

Avaliação da acurácia numérica em simulações CFD de convecção natural via *Grid Convergence Index* usando OpenFOAM

Thauã Albert da Graça Santos^{[1]*}, Nuccia Carla Arruda de Sousa^[2]

^[1] thaua.santos@arapiraca.ufal.br. Universidade Federal de Alagoas (UFAL) – Campus Arapiraca, Unidade Educacional de Penedo, Penedo, Alagoas, Brasil. ORCID:

<http://orcid.org/0009-0001-3341-9671>

^[2] nuccia.sousa@penedo.ufal.br. Universidade Federal de Alagoas (UFAL) – Campus Arapiraca, Unidade Educacional de Penedo, Penedo, Alagoas, Brasil. ORCID:

<https://orcid.org/0000-0002-6017-2512>

* autor correspondente

Resumo

A transferência de calor por convecção natural é um fenômeno de grande relevância, sendo frequentemente analisada por meio de simulações em Fluidodinâmica Computacional (CFD). Contudo, a precisão dessas simulações depende diretamente da qualidade da malha numérica. Nesse contexto, revela-se a importância dos estudos de convergência de malha como etapa essencial para assegurar confiabilidade e reduzir as incertezas associadas à discretização espacial. Este artigo tem como objetivo realizar uma análise de convergência de malha para uma simulação numérica tridimensional de convecção natural em uma placa plana, utilizando a CFD por meio do software livre OpenFOAM. A metodologia consistiu na aplicação do *Grid Convergence Index* (GCI), preconizado pela ASME, empregando três malhas com diferentes níveis de refinamento e uma camada de inflação para resolver a camada limite térmica. O fluxo de calor na superfície da placa foi adotado como variável de interesse. Os resultados numéricos obtidos foram confrontados com valores consolidados de correlações empíricas para o número de Nusselt. Os resultados evidenciaram que o refinamento da malha impacta significativamente os valores do fluxo de calor, com a malha mais refinada apresentando um erro de apenas 2,21% em comparação à correlação empírica. A análise quantitativa via GCI indicou valores consistentes acima de 5% para a maioria dos pares de malhas, confirmando a sensibilidade da solução à discretização. Contudo, a malha intermediária, com sete camadas de prisma, foi a que apresentou o melhor equilíbrio entre acurácia e custo computacional, sendo a mais recomendável para aplicações práticas. Conclui-se que o estudo de convergência de malha é etapa crucial para garantir a confiabilidade de simulações em CFD.

Palavras-chave: convecção natural; fluidodinâmica computacional – CFD; *Grid Convergence Index* – GCI; OpenFOAM.

Evaluation of numerical accuracy in CFD simulations of natural convection via Grid Convergence Index using OpenFOAM

Abstract

Natural convection heat transfer is a highly relevant phenomenon, frequently analyzed through Computational Fluid Dynamics (CFD) simulations. However, the accuracy of these simulations depends directly on the quality of the numerical mesh. In this context, the importance of mesh convergence studies becomes clear as an essential step to ensure reliability and reduce uncertainties associated with spatial discretization. This article aims to perform a mesh convergence analysis for a three-dimensional numerical simulation of natural convection on a flat plate, using CFD through the open-source software OpenFOAM. The methodology consisted of applying the Grid Convergence Index (GCI), recommended by ASME, employing three meshes with different levels of refinement and an inflation layer to solve the thermal boundary layer. The heat flux on the plate surface was adopted as the variable of interest. The numerical results obtained were compared with consolidated values of empirical correlations for the Nusselt number. The results showed that mesh refinement significantly

impacts the heat flux values, with the most refined mesh presenting an error of only 2.21% compared to the empirical correlation. Quantitative analysis via GCI indicated consistent values above 5% for most mesh pairs, confirming the sensitivity of the solution to discretization. However, the intermediate mesh, with seven prism layers, presented the best balance between accuracy and computational cost, making it the most recommended for practical applications. It is concluded that mesh convergence studies are a crucial step in ensuring the reliability of CFD simulations.

Keywords: Computational Fluid Dynamics – CFD; Grid Convergence Index – GCI; natural convection; OpenFOAM.

1 Introdução

O estudo dos fenômenos de transferência de calor é um dos pilares fundamentais da engenharia, dada a sua relevância em diversos processos naturais e industriais. Seja no resfriamento de dispositivos eletrônicos, na climatização de ambientes, na geração de energia ou na fabricação de materiais. Compreender os mecanismos de transferência de calor é indispensável para o projeto e a otimização de sistemas térmicos. Em particular, a convecção natural destaca-se por representar um processo no qual o movimento do fluido ocorre devido a gradientes de densidade causados por variações de temperatura (Incropera *et al.*, 2008).

A convecção natural manifesta-se em uma ampla gama de fenômenos. Compreender o seu comportamento é fundamental para o projeto de sistemas de controle térmico e para análise da eficiência energética de equipamentos. Na indústria, ocorre em sistemas de aquecimento e refrigeração, como trocadores de calor – onde a circulação do ar ou de fluidos sem o uso de dispositivos mecânicos assegura a uniformidade térmica –, e em sistemas de dissipação térmica passiva, como dispositivos eletrônicos, onde o fluxo de ar é gerado naturalmente pela diferença de temperatura (Pu *et al.*, 2024). Adicionalmente, este fenômeno é central no projeto de coletores solares térmicos, na ventilação de ambientes e câmaras de armazenamento, e no isolamento térmico de edificações.

Uma grande aliada para análise de fenômenos relacionados ao transporte de calor e massa é a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD, do inglês *Computational Fluid Dynamics*). A técnica baseia-se na resolução numérica das equações governantes do escoamento de fluidos – leis de conservação de massa, conservação de quantidade de movimento e conservação de energia – através de sua discretização em uma malha computacional (Versteeg; Malalasekera, 2007). Tal abordagem permite investigar em detalhe fenômenos complexos, como vórtices de convecção, interações térmicas e escoamentos turbulentos, sendo amplamente aplicada em setores como o aeroespacial, automotivo e de energia (MBM Engenharia Industrial, 2025).

A principal vantagem da CFD reside em sua capacidade de fornecer soluções de campo para variáveis de interesse, como pressão, velocidade e temperatura, mesmo em geometrias complexas e sob condições operacionais de difícil reprodução por abordagens empíricas ou com elevado custo experimental. Nesse contexto, a aplicação do CFD para o estudo da convecção natural permitiu avanços notáveis na compreensão do comportamento térmico em diferentes configurações.

Como exemplos, podem ser citados os trabalhos de Facundo *et al.* (2024) que utilizaram CFD por meio do software comercial ANSYS CFX para investigar o processo de secagem na fabricação de tijolos cerâmicos maciços, validando resultados numéricos de temperatura e teor de umidade com dados experimentais. Sabino e Tibiriçá (2018) avaliaram o efeito de alterações geométricas em aletas planas de trocadores de calor do tipo tubo-aleta, através de simulações numéricas CFD realizadas com o software ANSYS, visando aumentar a eficiência da troca térmica. Ademais, Al-Zahrani (2024) que validou um modelo de análise térmica usando CFD avaliando quatro diferentes modelos de dissipadores com padrão geométrico, incluindo aletas contínuas e interrompidas perfuradas com furos circulares, e simularam seu comportamento térmico usando o software SolidWorks 2019, promovendo melhorias na transferência de calor por convecção forçada.

Contudo, a acurácia de uma simulação CFD está intrinsecamente ligada à qualidade da malha numérica empregada, a qual resulta do processo de discretização do domínio. Sendo assim, é necessário realizar um estudo de convergência de malha, permitindo verificar se a solução numérica

obtida é independente do refinamento espacial, garantindo que os resultados representem o comportamento físico do problema analisado, equilibrando precisão e custo computacional. Para estudos de convergência de malha, métodos como o *Grid Convergence Index* (GCI) proposto pela American Society of Mechanical Engineers (ASME) são amplamente utilizados para quantificar o erro associado à discretização e avaliar a estabilidade das soluções.

