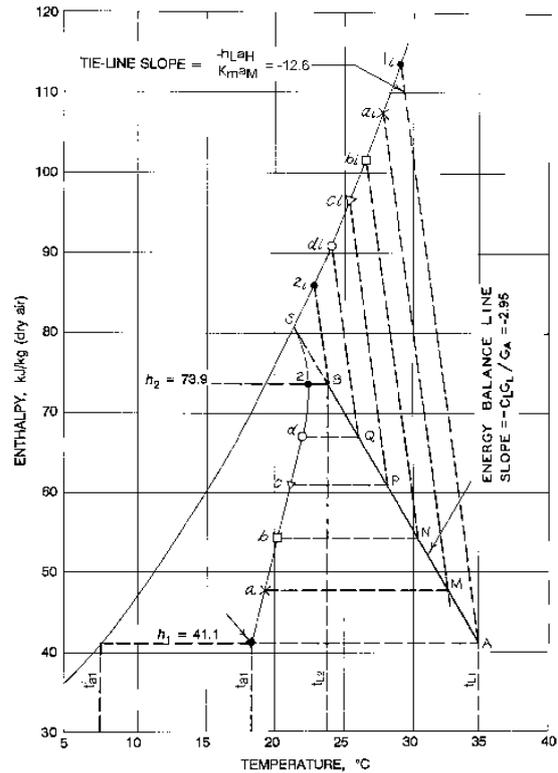
A Figura 3 mostra, em uma carta psicrométrica, (temperatura x entalpia) o procedimento da solução gráfica desse lavador de ar. Com a utilização de um balanço de energia entre o ar e a água e fazendo uso da curva de saturação é possível obter os valores dos coeficientes angulares de curvas para determinar a temperatura de saída do ar. O procedimento detalhado encontra-se na seção 5.13 ASHRAE, (1997).

Tabela 1 – Dados e propriedades do lavador de ar utilizados para o estudo de caso

Propriedades	Dados
Comprimento, L	1.2m
Temperatura do ar, $T_{a1}$	18.3 °C
Entalpia do ar, $H_1$	41.1 kJ kg <sup>-1</sup>
Temperatura da água, $T_{L1}$	35 °C
Razão entre os sprays, $G_f/G_a$	0,7
Calor transferido (ar), $h_a a_H$	1.34 kWm <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup>
Calor transferido (água) $h_L a_H$	16.77 kWm <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup>
Razão da massa de ar por unidade de área, $G_a$	1.628 kgm <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>
Razão da massa de ar por unidade de área, m	3.07 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup>
Relação de Lewis, $k_m c_{pm}$	1
Calor específico do ar úmido em pressão constante, $C_{nm}$	1.005 kJ kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>

Fonte: autoria própria.

Figura 3 – Solução gráfica do lavador de ar



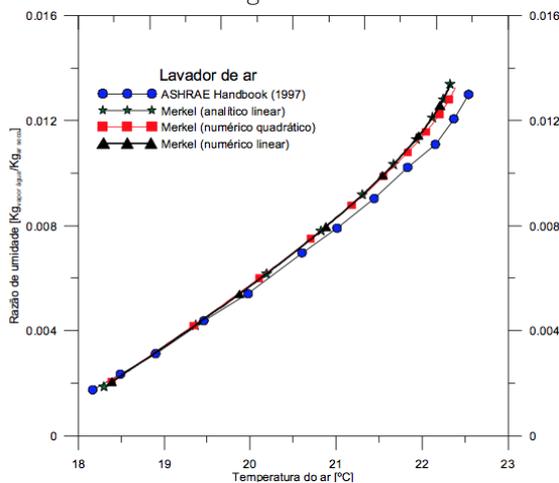
Fonte: autoria própria.

Em seguida, foi testado o modelo de Merkel para a obtenção da solução analítica fazendo uso da equação (23), e as soluções numéricas com ajuste linear e com ajuste quadrático usando a equação (33) e foram comparadas com solução gráfica e estão apresentadas na Figura 4.

Os gráficos da Figura 4 mostram a evolução da temperatura e da razão de umidade entre a entrada e a saída do lavador de ar. Ao longo do resfriador, o ar tem a sua temperatura aumentada devido ao forne-

cimento de energia pela água e ocorre um aumento na razão de umidade do ar devido à evaporação da água. Também é apresentada uma comparação entre o resultado obtido graficamente (ASHRAE, 1997) e os resultados obtidos empregando o modelo de Merkel com ajustes linear e quadrático. É possível observar que os resultados oriundos dos modelos numérico e analítico, com ajuste linear, são praticamente coincidentes, enquanto os resultados com ajuste quadrático se aproximam mais do modelo de referência (ASHRAE, 1997).

