# Controlador preditivo não linear aplicado ao controle de posição de motores de indução trifásico

Fabiano Camargo Rosa<sup>[1]</sup>, Gustavo Lima Ferreira<sup>[2]\*</sup>, Osvaldo Luis Asato<sup>[3]</sup>

<sup>[1]</sup> <u>fabiano.camargo.rosa@ifsp.edu.br</u>, <sup>[2]</sup> <u>eng.lima1911@gmail.com</u>, <sup>[3]</sup> <u>asato@ifsp.edu.br</u>. Instituto Federal de São Paulo (IFSP), Suzano, São Paulo, Brasil \*autor correspondente

## Resumo

Motores de indução trifásicos (MIT) são amplamente utilizados em aplicações industriais devido à sua robustez, baixo custo e construção simples. No entanto, estão sujeitos a perturbações externas e variações paramétricas, que podem comprometer seu desempenho em sistemas críticos. Este estudo propõe uma estratégia de controle que vai além do controle de velocidade convencional ao abordar o controle simultâneo do fluxo magnético e da posição angular do eixo do rotor de um motor de indução trifásico. A metodologia emprega a técnica de Controle Preditivo com Conjunto de Controle Contínuo (CCS-NMPC), que se diferencia de outras abordagens preditivas baseadas em conjuntos discretos devido à sua capacidade de lidar com sistemas não lineares de forma mais robusta e impor restrições precisas sobre variáveis de estado e controle. A abordagem proposta foi validada por meio de simulações computacionais, considerando cenários operacionais normais e a influência de perturbações externas, como variações bruscas de torque e condições de carga oscilantes. Os resultados demonstram a eficácia do controlador em atender aos requisitos de desempenho e robustez, mostrando alta precisão de controle com erro de estado estadonário próximo de zero e boa estabilidade. O controlador desenvolvido se aplica a sistemas industriais existentes, como braços robóticos, transportadores e máquinas CNC, exigindo apenas pequenos ajustes no software de controle, ressaltando seu potencial para aplicações industriais avançadas.

**Palavras-chave:** controle de posição; controle preditivo; motor ac; motor de indução; sistema não linear.

## Nonlinear predictive controller applied to position control of three-phase induction motors

## Abstract

Three-phase induction motors (TMs) are widely used in industrial applications due to their robustness, low cost, and simple construction. However, they are subject to external disturbances and parametric variations, which can compromise their performance in critical systems. This study proposes a control strategy that goes beyond conventional speed control by addressing the simultaneous control of the magnetic flux and the angular position of the rotor shaft of a three-phase induction motor. The methodology employs the Predictive Control technique with Continuous Control Set (CCS-NMPC), which differs from other predictive approaches based on discrete sets due to its ability to handle nonlinear systems more robustly and to impose precise constraints on state and control variables. The proposed approach was validated through computational simulations, considering normal operating scenarios and the influence of external disturbances, such as abrupt torque variations and oscillating load conditions. The results demonstrate the controller's effectiveness in meeting performance and robustness requirements, showing high control accuracy with near-zero steady-state error and good stability. The developed controller applies to existing industrial systems, such as robotic arms, conveyors, and CNC machines, requiring only minor adjustments to the control software, underscoring its potential for advanced industrial applications. Keywords: AC Motor; Induction Motor; Nonlinear System; Position Control; Predictive Control.

## Nomenclatura

Variável	Unidade	
$ heta_r$	Posição angular do rotor [rad]	
$\psi_r$	Fluxo magnético [Wb]	
$\omega_r$	Velocidade angular do rotor [rad/s]	
i <sub>ds</sub>	Corrente do eixo direto [A]	
i <sub>qs</sub>	Corrente do eixo em quadratura [A]	
$u_{ds}$	Tensão do eixo direto [V]	
$u_{qs}$	Tensão do eixo em quadratura [V]	.1
ω <sub>sl</sub>	Velocidade de escorregamento do rotor [rad/s]	A
$\omega_s$	Velocidade espacial síncrona do fluxo magnético [rad/s]	7
$L_r$	Indutância do rotor [H] 🦂 🔨	
$L_s$	Indutância do estator [H]	
$L_m$	Indutância mútua [H]	
$r_r$	Resistência do rotor [ohm]	
$r_s$	Resistencia do estator [ohm]	
$ au_r$	Constante de tempo [s]	
$J_t$	Momento de inércia [N,m <sup>2</sup> ]	
b	Coeficiente de viseosidade	
p	Número de pares de polos	
Г	Perturbação na carga [N.m]	