Como exemplos de trabalhos que utilizaram a metodologia GCI para avaliar o erro de discretização, podemos citar Baker, Kelly e O'Sullivan (2020) que avaliaram a influência de três estilos de malha – hexaédrica estruturada, hexaédrica não estruturada e tetraédrica não estruturada – na precisão da solução numérica do perfil de velocidade média do fluxo de ar em ambientes internos. Pinilla *et al.* (2021) realizou simulações de escoamentos multifásicos 3D em meios porosos – problema crítico na indústria de Óleo e Gás – com objetivo de comparar nove diferentes malhas para determinar qual delas oferece a melhor descrição da dinâmica da recuperação de óleo realizando uma análise do número de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL). Aycan, Topuz e Kadem (2023) explorou como diferentes tipos de malha e densidades de grade impactam as propriedades hemodinâmicas de fluxos fisiológicos nas simulações CFD em modelos de aorta específicos de pacientes gerados a partir de dados de tomografia computadorizada.

Diante do exposto, o objetivo deste trabalho consiste em efetuar um estudo de convergência de malha, utilizando o *Grid Convergence Index*, em uma simulação numérica tridimensional de convecção natural em placa plana com uso do CFD por meio do software livre OpenFOAM. Como variável de interesse, foi avaliado o fluxo de calor na superfície da placa e utilizou-se correlações empíricas para o parâmetro adimensional de Nusselt, consolidadas na literatura, para avaliar os resultados obtidos no estudo. Essa abordagem visa viabilizar estudos futuros de investigação de trocas de calor em placas planas e camada limite térmica.

O presente artigo está organizado da seguinte forma: a Seção 2 aborda os fundamentos da metodologia GCI para estudos de convergência de malha e os conceitos de camada limite térmica e correlações empíricas para o número de Nusselt aplicados à convecção natural em placas planas, que serão usadas para a validação dos resultados numéricos. A Seção 3 descreve as três etapas de estudos de simulação CFD: (i) Pré-processamento, detalhando a definição do domínio computacional e geração das malhas via *SnappyHexMesh*; (ii) Processamento, no qual são discutidos o solucionador *buoyantPimpleFoam*, as equações de governo e as condições iniciais e de contorno; e (iii) Pós-processamento, que trata da análise dos resultados (Seção 4), incluindo os valores de fluxo de calor, os índices GCI calculados para os pares de malhas e a validação numérica. Por fim, a Seção 5 expõe as considerações finais do trabalho, sintetizando as principais conclusões e apontando direções para estudos futuros.

2 Referencial teórico

Nesta seção, são apresentados os conceitos teóricos que fundamentam o estudo. Inicialmente, discute-se o procedimento do GCI para estimar o erro de discretização em aplicações de CFD. Complementarmente, a validação dos resultados numéricos requer referências analíticas ou empíricas consolidadas que permitam avaliar a acurácia física da solução obtida. Nesse sentido, a Subseção 2.2 apresenta os conceitos de camada limite térmica e número de Nusselt, bem como as correlações empíricas disponíveis na literatura para a convecção natural em placas planas, que serão utilizadas como base de comparação com os valores simulados.

2.1 Convergência de malha

Em um estudo de CFD, o número de elementos da malha está diretamente relacionado à precisão da solução obtida. Em geral, quanto maior o número de elementos, maior a acurácia dos resultados. Contudo, há custo computacional de malhas mais refinadas pois ocorre um aumento tempo de simulação. Para garantir que os resultados não sejam excessivamente influenciados pela escolha da malha, o estudo de independência de malha consiste em realizar simulações com malhas de diferentes resoluções e comparar os resultados numéricos obtidos.

Essa etapa analisa a partir de qual número de elementos de malha os resultados obtidos têm pouca variação, desse modo, tem o objetivo de obter uma malha com acurácia suficiente e com um custo computacional aceitável (Teschner, 2025). Para o estudo realizado, foi utilizado o método do índice de convergência de malha (GCI) cujo procedimento realizado é descrito a seguir (Celik *et al.*, 2008):

Passo 1: Definir um tamanho (h) de célula representativa em uma malha mais grosseira, com menor número de elementos e menor tempo de simulação. Para estudos 3D o tamanho representativo é calculado de acordo com a Equação 1:

$$h = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta V_i) \right]^{\left(\frac{1}{3}\right)} \quad (1)$$

onde N é o número total de elementos usados e ΔV_i é o volume do i -ésimo elemento de volume.

Passo 2: Selecionar um conjunto de três malhas com tamanhos significativamente diferentes de elementos, para isso, calcula-se o fator de refinamento da grade (r), definido pela Equação 2. Para o método utilizado, é recomendado utilizar um fator de refinamento maior que 1,3.

$$r = \frac{h_{(malha\ grossa)}}{h_{(malha\ refinada)}} > 1,3 \quad (2)$$

Passo 3: Definir uma variável de interesse Φ do estudo e executar simulações com as três malhas diferentes para analisar os diferentes valores obtidos.

Passo 4: Sendo h_3 (malha mais refinada) $< h_2 < h_1$ (malha mais grosseira), calcular a ordem aparente do método (p), através das Equações 3, 4 e 5 a seguir:

$$p = \frac{1}{\ln(r_{23})} \left| \ln \left| \frac{e_{12}}{e_{23}} \right| + q(p) \right| \quad (3)$$

$$q(p) = \ln \left(\frac{r_{23}^p - s}{r_{12}^p - s} \right) \quad (4)$$

$$s = 1 \cdot \text{sign} \left(\frac{e_{12}}{e_{23}} \right) \quad (5)$$

onde $r_{23} = h_2/h_3$; $r_{12} = h_1/h_2$; $e_{12} = \Phi_1 - \Phi_2$; $e_{23} = \Phi_2 - \Phi_3$; Φ_n é o valor da variável de interesse com a malha n ; e a função $\text{sign}(x)$, uma função que gera o valor igual a -1, caso $x < 0$, valor igual a 0 se $x = 0$ e valor igual a 1 se $x > 0$. O conjunto de equações apresentadas deve ser resolvido por meio de processo iterativo, com o palpite de valor inicial para p geralmente igual a 1.

Passo 5: Calcular os valores extrapolados para a variável de interesse Φ , a partir das Equações 6 e 7.

$$\Phi_{ext}^{12} = \frac{(r_{12}^p \Phi_2 - \Phi_1)}{(r_{12}^p - 1)} \quad (6)$$

$$\Phi_{ext}^{23} = \frac{(r_{23}^p \Phi_3 - \Phi_2)}{(r_{23}^p - 1)} \quad (7)$$

Passo 6: Estimar os erros relativos aproximados (Equações 8 e 9) e os erros relativos extrapolados (Equações 10 e 11).

$$e_a^{12} = \left| \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Phi_2} \right| \quad (8)$$

$$e_a^{23} = \left| \frac{\Phi_3 - \Phi_2}{\Phi_3} \right| \quad (9)$$

$$e_{ext}^{12} = \left| \frac{\Phi_{ext}^{12} - \Phi_2}{\Phi_{ext}^{12}} \right| \quad (10)$$

$$e_{ext}^{23} = \left| \frac{\Phi_{ext}^{23} - \Phi_3}{\Phi_{ext}^{23}} \right| \quad (11)$$

Passo 7: Finalmente, calcular o índice de convergência de malha (GCI), para cada par analisado, conforme as Equações 12 e 13.

$$GCI_{12} = \frac{1,25e_a^{12}}{r_{12}^p - 1} \quad (12)$$

$$GCI_{23} = \frac{1,25e_a^{23}}{r_{23}^p - 1} \quad (13)$$

2.2 Camada limite térmica e número de Nusselt

Quando um sólido está imerso em um fluido com uma temperatura diferente da do sólido, as partículas do fluido em contato com a superfície do sólido atingem o equilíbrio térmico igualando suas temperaturas, essas partículas trocam energia com as da camada de fluido adjacente desenvolvendo um gradiente de temperatura na região do fluido (Çengel; Ghajar, 2012). Essa região do escoamento do fluido denomina-se camada limite térmica e apresenta uma espessura δ_t .