**Figura 4** – Perfil de temperatura e razão de umidade ao longo do lavador

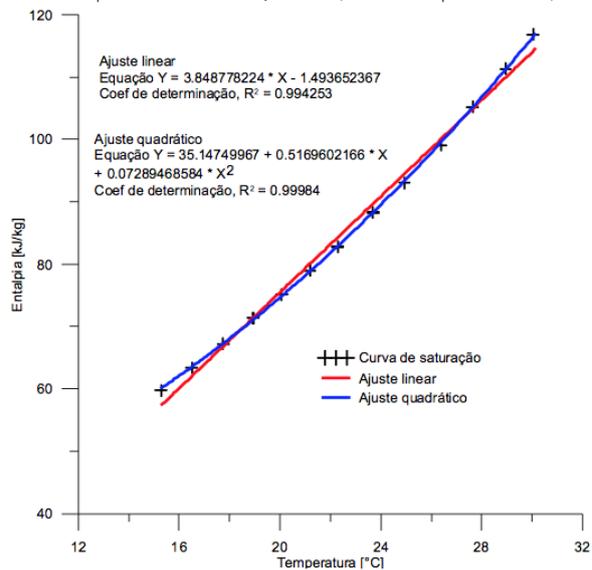


Fonte: autoria própria.

O ajuste quadrático teve um resultado mais satisfatório pelo fato de que o gráfico da entalpia do ar saturado em função da temperatura não ter um comportamento linear, conforme pode ser observado na Figura 5. No entanto, em um pequeno gradiente de temperatura, essa aproximação para uma função afim (ajuste linear) é válida. Por essa razão, os trabalhos encontrados na literatura fazem uso da hipótese de linearização da curva. Especificamente para o caso em estudo, fazendo o uso do ajuste quadrático, foi possível observar uma redução de até 0,5% no erro relativo quando comparado com o ajuste linear.

Agora, com a necessidade de investigar a influência da massa de água evaporada, fez-se uso do modelo de Poppe, utilizando os mesmos dados do problema anterior. Na Figura 6, foi realizada uma comparação entre os modelos de Merkel, Poppe e a solução gráfica de referência.

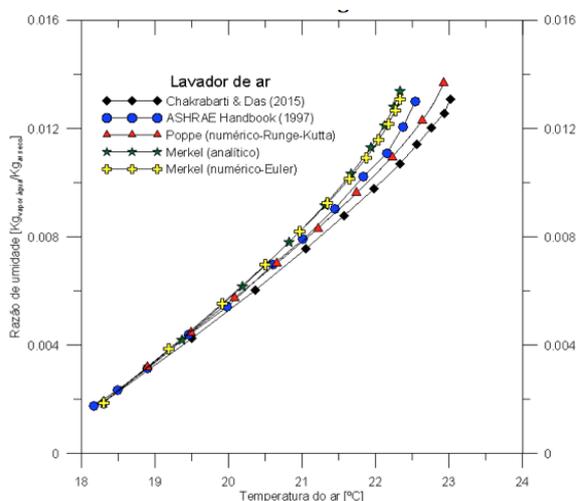
**Figura 5** – Entalpia do ar saturado em função da temperatura com ajustes (linear e quadrático)



Fonte: autoria própria.

Agora, com a necessidade de investigar a influência da massa de água evaporada, fez-se uso do modelo de Poppe, utilizando os mesmos dados do problema anterior. Na Figura 6, foi realizada uma comparação entre os modelos de Merkel, Poppe e a solução gráfica de referência.

**Figura 6** – Comparação dos Perfis de temperatura e razão de umidade ao longo do lavador



Fonte: autoria própria.

Na Figura 6, observa-se uma variação da temperatura de saída do lavador de ar de acordo com o modelo empregado. Como era de se esperar, para uma torre de resfriamento, o modelo de Poppe aproxima-se mais da solução de referência, pois leva em consideração a evaporação da água. Os modelos de Merkel (analítico e numérico) são praticamente

coincidentes. Apesar dos trabalhos desenvolvidos por Chakrabarti e Das e o presente compartilharem do mesmo modelo (Poppe), foram gerados sistemas de equações distintas, tornando os resultados discrepantes.

Dessa forma, é possível concluir que, entre os modelos estudados, aquele que apresenta a melhor solução foi o modelo de Poppe com a metodologia de resolução proposta neste trabalho.