## 1 Introdução

Os motores de indução trifásicos (MIT) são amplamente utilizados em aplicações industriais devido à sua robustez, baixa necessidade de manutenção e custo reduzido. No entanto, trata-se de sistemas multivariáveis e não lineares, que estão sujeitos a variações paramétricas e perturbações externas, exigindo, por isso, sistemas de controle de alto desempenho para alcançar comportamento satisfatório, como tempos de subida reduzidos e baixos erros em regime permanente (Nema; Tomar, 2024). Nesse contexto, técnicas avançadas têm sido estudadas e aplicadas aos acionamentos elétricos de MIT, incluindo controle por modos deslizantes (Sliding Mode Control – SMC) (Alonge *et al.*, 2017), lógica *fuzzy* (Rosa *et al.*, 2016), redes neurais artificiais (Cirrincione *et al.*, 2012) e controladores preditivos baseados em modelo (MPC) (Habibullah *et al.*, 2016).

Diversos estudos mostram que as abordagens baseadas na técnica de controle preditivo com conjunto de controle continuo (*Continuous Control Set - Non-linear Model Predictive Control –* CCS-NMPC), são robustas contra distúrbios externos e variações paramétricas do processo (Zanelli *et al.*, 2021). Essa robustez tem motivado sua aplicação, especialmente no controle de velocidade de MITs (Merabet, 2012) e motores de ímã permanente (*Permanent Magnet Synchronous Motor –* PMSM) (Errouissi *et al.*, 2017).

Entretanto, essas propostas costumam anular erros em regime apenas se o modelo matemático for extremamente preciso, o que frequentemente requer o uso de observadores ou sensores adicionais para identificar perturbações externas. Isso eleva o custo do sistema de acionamento, uma vez que são necessários processadores avançados ou componentes extras (Nguyen *et al.*, 2021).

Buscando eficiência energética, Graciola *et al.* (2023) propuseram duas estratégias de controle preditivo para avaliar o desempenho de MITs sob diferentes condições de carga e velocidade, considerando diversas referências de fluxo magnético. Resultados de simulações computacionais demonstraram que é possível melhorar a eficiência energética sem comprometer o desempenho dinâmico do sistema, destacando a eficácia do controle preditivo.

Em outro estudo, Errouissi, Ouhrouche e Chen (2012) apresentaram um CCS-NMPC para o controle de velocidade de motores PMSM. Nessa abordagem, as perturbações não foram consideradas no projeto do controlador, mas o erro em regime foi eliminado ao incluir uma ação de controle integral, simplificando o design do controlador e reduzindo a carga computacional.

Apesar das vantagens do CCS-NMPC, como simplicidade do algoritmo, respostas rápidas, eliminação de erros em regime e robustez, a imposição de restrições nas variáveis de estado e controle é um desafio devido à alta carga computacional e ao pequeno intervalo de tempo disponível para executar o algoritmo de controle, especialmente em sistemas não lineares e com respostas dinâmicas rápidas (Errouissi; Ouhrouche; Chen, 2012).

Rosa *et al.* (2016) propuseram um CCS-NMPC para controle de velocidade de MITs, restringindo as variáveis de estado, como corrente e tensão, aos valores nominais da máquina. Essa abordagem simplificou o projeto do controlador, melhorou a resposta transitória e a robustez do sistema, além de garantir a operação segura da máquina ao manter os valores das variáveis dentro dos limites permitidos.