O fluxo térmico na superfície (q'') [W/m²] é calculado por meio da Lei de resfriamento de Newton exposta na Equação 14.

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \quad (14)$$

sendo h o coeficiente de transferência de calor por convecção [$\text{W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$]; T_s , a temperatura desta superfície [K]; e T_∞ , a temperatura do fluido livre [K].

Tanto o fluxo de calor quanto o coeficiente de transferência variam ao longo da superfície. Contudo, definindo um coeficiente médio para toda a superfície (h^-), a taxa total de transferência de calor q pode ser obtida pela integração do fluxo local ao longo de toda a superfície, na forma da Equação 15:

$$q = h^- \cdot A_s (T_s - T_\infty) \quad (15)$$

onde A_s é a área da superfície [m^2].

O fluxo local e a taxa de transferência de calor são de grande importância em qualquer problema de convecção, por isso o valor do coeficiente convectivo ganha destaque. Contudo, calcular seu valor não é simples, pois, além de depender de numerosas propriedades do fluido, o coeficiente convectivo é função da geometria da superfície e das condições do escoamento (Çengel; Ghajar, 2012).

Com isso, foram realizados diversos estudos da convecção natural em placas planas e atualmente diversas correlações empíricas existem a fim de se quantificar o coeficiente de transferência de calor em função de números adimensionais. As correlações empíricas que foram desenvolvidas têm, em geral, a forma da Equação 16:

$$Nu_L^- = \frac{h^- L}{k} = C \cdot Ra_L^n \quad (16)$$

na qual Nu_L^- é o número de Nusselt médio – esse parâmetro adimensional é igual ao gradiente de temperatura adimensional na superfície e fornece uma medida da transferência de calor por convecção; C é uma constante; k é a condutividade térmica [$\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$]; L é o comprimento característico da geometria [m], sendo necessário conferir o valor na bibliografia utilizada.

Para esse estudo, o comprimento característico utilizado é o apresentado por Incropera *et al.* (2008) sendo calculado pela Equação 17:

$$L = \frac{A_s}{P} \quad (17)$$

na qual P é o perímetro da superfície [m]; e Ra_L é o número de Rayleigh, outro parâmetro adimensional sendo calculado por meio da Equação 18:

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} \quad (18)$$

onde g é a aceleração da gravidade [m/s^2]; β é o coeficiente de expansão térmica [K^{-1}]; ν é a viscosidade cinemática [m^2/s]; e α é difusividade térmica [m^2/s].

Ainda segundo Incropera *et al.* (2008), usando este comprimento característico, as correlações recomendadas para convecção natural em uma superfície placa isotérmica (T_s constante) para o número de Nusselt médio, são:

- Para a superfície superior de uma placa aquecida ($T_s > T_\infty$) ou a superfície inferior de uma placa resfriada ($T_s < T_\infty$), utiliza-se as Equações 19 e 20:

$$Nu_L^- = 0,54Ra_L^{\left(\frac{1}{4}\right)} \text{ sendo } \left(10^4 \lesssim Ra_L \lesssim 10^7\right) \quad (19)$$

$$Nu_L^- = 0,15Ra_L^{\left(\frac{1}{3}\right)} \text{ sendo } \left(10^7 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{11}\right) \quad (20)$$

- Para a superfície inferior de uma placa aquecida ou superfície superior de uma placa resfriada, utiliza-se a Equação 21:

$$Nu_L^- = 0,52Ra_L^{\left(\frac{1}{5}\right)} \text{ sendo } \left(10^4 \lesssim Ra_L \lesssim 10^9\right) \quad (21)$$

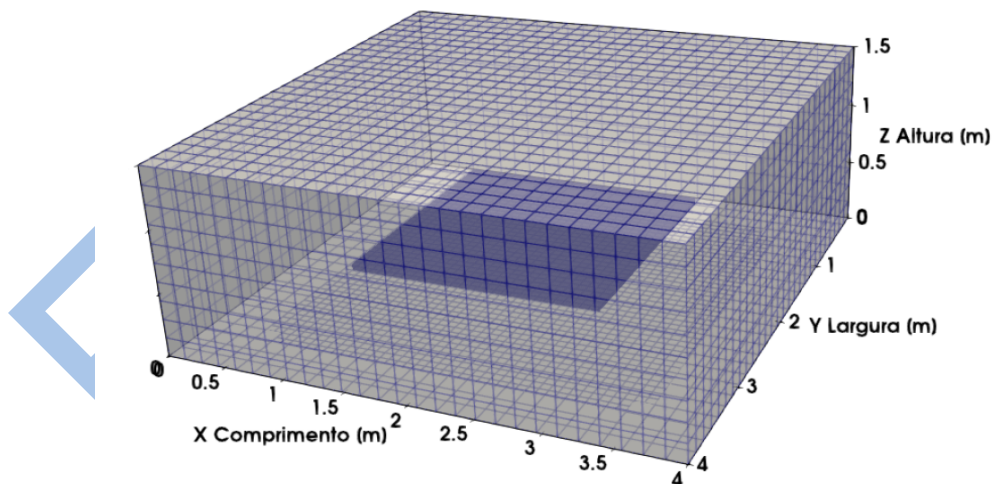
3 Metodologia

A metodologia empregada neste estudo foi estruturada de acordo com as etapas que compõem os estudos de simulações numéricas CFD. São elas: a definição do domínio computacional, a geração da malha de volumes finitos, a definição do solucionador das equações governantes do escoamento, a definição das condições iniciais e de contorno e, por fim, a configuração dos esquemas numéricos empregados nas simulações.

3.1 Malha computacional

Para o estudo, o domínio computacional utilizado é composto por uma região retangular de 4 m de comprimento, 4 m de largura e 1,5 m de altura. No centro do domínio, encontra-se uma placa plana de 2 m de comprimento, 2 m de largura e 0,05 m de altura a uma distância de 0,375 m acima do solo (base), como pode ser observado na Figura 1.

Figura 1 – Modelo geométrico do domínio computacional



Fonte: elaborada pelos autores

Para a discretização do domínio, foi utilizado o gerador de malhas *SnappyHexMesh* integrado ao OpenFOAM. O *SnappyHexMesh* é um utilitário de geração de malha, fornecido com o OpenFOAM, que gera malhas tridimensionais predominantemente hexaédricas, com refinamentos locais e adaptações a superfícies automaticamente a partir de geometrias de superfície no formato STL (OpenFOAM, 2021). Ele é estruturado em três etapas fundamentais: *castellatedMesh*, *snap* e *addLayers*. A última etapa (*addLayers*) é responsável por adicionar camadas prismáticas junto às

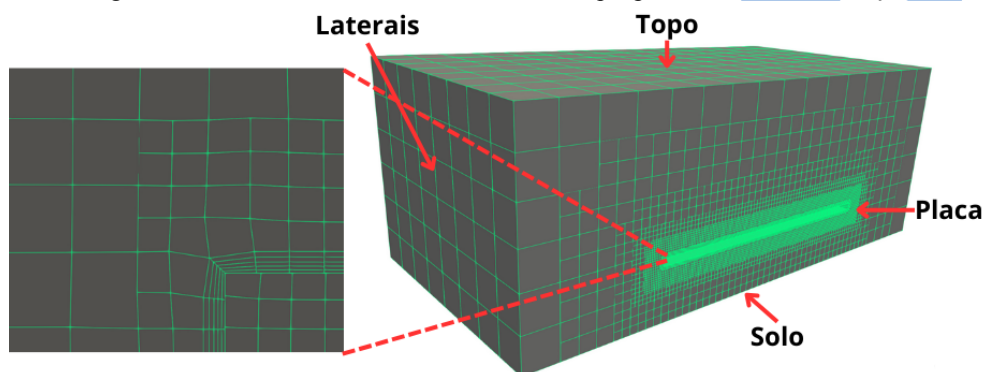
paredes, essencial para resolver corretamente gradientes de velocidade e temperatura em regiões de camada limite.