Depois da validação e comparação dos diversos modelos matemáticos para o lavador de ar empregado em torres de resfriamento, foi estendido o estudo para condicionamento de ar com o intuito de resfriamento e umidificação do ar. Para obtenção da solução, foram utilizados os dados e as propriedades descritos na Tabela 2.

**Tabela 2** – Dados e propriedades do lavador para condicionamento de ar

Propriedades	Dados
Comprimento lavador, L	1.2m
Temperatura do ar, $T_{a1}$	35°C
Razão de umidade, $w_1$	0,010
Temp. da água, $T_{L1}$	15°C
Razão entre os sprays, $G_l/G_a$	0,7
Calor transferido pelo ar, $h_a a_H$	1.34 kWm <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup>
Calor transferido pela água, $h_L a_H$	16.77 kWm <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup>
Razão da massa de ar por unidade de área, $G_a$	1.628 kgm <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>
Razão da massa de por unidade de área, m	3.07 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup>
Relação de Lewis, $k_m c_{pm}$	1 (Modelo de Merkel) Eq. (61) (Modelo Poppe)
Calor específico do ar úmido em pressão constante, $c_m$	1.005 kJ kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>

Fonte: autoria própria.

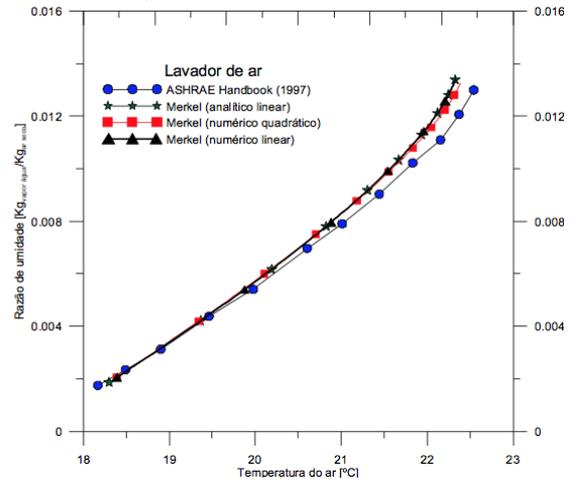
Posteriormente, foi testado o modelo de Merkel utilizando a solução analítica e as soluções numéricas com ajuste linear e com ajuste quadrático para o lavador de ar para condicionamento de ar, mostrando o comportamento dos perfis de temperatura conforme Figura 7.

As condições iniciais do problema para a simulação foram: temperatura e razão de umidade do ar de entrada 35°C e 0,010 Kgvapor de água/Kgar seco, respectivamente, e temperatura de entrada da água 15°C.

A Figura 7 mostra que as temperaturas da água e da interface ar-água são aumentadas devido ao calor sensível fornecido pelo ar quente e seco e, como con-

sequência, ocorre a diminuição da temperatura do ar. Como o resfriador evaporativo é um trocador de calor, já era esperado que as temperaturas da água, interface e ar se aproximassem entre si ao longo do lavador. Porém as temperaturas não entrarão em equilíbrio devido ao fato do comprimento do lavador ser finito (1,2m).

**Figura 7** – Perfil de temperatura ao longo do lavador para condicionamento de ar



Fonte: autoria própria.

Inicialmente, a interface ar-água possuirá uma temperatura ligeiramente superior à temperatura da água, pois a condutividade térmica da água é muito maior do que a condutividade térmica do ar.

Também é apresentada uma comparação entre os resultados obtidos empregando o modelo de Merkel com ajustes linear e quadrático. Como o ar entra a 35°C e sai à temperatura de 24°C, e a curva de saturação dessa faixa tem um comportamento muito próximo de uma função afim, é possível observar que os resultados com os ajustes linear e quadrático são praticamente coincidentes.

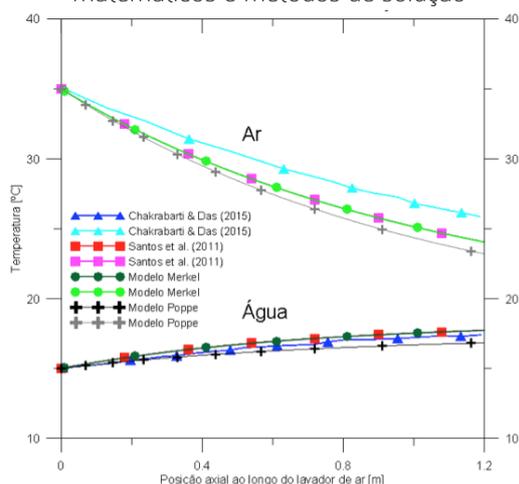
O problema do lavador de ar para condicionamento de ar foi simulado com os modelos de Merkel e Poppe e comparado com os trabalhos de Santos et al. (2011) e de Chakrabarti e Das (2015), conforme as curvas apresentadas na Figura 6.