Embora a literatura apresente diversas abordagens do CCS-NMPC aplicadas com sucesso ao controle de MITs, a maioria dos trabalhos concentra-se no controle de velocidade (Aryam *et al.*, 2024). Contudo, muitas aplicações industriais, como sistemas de transporte, máquinas CNC e braços robóticos, requerem o controle preciso da posição angular do eixo do rotor. Essa lacuna pode ser explicada pela complexidade do controle de MITs, que são sistemas não lineares e multivariáveis, o que favorece a adoção de motores de ímã permanente ou de corrente contínua em tais aplicações (Kostov *et al.*, 2008).

Kostov *et al.* (2008) apresentaram uma abordagem baseada em linearização por realimentação para o controle da posição angular do eixo do rotor de MITs. Apesar dos bons resultados na referência de posição, a estrutura em cascata do controlador dificulta o ajuste dos ganhos e a sincronização entre os laços de controle.

Portanto, o presente estudo visa contribuir com o avanço do CCS-NMPC no campo dos acionamentos elétricos, propondo uma estratégia baseada no controle vetorial. A abordagem apresentada utiliza um CCS-NMPC multivariável projetado para controlar simultaneamente o fluxo magnético e a posição angular do eixo do rotor.

Portanto, este estudo visa contribuir para o avanço do CCS-NMPC no campo dos acionamentos elétricos, ao propor uma estratégia baseada no controle vetorial. Nesse contexto, foi projetado um CCS-NMPC multivariável capaz de controlar tanto o fluxo quanto a posição angular do eixo do rotor. Para verificar o desempenho do sistema proposto, foram realizadas simulações computacionais tanto em condições normais de operação quanto sob a influência de perturbações externas, como variações abruptas de torque e condições de carga oscilante, por fim para a avaliação das respostas obtidas, foi observado o tempo de resposta, a robustez, a estabilidade e a precisão do sistema.

Nesse sentido, as próximas seções abordarão a modelagem matemática de um MIT (seção 2), o desenvolvimento do controlador (seção 3) e, posteriormente, a apresentação e avaliação dos resultados obtidos a partir das simulações computacionais realizadas (seção 4). Por fim, as conclusões deste trabalho são apresentadas na seção 5.

## 2 Modelagem matemática de um motor de indução trifásico

O controle por CCS-NMPC proposto neste estudo utiliza o modelo matemático de um MIT para prever o comportamento das variáveis controladas, que, neste caso, são o fluxo do rotor  $(\psi_r)$  e a posição angular do rotor  $(\theta_r)$ . O objetivo é determinar a ação de controle ótima que minimize o erro futuro. Dessa forma, o desempenho do controlador e do sistema como um todo depende diretamente da qualidade do modelo matemático que representa a dinâmica do sistema.

Para alcançar um controle eficiente, é adotada a estratégia de controle vetorial com orientação indireta do fluxo do rotor. Essa técnica, amplamente empregada no controle de motores de indução, permite controlar de forma independente o fluxo magnético e a posição angular do eixo do rotor. A aplicação dessa estratégia exige a transformação de coordenadas *abc* para *dq*, que converte as variáveis do sistema trifásico em um sistema de dois eixos ortogonais em uma referência fixa. Essa transformação, ilustrada na Figura 3, é fundamental, pois possibilita a separação das componentes do fluxo e do torque, facilitando o controle preciso do motor. Assim, o comportamento do MIT se assemelha ao de um motor de corrente contínua, simplificando a análise e a implementação do controle das variáveis envolvidas. Ressalta-se que *a*, *b*, *c* representam os eixos magnéticos das fases *a*, *b* e *c*, respectivamente,  $u_a$ ,  $u_b$  e  $u_c$  correspondem às tensões nas mesmas fases.