A escolha do gerador de malha deveu-se, inicialmente, a ele ser integrado ao OpenFOAM – eliminando a dependência de instalação de ferramentas externas – e por sua flexibilidade, dando liberdade para o usuário especificar regiões de refinamento com base em distância, ângulos, curvatura da geometria ou zonas internas do domínio. Além disso, sua capacidade de execução em paralelo, reduzindo o tempo de geração de malha, foi indispensável para o custo computacional da geração das três malhas utilizadas neste estudo (Greenshields, 2021).

Para as simulações, foram utilizadas malhas estruturadas hexaédrica com refino progressivo, à medida que se aproxima da placa, e uma camada de prismas na superfície da placa denominada camada de inflação, onde se encontra a região de camada limite térmica.

Para melhor visualização da malha de volumes finitos, apresenta-se, na Figura 2, uma das malhas geradas, com um corte transversal que permite observar o refinamento progressivo das células. Na região da placa, é possível identificar a presença da camada prismática junto à superfície. Adicionalmente, a Figura 2 também apresenta a identificação das quatro regiões do domínio posteriormente utilizadas no OpenFOAM.

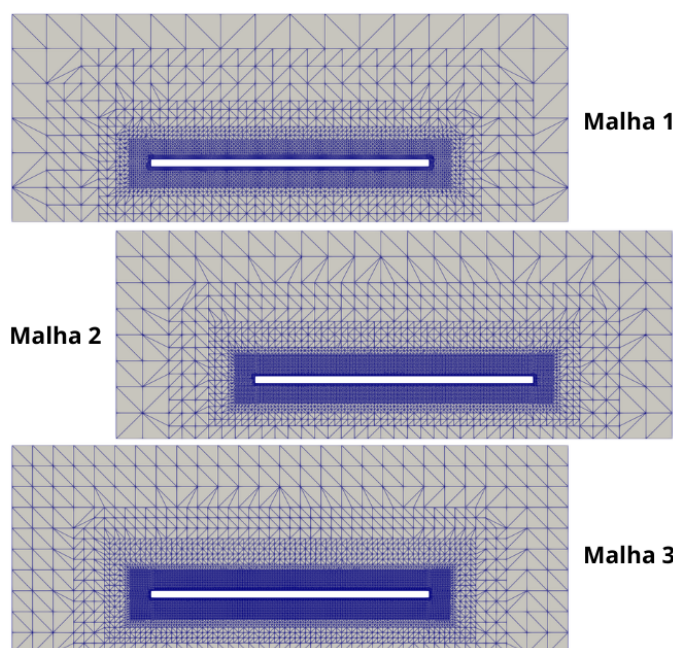
Figura 2 – Malha de volumes finitos com destaque para a camada de inflação



Fonte: elaborada pelos autores

Na Figura 3 é apresentada uma comparação das três malhas utilizadas para o estudo de convergência, e na Tabela 1 é possível visualizar alguns parâmetros de qualidade das malhas, disponibilizados pelo OpenFOAM por meio do utilitário de malha *checkMesh*.

Figura 3 – Representação esquemática do domínio nas malhas utilizadas



Fonte: elaborada pelos autores

Tabela 1 – Principais características das malhas geradas

		Malha 1	Malha 2	Malha 3
Razão de aspecto máxima		14,019	14,802	16,275
Distorção máxima		2,45417	2,45376	2,46047
Volume de células	Mínima	$2,750 \cdot 10^{-8}$	$1,277 \cdot 10^{-8}$	$5,168 \cdot 10^{-9}$
	Máxima	0,01574	0,00685	0,00333
Não ortogonalidade	Máxima	33,4946	36,2489	38,6753
	Média	5,7394	5,4444	4,6107

Fonte: dados da pesquisa

Para a obtenção de melhores resultados da camada limite térmica, onde se espera um elevado gradiente de temperatura no escoamento, é necessário o refino de malha nessa região do escoamento. Diante dessa importância, foi calculado o fator de refino tanto na malha completa quanto na região de refino. Na Tabela 2, é possível visualizar alguns dos parâmetros *SnappyHexMesh* disponíveis no dicionário *addLayersControls* utilizados para geração das camadas de inflação.

Tabela 2 – Parâmetros do dicionário *addLayersControls* para geração das malhas

	Malha 1	Malha 2	Malha 3
Número de camadas	5	7	9
Fator de expansão	1,15	1,10	1,10
Espessura da primeira camada [m]	0,00074	0,00053	0,00037
Espessura total [m]	0,00499	0,00503	0,00502
Volume total da área de camada limite [m³]	0,04231	0,04265	0,04261

Fonte: dados da pesquisa

A espessura total da camada de inflação (0,005 m) foi definida com base na estimativa da espessura da camada limite térmica. De acordo com Bejan (2013), a camada limite térmica para convecção natural externa pode ser estimada com base no número adimensional de Prandtl, uma propriedade do fluido sendo definido pela razão entre a viscosidade cinemática (ν) e a difusividade térmica (α).

- Para fluidos com alto valor de Prandtl, utiliza-se a Equação 22:

$$\delta_T \sim L \cdot Ra_L^{\frac{(-1)}{4}} \quad (22)$$

- Para fluidos com baixo valor de Prandtl, utiliza-se a Equação 23:

$$\delta_T \sim L \cdot (Ra_L \cdot Pr)^{\frac{(-1)}{4}} \quad (23)$$

A estimativa foi calculada de posse dos valores das propriedades físicas adotadas, tomadas na temperatura de filme, que estão expostas na Tabela 3 e com o valor do comprimento característico igual a 0,5. Obtivemos um valor de número de Rayleigh na ordem de $4,667 \cdot 10^8$. Substituindo nas equações acima, temos uma camada limite térmica no valor de 0,00340 m para altos Prandtl e 0,00368 m para Prandtl de 0,7228.

Tabela 3 – Valores das propriedades termofísicas utilizadas nas simulações

Propriedade	Valor
Temperatura do meio (T_∞)	353,15 [K]
Temperatura da placa (T_s)	298,15 [K]
Densidade (ρ)	1,092 [kg/m ³]
Viscosidade cinemática (ν)	$1,798 \cdot 10^{-5}$ [m ² /s]
Difusividade térmica (α)	$2,487 \cdot 10^{-5}$ [m ² /s]
Condutividade térmica (k)	0,02735 [W/m·K]
Calor específico a pressão constante (C_p)	1,007 [J/kg·K]
Coefficiente de expansão térmica (β)	$3,0708 \cdot 10^{-3}$ [K ⁻¹]
Número de Prandtl (Pr)	0,7228
Aceleração da gravidade (g)	9,81 [m/s ²]

Fonte: Çengel e Cimbala (2015)

Em CFD, uma análise complementar para a região de refinamento dos elementos próximos a superfície é necessária ao se utilizar modelos de turbulência. Trata-se de um parâmetro adimensional denominado Y^+ (ou Y plus), que identifica a localização da primeira camada de células da malha em relação à parede. Representa a distância normalizada da primeira célula da malha à superfície sólida, sendo usada para avaliar a precisão de modelos de turbulência (Murad, 2018). Cada um dos modelos de turbulência, que trabalham com leis de parede, não resolvem explicitamente a subcamada viscosa e apresentam hipóteses específicas para tratar a interação entre o escoamento e a parede. Para que essas hipóteses se mantenham válidas, é necessário que a primeira célula esteja posicionada em regiões específicas, possuindo assim, um valor ideal para o Y^+ (Murad, 2018).