Santos et al. (2011) apresentaram uma solução analítica utilizando o modelo de Merkel, enquanto Chakrabarti e Das (2015) utilizaram o modelo de Poppe com solução numérica e método de Runge-Kutta de quarta ordem. Já o presente trabalho utilizou os dois modelos de Merkel e Poppe com solução numérica e método de Runge-Kutta de quinta ordem.

A Figura 8 mostra os perfis de temperatura da água e do ar, nos quais é possível observar que a

temperatura da água aumenta e a temperatura do ar diminui em virtude da troca de calor entre os fluidos. As discrepâncias observadas nas curvas de temperatura da água e do ar se dão pela escolha dos diversos modelos e métodos matemáticos de resolução e as soluções encontram-se dentro de uma faixa aceitável para resolução dos problemas apresentados na Engenharia.

**Figura 8** – Comparação dos Perfis de temperatura ao longo do lavador, utilizando-se diversos modelos matemáticos e métodos de solução



Fonte: autoria própria.

## 5 Conclusões

O modelo de Merkel foi aplicado em uma torre de resfriamento utilizando um método analítico (ajuste linear – Santos et al., 2011) e dois métodos numéricos (ajuste linear e ajuste quadrático), obtendo uma pequena variação nas curvas de temperatura do ar. No entanto, o modelo que mais se aproximou da solução de referência (solução gráfica – ASHRAE, 1997) foi o ajuste quadrático. Em seguida, foi aplicado o modelo de Poppe, que leva em consideração a quantidade de água evaporada e, dessa forma, obteve-se um melhor resultado que os modelos de Merkel e de Poppe modificado (CHAKRABARTI e DAS, 2015) em comparação à solução de referência.

O modelo de Merkel também foi aplicado em um resfriador evaporativo utilizando um método analítico (ajuste linear – SANTOS et al., 2011) e dois métodos numéricos (ajuste linear e ajuste quadrático). Para esse tipo de equipamento, nessa faixa de temperatura do ar, em que a curva de saturação é praticamente um segmento de reta, não foi observado diferenças significativas entre as curvas de temperatura do ar e quaisquer dos modelos podem ser empregados. O modelo de Poppe apresentou a curva de menor

temperatura do ar, pois levou em consideração a taxa de evaporação da água e, dessa forma, representou melhor o fenômeno estudado.

## REFERÊNCIAS

- ASHRAE - American Society Of Heating, Refrigerating And Air Conditioning Engineers. **ASHRAE Fundamentals Handbook**, 1997.
- BESHKANI, A., HOSSEINI, R. Numerical modeling of rigid media evaporative cooler. *Appl. Therm. Eng.* n. 26, p. 636-643, 2006.
- BOSNJAKOVIC, F. **Technische Thermodynamik**. Dresden: Theodor Steinkopf, 1965.
- BOUGLEUX, P. A. F. et al. Simulation of a Direct Evaporative Cooler and a Cooling Tower by the Effectiveness—NTU Method. **International Journal of Mechanical Engineering Education**, v. 35, n. 3, p. 207-218, 2007.
- BRASIL. Ministério de Minas e Energia. **Balanco Energético Nacional 2014**. EPE 2014. Disponível em: <[https://ben.epe.gov.br/downloads/Relatorio\\_Final\\_BEN\\_2014.pdf](https://ben.epe.gov.br/downloads/Relatorio_Final_BEN_2014.pdf)>. Acesso em: 15 jan. 2016.
- CAMARGO, J. R.; EBINUMA, C. D.. **Resfriamento evaporativo**: poupando a energia e o meio ambiente. Jornada de Iniciação Científica e de Pós-graduação, UNESP/FEG. 2001.
- CAMARGO, J. R.; EBINUMA, C. D.; CARDOSO, S. Three methods to evaluate the use of evaporative cooling for human thermal comfort. **Revista de Engenharia Térmica**, Universidade de Fortaleza - UNIFOR, Fortaleza, v. 5, n. 2, p. 09-15, dez. 2006.
- CAROSI, G. A. B., **Resfriamento evaporativo: Estudo do potencial de sua aplicação no Brasil**. 2006. 100 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)—Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais, 2006.
- CHAKRABARTI, S. S.; DAS, P. K.. Performance investigation of air washer For different psychometric conditions. **Computational Thermal Sciences**, v. 7, n. 3, p. 217-230, 2015.
- CHAKRABARTI, S. S. et al. A Mathematical Approach in the Formulation of A Direct Evaporative Cooling Device. **International Journal of Engineering Research**, v. 4, n. 2, p. 496-501, 2015.