Fonte: elaborado pelos autores

Para uma melhor compreensão do modelo matemático desenvolvido neste tópico, a lista de nomenclaturas apresentada no início do artigo fornece as definições e unidades das variáveis que serão discutidas a seguir. Na estratégia adotada, o etxo d do sistema de referência é orientado de acordo com o vetor espacial do fluxo magnético do rotor, resultando nas seguintes relações de igualdade:  $\psi_r = \psi_{dr} e \psi_{qr} = 0$ , com  $\psi_{dr} e \psi_{qr}$  representando, respectivamente, as componentes do fluxo magnético do rotor nos eixos direto e em quadratura.

No controle vetorial segundo a orientação indireta do fluxo do rotor, a posição angular do vetor espacial do fluxo ( $\theta_f$ ) é função da velocidade de rotor e da velocidade de escorregamento (Bim, 2012), sendo descrita por:

$$\theta_f = \int \left(\omega_r + \omega_{sl}\right) dt \tag{1}$$

A velocidade do rotor, é dada por  $\omega_r = p \,\omega_{eixo}$ , onde  $\omega_{eixo}$  é a velocidade do eixo do rotor. A velocidade de escorregamento  $\omega_{sl}$ , é expressa por:

$$\omega_{sl} = \frac{1}{\tau_r} \frac{i_{qs}}{i_{ds}} \tag{2}$$

A constante de tempo  $(\tau_r)$  é determinada por:

$$\tau_r = \frac{L_r}{r_r} \tag{3}$$

com  $L_r$  e  $r_r$  sendo a indutância e a resistência do rotor, respectivamente.

No referencial síncrono (dq), as equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico de um MIT, conforme apresentado por Bim (2012) e Rosa *et al.* (2016), são as seguintes:

• Correntes do estator nos eixos direto e em quadratura:

$$\frac{di_{ds}}{dt} = -m i_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \psi_r + \frac{1}{\sigma L_s} u_{ds}$$
(4)

$$\frac{di_{qs}}{dt} = -\omega_s \, i_{ds} - m \, i_{qs} - \frac{L_m}{\sigma \, L_s \, L_r} \omega_r \psi_r + \frac{1}{\sigma L_s} u_{qs} \tag{5}$$

com os coeficientes m e  $\sigma$  sendo definidos por:

$$m = \frac{1}{L_s \sigma} \left( r_s + r_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right)$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$$
(6)
(7)

• Fluxo do rotor:

$$\frac{d \psi_r}{dt} = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{1}{\tau_r} \psi_r \tag{8}$$
$$\frac{d \psi_{qr}}{dt} = 0 \tag{9}$$

• Velocidade angular do rotor:

$$\frac{d\omega_r}{dt} = z \psi_r i_{qs} \int_{J_t} \omega_r - \frac{p}{J_t} \Gamma$$
(10)

com o coeficiente z definido por:

۵

$$z = \frac{3}{2} \frac{p}{J_t} \frac{L_m}{L_r}$$
(11)

• Posição angular do rotor:

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r \tag{12}$$

Rearranjando as Equações 4, 5, 8, 10 e 12, de acordo com Maya e Leonardi (2011), Rosa e Bim (2020), o modelo não linear de um MIT pode ser representado no espaço de estado como:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x) + g_1 u(t) \\ y(t) = h(x) \end{cases}$$
(13)

O vetor de estados x inclui as correntes de eixo direto  $(i_{ds})$  e em quadratura  $(i_{qs})$  do estator, o fluxo magnético do rotor  $\psi_r$ , a velocidade angular  $(\omega_r)$  e a posição angular  $(\theta_r)$  do rotor. As entradas do sistema, representadas pelo vetor u, são as tensões nos eixos direto  $(u_{ds})$  e em quadratura  $(u_{qs})$  do estator, enquanto as saídas y(t) são o fluxo do rotor  $\psi_r$  e a posição angular do rotor  $\theta_r$ :

$$x = \begin{bmatrix} u_{ds} \\ i_{qs} \\ \psi_r \\ \omega_r \\ \theta_r \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{ds} \\ u_{qs} \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} \psi_r \\ \theta_r \end{bmatrix}$$
(14)

O vetor f(x) da Equação 13 é dado por:

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \\ f_4(x) \\ f_5(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m i_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \psi_r \\ -\omega_s i_{ds} - m i_{qs} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_r \psi_r \\ \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{1}{\tau_r} \psi_r \\ z \psi_r i_{qs} - \frac{b}{J_t} \omega_r \\ \omega_r \end{bmatrix}$$
(15)  
atriz  $g_1$ , que completa o modelo, é definida como:  
$$g_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(16)

Por fim, a ma

$$g_{1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_{s}} & 0\\ 0 & \frac{1}{\sigma L_{s}}\\ 0 & 0\\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(16)

#### 3 Desenvolvimento do controlador

Com base nos fundamentos de controle preditivo apresentados por Valencia et al. (2021), o objetivo do controlador NMPC desenvolvido neste estudo consiste em determinar as entradas ótimas  $u_{ds}$  e  $u_{qs}$ , de modo que a saída futura  $\hat{y}_i(t + \tau)$  acompanhe a referência futura  $\hat{y}_{ri}(t + \tau)$ . O símbolo "^" sobre as variáveis indica que seu valor é projetado para  $\tau$  instantes à frente, representando, portanto, o valor futuro correspondente. Os subíndices i e ri, presentes nas variáveis, indicam a variável controlada no vetor y(t), apresentado na Equação 13. Nesse contexto, i = 1representa o fluxo magnético, i = 2 refere-se à posição angular, e, por fim, o subíndice ri designa o valor de referência da respectiva variável.

As entradas ótimas são determinadas minimizando a seguinte função custo: .1

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{T_{p_1}} \hat{l}_1 (t + \tau)^2 d\tau + \frac{1}{2} \int_0^{T_{p_2}} \hat{l}_2 (t + \tau)^2 d\tau$$
(17)

onde  $\hat{I}_1(t + \tau) \in \hat{I}_2(t + \tau)$  correspondem aos valores futuros das integrais dos erros no horizonte deslizante  $T_{pi} \in \tau$  é a constante de tempo geralmente associada ao período de amostragem, sendo  $0 \leq \tau \leq T_{pi}$ , para todo  $T_{pi}$ .

Na Equação 17, as integrais preditas  $\hat{l}_1(t + \tau) e \hat{l}_2(t + \tau)$  são calculadas utilizando a série de Taylor de ordem  $\rho_i$  + 1, conforme descrito em:

$$\hat{l}_{i}(t + \tau) = l_{i}(t) + \tau e_{i}(t) + \frac{\tau^{2}}{2!} \dot{e}(t) + \dots + \frac{\tau^{\rho_{i}+1}}{(\rho_{i} + 1)!} e_{i}^{\rho_{i}}(t), \qquad i = 1,2$$
(18)

Na Equação 18,  $\rho_i$  é o grau relativo da *i*-ésima saída do controlador, indicando o número de vezes que foi necessário derivar a respectiva saída para obter uma relação explícita entre a saída e a entrada do sistema (Maya; Leonardi, 2011).

Aplicando esse conceito para a variável controlada  $\psi_r$ , obtém -se:

$$\dot{\psi_r} = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{1}{\tau_r} \psi_r \tag{19a}$$

$$\ddot{\psi_r} = \frac{L_m}{\tau_r} \left[ -i_{ds} \left( m + \frac{1}{\tau_r} \right) + \omega_s \, i_{qs} + \psi_r \left( \frac{L_m}{\sigma \, L_s \, L_r \, \tau_r} - \frac{1}{\tau_r} \right) \right] + \frac{L_m}{\tau_r \sigma L_s} u_{ds} \tag{19b}$$