Desse modo, erros no valor de Y^+ impactam diretamente a previsão do comportamento da camada limite, comprometendo a validação dos resultados. No OpenFOAM, esse parâmetro é verificado durante o pós-processamento utilizando uma *function object* denominada *yPlus*, que estimam os valores de Y^+ após algumas iterações do solucionador. As recomendações variam conforme o modelo de turbulência, para o modelo de turbulência *KomegaSST*, na literatura é possível encontrar recomendações de valores de $Y^+ \leq 1$, evitando problemas nos resultados devido a uma análise deficiente da camada limite, o que é essencial para o fenômeno abordado neste trabalho.

3.2 OpenFOAM

O *Open Field Operation and Manipulation* é um software livre e de código aberto utilizado principalmente para simulações numéricas baseadas no método dos volumes finitos, com destaque para aplicações em Fluidodinâmica Computacional. Trata-se de um conjunto de bibliotecas escritas em linguagem C++ capaz de solucionar numericamente problemas da mecânica de meios contínuos, com funcionalidades de pré- e pós-processamento (Greenshields, 2021).

O OpenFOAM destaca-se como uma ferramenta particularmente vantajosa em relação aos softwares comerciais pelo fato de ser um software totalmente livre e de código aberto. Isso torna o OpenFOAM mais acessível para pesquisadores e instituições, pois elimina-se custos de licenciamento que, em plataformas comerciais, costumam ser bastante elevados, permitindo a execução de simulações complexas sem restrições de custo ou de número de elementos. Além disso, há uma flexibilidade proporcionada pelo acesso ao código-fonte, diferente dos softwares comerciais que operam como “caixas-pretas”. O OpenFOAM permite ao usuário modificar, implementar e adaptar esquemas numéricos de acordo com as necessidades de cada caso de estudo.

A ferramenta conta com uma variedade de solucionadores especializados para diferentes tipos de escoamento. Para esse estudo foi utilizado o *buoyantPimpleFoam* – um solucionador de escoamentos envolvendo variação de densidade e efeitos de empuxo, de estado transiente, para fluxos flutuantes, monofásicos, de fluidos compressíveis com transferência de calor e presença de turbulência (Greenshields, 2021). Dentro do solucionador, as equações diferenciais parciais que governam a dinâmica dos fluidos são resolvidas utilizando o Método dos Volumes Finitos, baseado na decomposição do domínio em pequenos volumes de controle onde no centroide de cada volume armazena-se o valor das variáveis de fluxo.

3.3 Equações de governo

A seguir, serão apresentadas as equações de governo utilizadas pelo solucionador, conforme descrito por Hummel (2017). A equação de conservação de massa que define o escoamento em regime transiente está demonstrada na Equação 24:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (24)$$

onde ρ é a densidade do fluido [kg/m^3]; e u é o vetor velocidade [m/s].

A equação de conservação de quantidade de movimento está apresentada na Equação 25:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) + \nabla \cdot \tau = -\nabla p + g \quad (25)$$

onde g é a aceleração da gravidade [m/s^2]; ∇p é o gradiente de pressão; e τ é o tensor de tensões viscosas.

A equação de conservação de energia implementada no software OpenFOAM baseada na entalpia, descrita por Greenshields (2016), é demonstrada na Equação 26:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u h) + \frac{\partial(\rho K)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u K) - \frac{\partial p}{\partial t} = \rho u \cdot g + \nabla \cdot (\alpha_{eff} \nabla h) \quad (26)$$

onde h é a entalpia; $K = 0,5|u|^2$ é a energia cinética por unidade de massa; α_{eff} é a difusividade térmica efetiva – soma das difusividades térmicas laminar e turbulentas.

Para a convecção natural, onde a variação de massa específica ocorre somente devido a variação de temperatura, as forças de empuxo foram tratadas por meio da aproximação de Boussinesq. Nela, relacionamos a densidade do fluido com seu coeficiente de expansão volumétrica térmica por meio da Equação 27 abaixo:

$$\rho = \rho_{ref} [1 - \beta(T - T_{ref})] \quad (27)$$

onde ρ_{ref} e T_{ref} são a densidade e temperatura de referência, respectivamente, no qual representa propriedades do fluido no início do processo de transferência de calor.

Ademais, o modelo de turbulência utilizado para as simulações foi o *KomegaSST*, que se trata de uma junção de dois modelos de turbulência conhecidos na literatura. Com o objetivo de reduzir problemas de solução próxima às paredes de sólidos, esse novo modelo tem o comportamento do modelo *Komega* em regiões próximas às paredes e se comporta como o modelo *Kepsilon* para regiões distantes da parede (Ito, 2020). São introduzidas duas novas equações de transporte, uma para a energia cinética turbulenta (k) [m^2/s^2] e outra para a frequência de turbulência (ω) [s^{-1}], que são usadas para determinar o valor da viscosidade turbulenta, dando sequência à resolução das tensões de Reynolds (Versteeg; Malalasekera, 2007).

3.4 Condições iniciais e de contorno

O fluido circundante à placa foi considerado como ar, modelado como gás perfeito. As propriedades termo físicas e de transporte, fornecidas ao OpenFOAM podem ser visualizadas na Tabela 3. As propriedades foram tomadas na temperatura de filme, que é uma média entre a temperatura do meio e a temperatura da superfície da placa.

Para cada uma das superfícies do domínio definidas na malha foram atribuídas condições iniciais e de contorno, no Quadro 1 são apresentadas essas condições para os campos de temperatura [K], velocidade [m/s], pressão hidrostática [$kg/m \cdot s^2$], pressão [$kg/m \cdot s^2$], viscosidade turbulenta [m^2/s], energia cinética turbulenta [m^2/s^2], frequência de turbulência [s^{-1}], e difusividade térmica turbulenta [m^2/s], respectivamente.

Quadro 1 – Condições iniciais e de contorno aplicadas na simulação

	Laterais	Topo	Solo	Placa
T [K]	InletOutlet value uniform 298,15			FixedValue value uniform 353,15
U [m/s]	PressureInletOutletVelocity value uniform (0 0 0)		(0 0 0)	
p_rgh [kg/m·s²]	TotalPressure p0 uniform 0	FixedFluxPressure value uniform 0		
p [kg/m·s²]	Calculated value uniform 1·10 ⁵			
nut [m²/s]	zeroGradient		NutmWallFunction value uniform 0	
k [m²/s²]	zeroGradient		kqRWWallFunction value uniform 4,5·10 ⁻³	
omega [s ⁻¹]	zeroGradient		OmegaWallFunction value uniform 24,49	
alphat [m²/s]	zeroGradient		compressible::alphatWallFunction value uniform 0	

Fonte: dados da pesquisa

3.5 Configurações numéricas e solucionador

No OpenFOAM, o dicionário *fvSchemes* é utilizado para definir os esquemas numéricos empregados na discretização das equações diferenciais parciais, tais parâmetros são definidos em subdicionários que estão expostos no Quadro 2 abaixo.

Quadro 2 – Parâmetros do dicionário *fvSchemes*

Subdicionário	Esquema utilizado	Subdicionário	Esquema utilizado
ddtSchemes	Euler	laplacianSchemes	Gauss linear corrected
gradSchemes	Gauss linear	interpolationSchemes	linear
divSchemes	Gauss upwind/Gauss linear	snGradSchemes	corrected

Fonte: dados da pesquisa

Para o presente estudo foi utilizado: O método de Euler para discretização das derivadas de tempo de primeira ordem; A integração gaussiana com interpolação linear para os termos de gradiente; A integração gaussiana com interpolação linear e interpolação *upwind* para os termos de divergente; O esquema de Gauss com interpolação linear para o coeficiente de difusão e esquema corrigido para gradiente normal de superfície; A interpolação linear para os valores das faces das células a partir dos valores dos centros; O esquema corrigido com aplicação de sub-relaxamento para cálculo dos termos de gradiente normal de superfície.