FOUDA, A.; MELIKYAN, Z. A simplified model for analysis of heat and mass transfer in a direct evaporative cooler. **Applied Thermal Engineering**, v. 31, p. 932-936, 2011.

FREITAS, E. F. **Construção de uma bancada otimizada para estudo de painéis evaporativos e ensaios de painéis de fibras vegetais**, Projeto de Graduação, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2007.

GOMES, M. S. P. **Análise teórico-experimental de torres de resfriamento e lavador de ar**. 1988. 166 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)—Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1988.

HALASZ, B. A general mathematical model of evaporative cooling devices. **Rev. Gen. Therm.** n. 37, p. 245-255, 1998.

HEIDARINEJAD, GH.; BOZORGMEHR, M. Modeling of Indirect Evaporative Air Coolers. Building and Housing Research Centre, Iran and University of Tarbiat Modares, Iran. In: **2º PALENC Conference and 28th AIVC Conference on Building Low Energy Cooling and Advanced Ventilation Technologies in the 21st Century**, Crete Island, Greece. p. 5, 2007.

ISSAC, M.; VAN VUUREN, D. P. Modeling global residential sector energy demand for heating and air conditioning in the context of climate change. **Energy Policy**, v. 37, n.2, p. 507-521, 2009.

KLOPPERS, J. C.; KRÖGER, D. G. A critical investigation into the heat and mass transfer analysis of counterflow wet-cooling towers. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 48, p. 765-777, 2005a.

KLOPPERS, J. C.; KRÖGER, D. G. Cooling Tower Performance Evaluation: Merkel, Poppe, and e-NTU Methods of Analysis. **Journal of Engineering for Gas Turbines and Power**, v.127, p.1-7, 2005b.

KUSUDA, T., Graphical method simplifies determination of aircoil wet heat transfer surface temperature, **American Society of Refrigerating Engineers**, 1956.

MCNEIL M. A.; LETSCHERT V. E., **Future Air Conditioning Energy Consumption in Developing Countries and what can be done about it: The Potential of Efficiency in the Residential Sector**, 2008. Lawrence Berkeley National

Laboratory. Disponível em: <<http://escholarship.org/uc/item/64f9r6wr>>. Acesso em: 15 jan. 2016.

RESIDENTIAL ENERGY CONSUMPTION SURVEY (RECS) - **Energy Information Administration**. 2009. Disponível em: <<http://www.eia.gov/consumption/residential/index.cfm>>. Acesso em: 28 dez. 2015.

SANTOS, J.C. et al. Analytical solution for the simultaneous heat and mass transfer problem in air washers. **International Journal of Refrigeration**, v. 34, p. 353-361, 2011.

SCHIBUOLA, L. High-efficiency recovery for airconditioning applications in a mild climate: a case study. **Applied Thermal Engineering**, v. 17, n. 5, p.447- 454, 1997.

SHAH, N.; PHADKE, A.; WAIDE. P. Cooling the planet: Opportunities for Deployment of Super-efficient Room Air Conditioners. Super-efficient Equipment and Appliance Deployment. Environmental Energy Technologies Division. **International Energy Studies Group, Lawrence Berkeley National Laboratory**. 2013. Disponível em: <[http://www.clasponline.org/Resources/Resources/StandardsLabelingResourceLibrary/2013/~media/Files/SLDocuments/2013/SEAD-Room-AC-Report/2013Apr\\_SEAD%20Room%20AC%20Report%20Executive%20Summary.pdf](http://www.clasponline.org/Resources/Resources/StandardsLabelingResourceLibrary/2013/~media/Files/SLDocuments/2013/SEAD-Room-AC-Report/2013Apr_SEAD%20Room%20AC%20Report%20Executive%20Summary.pdf)>. Acesso em: 07 jan. 2016.

SILVA, M. G. **Estudo Experimental de um Sistema de Condicionamento de Ar com Rotores Dessecantes**. 156 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica)—Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa-PB, 2010.

SILVA, A. C. S. B. **Simulação de Resfriamento Evaporativo por Microaspersão D'água**. 215 f. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia Civil)—Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil. 2004.

PIMENTA, J. M. D; CASTRO, W. P. Analysis of Different Applications of Evaporative Cooling Systems. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, COBEM 2003, **Anais...** São Paulo, 2003.