Para a variável controlada  $\theta_r$ , tem-se:

$$\dot{\theta_r} = \omega_r$$

$$\ddot{\theta_r} = z \,\psi_r \,i_{qs} - \frac{b}{J_t} \omega_r - \frac{p}{J_t} \Gamma$$
(20a)
(20b)

$$\ddot{\theta}_{r}^{\cdot} = i_{qs} \left[ i_{ds} \left( \frac{\omega_{s} z \,\psi_{r}}{i_{qs}} + z \frac{L_{m}}{\tau_{r}} \right) - z \,\psi_{r} \left( \frac{1}{\tau_{r}} + m + \frac{b}{J_{t}} + \frac{z \,\psi_{r} \omega_{r} L_{m}}{\sigma \,L_{s} \,L_{r}} \right) \right] - \frac{b}{J_{t}^{2}} (b\omega_{r} + pT) + \frac{z \,\psi_{r}}{\sigma \,L_{s}} u_{qs} \tag{20c}$$

As Equações 19b e 20c estabelecem uma relação explicita entre as entradas  $u_{ds}$  e  $u_{qs}$  e as variáveis controladas  $\psi_r$  e  $\theta_r$ , permitindo determinar os graus relativos  $\rho_1 = 2$  e  $\rho_2 = 3$ . O grau relativo total do sistema é  $\rho = 5$ , dado por  $\rho = \rho_1 + \rho_2$ . Como  $\rho$  equivale à ordem do sistema, este pode ser totalmente linearizado e controlado (Maya; Leonardi, 2011; Rosa; Bim, 2020).

O erro associado à *i*-ésima variável controlada é expresso por:

$$e_i(t) = y_{ri}(t) - y_i(t), \quad i = 1, 2$$
 (21)

com  $y_{ri}$  sendo o valor de referência e  $y_i$ , valor de saída da variável em questão. A integral do erro é definida como:

$$Q_i(t) = \int_0^t e_i(\tau) d\tau, \quad i = 1, 2$$
 (22)

A derivada *j*-ésima do erro é dada por:

$$e_i^{\ j}(t) = y_{ri}^{\ j}(t) - y_i^{\ j}(t), \ i = 1,2$$
 (23)

Considerando a ausência de perturbações externas, as derivadas das saídas requeridas na Equação 23, podem ser calculadas conforme:

$$y_i^{(j)} = \mathcal{L}_f^{\ j} h_i(x) + \mathcal{L}_{g_1} \mathcal{L}_f^{\ (j-1)} h_i(x) u(t), \ j = 1 \dots \rho_i$$
(24)

onde *j* representa a ordem da derivada, e  $\mathcal{L}_f h_i(x)$  é a derivada de Lie de  $h_i(x)$  ao longo do campo vetorial de f(x), definida como:

$$\mathcal{L}_f h_i(x) = \frac{\partial h_i(x)}{\partial x} f(x)$$
(25)

A derivada de Lie de ordem *j* pode ser calculada iterativamente, seguindo a equação:

$$\mathcal{L}_{f}^{\ j} h_{i}(x) = \mathcal{L}_{f}(\mathcal{L}_{f}^{(j-1)} h_{i}(x))$$
(26)

Adicionalmente,  $\mathcal{L}_{g_1}\mathcal{L}_f h_i(x)$  é definida por:

$$\mathcal{L}_{g_1} \mathcal{L}_f h_i(x) = \frac{\partial \mathcal{L}_f h_i(x)}{\partial x} g_1$$
(27)

Assim, a Equação 18 pode ser expressa na forma matricial:

$$\hat{I}_i(t+\tau) = \Lambda_i M_i - \Lambda_i C_i \tag{28}$$

com as matrizes estabelecidas:

$$A_{1} = \begin{bmatrix} 1 \ \tau \ \frac{\tau^{2}}{2!} \ \frac{\tau^{3}}{3!} \end{bmatrix} \qquad A_{2} = \begin{bmatrix} 1 \ \tau \ \frac{\tau^{2}}{2!} \ \frac{\tau^{3}}{3!} \ \frac{\tau^{4}}{4!} \end{bmatrix}$$
(29)  
$$M_{1} = \begin{bmatrix} I_{1} \\ y_{r1} - h_{1} \\ \dot{y}_{r1} - \mathcal{L}_{f}h_{1} \\ \ddot{y}_{r2} - \mathcal{L}_{f}^{2}h_{1} \end{bmatrix}, \qquad M_{2} = \begin{bmatrix} I_{1} \\ y_{r2} - h_{2} \\ \dot{y}_{r2} - \mathcal{L}_{f}h_{2} \\ \ddot{y}_{r2} - \mathcal{L}_{f}^{2}h_{2} \\ \ddot{y}_{r2} - \mathcal{L}_{f}^{2}h_{2} \end{bmatrix}$$
(30)