Ademais, os controles para algoritmos e solucionadores do OpenFOAM são encontrados no dicionário *fvSolution*. Para o método de processamento de números para resolução das equações matriciais das simulações foram utilizados: o solucionador de gradiente conjugado pré-condicionado estabilizado (PCG) para matrizes simétricas, com pré-condicionador diagonal incompleta-Cholesky (DIC), e o solucionador de gradiente biconjugado pré-condicionado (PbiCGStab) para matrizes assimétricas, com pré-condicionador diagonal incompleta-LU (DILU). A tolerância do solucionador ficou na ordem de $1 \cdot 10^{-6}$ a $1 \cdot 10^{-8}$, com tolerância relativa de 0,01 para as resoluções iniciais e de 0 para a resolução final de cada iteração. Não foi utilizado fatores de sub-relaxamento.

Para a solução do acoplamento pressão-velocidade, o solucionador usa o algoritmo PIMPLE – mescla dos métodos PISO (*Pressure-Implicit with Splitting of Operators*) e SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*). É um algoritmo iterativo que se utiliza de equações de pressão corrigida e velocidade corrigida, obtidas a partir da equação de continuidade ou de Poisson para pressão, para garantir a conservação de massa e a robustez no tratamento de fluxos transitórios com grandes intervalos de tempo (Versteeg; Malalasekera, 2007). As simulações ocorreram em estado transiente com tempo final igual a 10 s, devido ao custo computacional, com passo de tempo fixado em $1 \cdot 10^{-3}$, garantindo que o número de Courant médio se mantivesse abaixo de 0,5 em todo o domínio.

4 Resultados e discussões

Foram geradas três malhas com diferentes níveis de refino, cujos valores de tamanho representativo e de fator de refinamento para cada par de malhas são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Conjunto de malhas selecionadas

Malha	Malha total			Área de refino		
	N	h [m]	r	N	h [m]	r
1	1615525	0,02451	–	60954	0,00885	–
2	3386950	0,01915	$r_{12} = 1,27984$	110599	0,00728	$r_{12} = 1,21650$
3	6975950	0,01505	$r_{23} = 1,27235$	168158	0,00633	$r_{23} = 1,15019$

Fonte: dados da pesquisa

Para as simulações realizadas, os valores médios de Y^+ obtidos nas três malhas variam entre 0,0855 e 0,1706, atendendo às recomendações do modelo de turbulência adotado no estudo ($Y^+ \leq 1$), como pode ser observado na Tabela 5.

Tabela 5 – Valores de Y^+ obtidos para o conjunto de malhas selecionadas

Malha	Mínimo	Média	Máxima
1	0,1256	0,1706	0,1714
2	0,0905	0,1223	0,1227
3	0,0632	0,0855	0,0857

Fonte: dados da pesquisa

Para esse trabalho, utilizou-se como variável de interesse o fluxo de calor nas paredes da placa plana, obtidas por meio do utilitário *WallHeatFlux* do OpenFOAM. Os tempos de simulação para cada malha foram: 14 horas e 34 minutos (Malha 1), 26 horas e 19 minutos (Malha 2) e 66 horas e 4 minutos (Malha 3). Todas as simulações foram rodadas no mesmo computador em paralelo com uso de todos os núcleos físicos do processador. Os resultados obtidos para o fluxo de calor na parede inferior da placa para cada uma das malhas estudadas estão apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Fluxo de calor na superfície inferior da placa [W/m²]

Tempo [s]	Malha 1	Malha 2	Malha 3
1	180,66	185,34	188,22
2	142,00	143,10	143,19
3	124,49	123,36	121,33
4	113,49	111,19	108,37
5	106,20	103,43	100,23
6	101,27	98,27	94,90
7	97,83	94,71	91,32
8	95,38	92,25	88,95
9	93,72	90,61	87,42
10	92,62	89,55	86,47

Fonte: dados da pesquisa

Os resultados dos cálculos dos erros absolutos e dos valores extrapolados estão na Tabela 7. Cabe ressaltar que o valor da ordem aparente do método (p) foi calculado por iteração com um palpite de valor inicial igual a 1 para cada passo de tempo. O cálculo da ordem aparente do método (p) foi efetuado por meio de um código escrito em linguagem Python adaptado de Teschner (2025). Ademais, para o cálculo dos valores extrapolados foi utilizado o valor médio de p .

Tabela 7 – Erros absolutos e fluxos de calor extrapolados

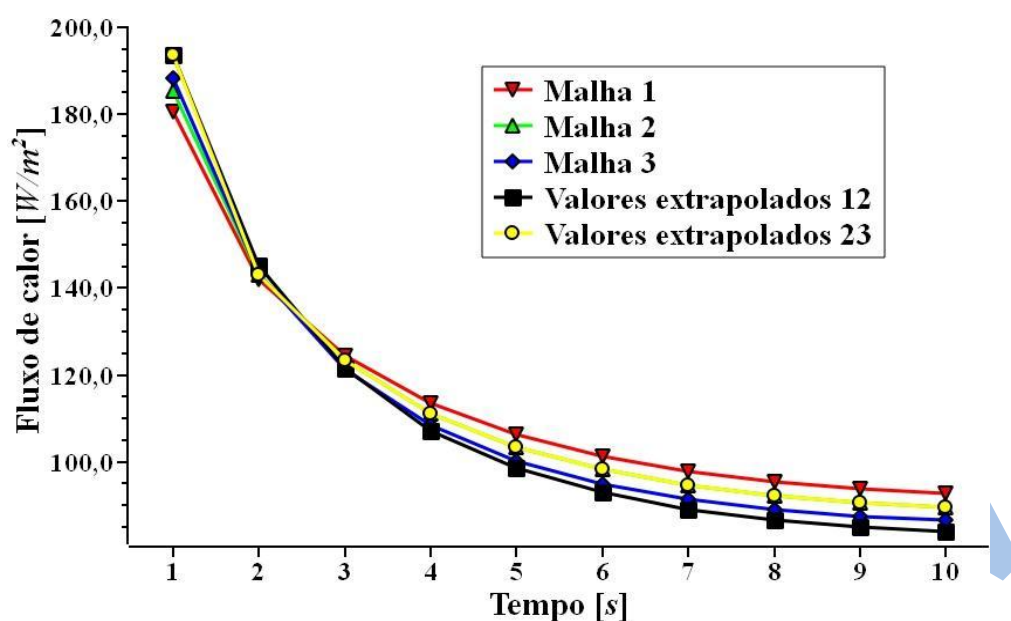
Tempo [s]	Erros absolutos		p	Valores extrapolados	
	e_{12}	e_{23}		Φ_{ext}^{12}	Φ_{ext}^{23}
1	-4,675	-2,886	1,8781	193,708	193,546
2	-1,104	-0,089	10,1836	145,079	143,102
3	1,126	2,031	2,5835	121,346	123,363
4	2,300	2,819	0,9549	107,066	111,187
5	2,772	3,199	0,7035	98,467	103,432
6	3,002	3,372	0,5903	92,896	98,272
7	3,128	3,385	0,4332	89,105	94,707
8	3,129	3,306	0,3325	86,647	92,252
9	3,110	3,192	0,2113	85,041	90,610
10	3,075	3,080	0,1082	84,043	89,550
Média			1,7979		

Fonte: dados da pesquisa

Pode-se observar pelos valores obtidos que, com exceção dos tempos iniciais 1 e 2 [s], o fluxo de calor na placa apresenta redução progressiva à medida que a malha é refinada, com erros absolutos de cerca de 3 W/m² a partir do tempo 5 [s] calculado.

Ademais, a ordem aparente (p) apresenta um valor atipicamente elevado no tempo 2 [s] ($p = 10,18$). Este comportamento é explicado por uma limitação do método GCI, que ocorre quando as diferenças entre as soluções das malhas são muito próximas de zero, fenômeno observado em $e_{23} = -0,089$. Quando o denominador (e_{23}) tende a zero, a Equação 3 tende a gerar valores artificialmente elevados, indicando uma convergência oscilatória para esse passo de tempo (Celik *et al.*, 2008). Na Figura 4, abaixo, é apresentado o gráfico do fluxo de calor na superfície inferior da placa ao longo dos tempos calculados para cada malha.

Figura 4 – Fluxo de calor na superfície ao longo dos tempos calculados



Fonte: elaborada pelos autores

Ao analisar a Figura 4, nota-se que todas as malhas seguem um mesmo padrão de redução do valor do fluxo de calor com o passar do tempo até atingir um valor de convergência. Quanto mais refinada a malha, menor aparente ser o valor em que o fluxo de calor converge. Ressalta-se, com exceção do tempo 1 [s], a Malha 2 e os valores extrapolados (Φ_{ext}^{23}) possuem o mesmo valor de fluxo de calor na superfície. A Tabela 8 apresenta os resultados obtidos para os erros relativos aproximados e extrapolados, além de apresentar os resultados do índice de convergência de malha (GCI) para cada par analisado.

Tabela 8 – Erros relativos

Tempo [s]	Erros relativos aproximados		Erros relativos extrapolados		Índice de convergência de malha	
	e_a^{12}	e_a^{23}	e_{ext}^{12}	e_{ext}^{23}	GCI_{12}	GCI_{23}
1	0,025	0,015	0,043	0,028	5,65%	3,54%
2	0,008	0,001	0,014	0,001	1,73%	0,14%
3	0,009	0,017	0,017	0,016	2,04%	3,86%
4	0,021	0,026	0,038	0,025	4,63%	6,00%
5	0,027	0,032	0,050	0,031	6,00%	7,36%
6	0,031	0,036	0,058	0,034	6,84%	8,20%
7	0,033	0,037	0,063	0,036	7,39%	8,55%
8	0,034	0,037	0,065	0,036	7,59%	8,57%
9	0,034	0,037	0,065	0,035	7,68%	8,42%
10	0,034	0,036	0,066	0,034	7,69%	8,21%
Média					5,72%	6,29%

Fonte: dados da pesquisa

Analisando os valores obtidos, a partir do tempo 7 [s] o GCI, ao sair da Malha 1 para a Malha 2, tem valores próximos de 7,5%, enquanto, a partir do tempo 6 [s], o GCI, ao sair da Malha 2 para a Malha 3, tem valores próximos de 8,5%. Com exceção dos tempos iniciais, todos os valores de GCI foram acima de 5%. Além disso, o par de malhas 2 e 3 teve valores de GCI maiores em comparação com o par de malhas 1 e 2 para o mesmo passo de tempo. Contudo, é fato relevante o custo

computacional da Malha 3, desencorajando o estudo de caso dos efeitos de uma malha 4 mais refinada. Na Tabela 9, são apresentadas as informações consolidadas das principais variáveis encontradas no estudo de GCI.

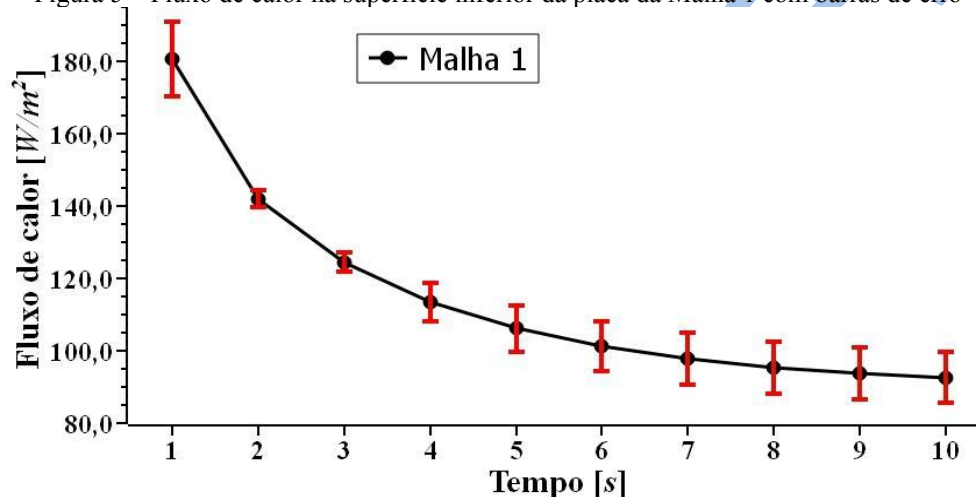
Tabela 9 – Valores relevantes consolidados

r_{12}	r_{23}	p	GCI_{12}	GCI_{23}
1,27984	1,27235	1,7979	5,72%	6,29%

Fonte: dados da pesquisa

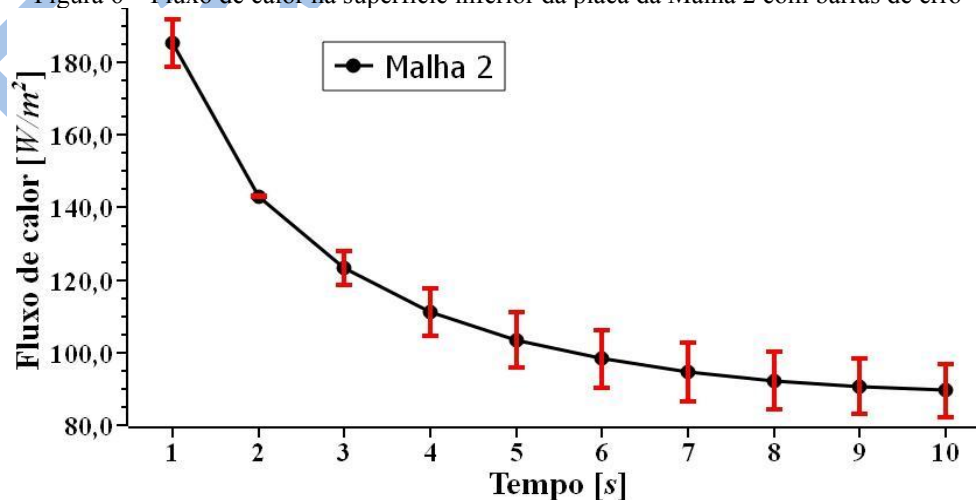
Ao comparar os gráficos da Figura 5 e da Figura 6, mostrando a incerteza numérica a partir de barras de erro, percebe-se que já houve grande diminuição dos erros decorrentes da discretização numérica na Malha 2. Diante do custo computacional, a Malha 2 com sete camadas de prisma na superfície da placa foi suficientemente refinada para resultados numéricos que não carecem de elevada precisão na região de camada limite. Para estudos de interesse na obtenção nessa região do escoamento, a Malha 3 com nove camadas de prisma na superfície da placa mostra-se como uma opção mais confiável, mas com o custo computacional, decorrente da maior quantidade de células e nós, aumentando consideravelmente o tempo de simulação.

Figura 5 – Fluxo de calor na superfície inferior da placa da Malha 1 com barras de erro



Fonte: elaborada pelos autores

Figura 6 – Fluxo de calor na superfície inferior da placa da Malha 2 com barras de erro



Fonte: elaborada pelos autores

4.1 Validação numérica

Foram comparados os valores de Nusselt médio obtidos por meio das simulações numéricas com o valor obtido por meio da correlação empírica para a superfície inferior de uma placa plana aquecida (Equação 21). O valor do coeficiente convectivo médio foi calculado por meio da integração do fluxo de calor na superfície (Equação 15). Valores foram calculados para o último passo de tempo, 10 [s], utilizando a ferramenta de pós-processamento *Paraview*. Em seguida, por meio da Equação 16 foi calculado o número médio de Nusselt. Os valores estão apresentados na Tabela 10, valores calculados para o último passo de tempo.

Tabela 10 – Comparação dos resultados numéricos obtidos com o valor analítico

	Correlação empírica	Malha 1	Malha 2	Malha 3
Coeficiente convectivo médio – h^- [W/m²·K]		1,6879	1,6315	1,5750
Nusselt médio – Nu_L^-	28,1720	30,8574	29,8263	28,7934
Erro [%]		9,53%	5,87%	2,21%

Fonte: dados da pesquisa

Os erros obtidos pelas correlações empíricas diminuem à medida que as malhas são refinadas, demonstrando a convergência das malhas calculadas pelo GCI. Esses valores corroboram os resultados de que a Malha 2 é suficientemente refinada para o custo computacional, se mostrando como a mais viável para estudos que não demandam elevada precisão na região de maior gradiente.

5 Considerações finais

Este trabalho realizou com sucesso um estudo de convergência de malha sistemático para uma simulação tridimensional de convecção natural em uma placa plana, utilizando a metodologia GCI e o software OpenFOAM. Os resultados demonstraram que o refinamento da malha exerceu uma influência significativa no valor obtido para o fluxo de calor na superfície, com a Malha 3 (a mais refinada) fornecendo os resultados mais próximos do valor de referência obtido pela correlação empírica consolidada na literatura, apresentando um erro de apenas 2,21%.

A análise quantitativa via GCI revelou que, embora os índices para os pares de malhas mais refinadas tenham se mantido em patamares consideráveis (média de 6,29%), a Malha 2 – com sete camadas de prisma na superfície da placa – se apresentou como a opção mais equilibrada, fornecendo resultados com um erro aceitável de 5,87%. Com um custo computacional significativamente menor que o da Malha 3, ela se mostrou a opção mais viável para a maioria das aplicações de engenharia que não demandam precisão extrema na camada limite térmica.

Dessa forma, este estudo não apenas validou a configuração numérica adotada, mas demonstrou como a metodologia GCI se apresenta como um roteiro robusto e objetivo para a seleção de malhas em simulações, quantificando as incertezas associadas ao processo de discretização. Sendo um dos pilares integrantes de uma simulação CFD confiável, garantindo a qualidade dos resultados sem incorrer em custos computacionais desnecessários, otimizando tempo e recursos em projetos de pesquisa e desenvolvimento.

Para estudos futuros, recomenda-se a aplicação do método em geometrias mais complexas e encontradas mais facilmente em cenário industrial como, por exemplo, trocadores de calor e dissipadores. Além disso, estudos complementares analisando malhas com diferentes elementos de volume de controle para determinar um possível comprimento representativo ideal de célula para a região de camada limite térmica.

Financiamento

Esta pesquisa não recebeu financiamento.

Conflito de interesses

Os autores declaram não haver conflito de interesses.

Contribuições ao artigo

SANTOS, T. A. G.: concepção ou desenho do estudo/pesquisa; coleta, análise e/ou interpretação dos dados; elaboração e redação do manuscrito; revisão crítica, com participação intelectual significativa. SOUSA, N. C. A.: concepção ou desenho do estudo/pesquisa; revisão crítica, com participação intelectual significativa; supervisão geral e coordenação do projeto ou estudo. Todos os autores participaram da escrita, discussão, leitura e aprovação da versão final do artigo.

Referências

AL-ZAHRANI, A. CFD Analysis for Improving Forced Convection Heat Transfer from Newly Designed Perforated Heat Sinks. **Engineering, Technology & Applied Science Research**, v. 14, n. 3, p. 13883-13889, 2024. DOI: <https://doi.org/10.48084/etasr.7155>.

AYCAN, O.; TOPUZ, A.; KADEM, L. Evaluating uncertainties in CFD simulations of patient-specific aorta models using Grid Convergence Index method. **Mechanics Research Communications**, v. 133, 104188, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2023.104188>.

BAKER, N.; KELLY, G.; O'SULLIVAN, P. D. A grid convergence index study of mesh style effect on the accuracy of the numerical results for an indoor airflow profile. **International Journal of Ventilation**, v. 19, n. 4, p. 300-314, 2020. Doi: <https://doi.org/10.1080/14733315.2019.1667558>.

BEJAN, A. **Convection heat transfer**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013. *E-book*.

CELIK, I. B.; GHIA, U.; ROACHE, P. J.; FREITAS, C. J.; COLEMAN, H.; RAAD, P. E. Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications. **Journal of Fluids Engineering – Transactions of the ASME**, v. 130, n. 7, 078001, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.2960953>.

ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. **Mecânica dos fluidos: fundamentos e aplicações**. 3 ed. Porto Alegre: AMGH, 2015. *E-book*.

ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. **Transferência de calor e massa: uma abordagem prática**. 4. ed. Porto Alegre: AMGH, 2012. *E-book*.

FACUNDO, E. A.; SANTOS, R. S.; DINIZ, D. D. S.; SOUZA NETO, V. F.; SILVA, R.; CHAVES, F. S.; DANTAS, R. R. Análise numérica baseada na transferência de calor no processo de secagem de tijolos sólidos. **Revista Foco**, v. 17, n. 4, e5002, 2024. DOI: <https://doi.org/10.54751/revistafoco.v17n4-162>.

GREENSHIELDS, C. J. **Energy Equation in OpenFOAM**. Reading, UK: CFD Direct, 2016. Disponível em: <https://doc.cfd.direct/openfoam/energy-equation/>. Acesso em: 5 jun. 2026.

GREENSHIELDS, C. J. **OpenFOAM v9 User Guide**. Reading, UK: CFD Direct, 2021. Disponível em: <https://doc.cfd.direct/openfoam/user-guide-v9>. Acesso em: 25 out. 2025.

HUMMEL, D. Modifying buoyantPimpleFoam for the Simulation of Solid-Liquid Phase Change with Temperature-dependent Thermophysical Properties. **Proceedings of CFD with OpenSource Software**, 2017. DOI: https://dx.doi.org/10.17196/OS_CFD#YEAR_2017.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P.; BERGMAN, T. L.; LAVINE, A. S. **Fundamentos de transferência de calor e massa**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. *E-book*.

ITO, M. C. **Avaliação numérico-experimental da convecção natural em uma placa plana horizontal**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Bauru, 2020. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/194116>. Acesso em: 25 out. 2025.

MBM ENGENHARIA INDUSTRIAL. **CFD (Computational Fluid Dynamics): o que é e como é utilizado na engenharia e na ciência**. Ribeirão Preto: MBM, 2025. Disponível em: <https://www.mbm.ind.br/cfd-computational-fluid-dynamics-o-que-e-e-como-e-utilizado-na-engenharia-e-na-ciencia/>. Acesso em: 25 out. 2025.

MURAD, J. What is y+ (yplus)? **SimScale CAE Forum**, 1 maio 2018. Disponível em: <https://www.simscale.com/forum/t/what-is-y-yplus/82394>. Acesso em: 17 nov. 2025.

PINILLA, A.; RAMIREZ, L.; ASUAJE, M.; RATKOVICH, N. Modelling of 3D viscous fingering: Influence of the mesh on coreflood experiments. **Fuel**, v. 287, 119441, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2020.119441>.

PU, J.; ZHU, A.; WU, J.; XIE, F.; JIANG, F. Investigation on the Natural Convection Inside Thermal Corridors of Industrial Buildings. **Buildings**, v. 14, n. 5, 1406, 2024. DOI: <https://doi.org/10.3390/buildings14051406>.

SABINO, M. G.; TIBIRIÇÁ, Á. M. B. Modelagem e simulação CFD de trocadores de calor compactos tipo tubo aletado com aletas modificadas. **The Journal of Engineering and Exact Sciences**, v. 4, n. 2, p. 0214-0219, 2018. DOI: <https://doi.org/10.18540/jcecvl4iss2pp0214-0219>.

TESCHNER, T.-R. How to manage uncertainty in CFD: the grid convergence index. **CFD University**, 17 nov. 2025. Disponível em: <https://cfd.university/blog/how-to-manage-uncertainty-in-cfd-the-grid-convergence-index/>. Acesso em: 25 out. 2025.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**. 2. ed. Harlow: Pearson Education, 2007. *E-book*.