$$C_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathcal{L}_{g_{1}}\mathcal{L}_{f}h_{1}u(t) \end{bmatrix}^{t} \quad C_{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \mathcal{L}_{g_{1}}\mathcal{L}_{f}h_{2}u(t) \end{bmatrix}^{t}$$
(31)

Sabendo que a condição ótima de controle é dada por:

$$\frac{dJ}{du} = 0 \tag{32}$$

Ao aplicar essa condição à Equação 17 obtém-se a seguinte lei de controle:

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_{ds}(t) \\ u_{qs}(t) \end{bmatrix} = G_1^{-1}(x) \begin{bmatrix} K_1 M_1 \\ K_2 M_2 \end{bmatrix}$$
(33)

em que:

$$G_{1} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{g_{1}}\mathcal{L}_{f}h_{1} \\ \mathcal{L}_{g_{1}}\mathcal{L}_{f}h_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_{m}}{\tau_{r}} \frac{1}{\sigma L_{s}} & 0 \\ 0 & z \psi_{r} \frac{1}{\sigma L_{s}} \end{bmatrix}$$
(34)

Os vetores  $K_1$  e  $K_2$ , contendo os ganhos do controlador, foram determinados conforme o procedimento proposto por Merabet (2012):

$$K_{1} = \begin{bmatrix} \frac{21}{2T_{p1}^{3}} & \frac{42}{5T_{p1}^{2}} & \frac{7}{2T_{p1}} & 1 \end{bmatrix}, \qquad K_{2} = \begin{bmatrix} \frac{216}{5T_{p2}^{4}} & \frac{36}{T_{p2}^{3}} & \frac{108}{7T_{p2}^{2}} & \frac{9}{2T_{p2}} & 1 \end{bmatrix}$$
(35)

Os horizontes de predição,  $T_{p1}$  e  $T_{p2}$  são os únicos parâmetros ajustáveis, sendo regulados de forma empírica. Esses parâmetros influenciam diretamente o comportamento do controlador. Ao aumentar o horizonte de predição, o tempo necessário para eliminar o erro também aumenta, o que reduz o esforço de controle. Por outro lado, ao reduzir o horizonte de predição, o erro é eliminado mais rapidamente, mas com maior esforço de controle. Contudo, horizontes muito curtos podem fazer o controlador amplificar ruídos, resultando em oscilações de alta frequência nas correntes do estator.

Por fim, ao concluir o desenvolvimento do controlador, obteve-se um modelo de controle que, diferentemente das estratégias convencionais empregadas no controle de posição e fluxo em motores de indução trifásicos (MIT), onde geralmente utilizam controladores em estrutura de cascata, como mostrado na Figura 2, foi capaz de simplificar a arquitetura do controlador, conforme ilustrado na Figura 3. Essa abordagem apresenta vantagens significativas, incluindo a redução da complexidade computacional, ao dispensar a coordenação de múltiplos loops de controle, e a simplificação do projeto, tornando-o mais direto e eficiente. Além disso, a ausência da estrutura em cascata melhora o tempo de resposta do sistema, permitindo decisões de controle integradas que minimizam atrasos e elevam o desempenho dinâmico, especialmente em cenários com variações rápidas ou sob a influência de distúrbios externos. Por fim, destaca-se que as variáveis indicadas com "\*" representam seus respectivos valores de referência.



## 4 Simulações e resultados

A Figura 4 apresenta o diagrama de blocos do sistema implementado no software MATLAB-R2023a. Para avaliar o desempenho do controlador proposto, foram realizadas diversas simulações computacionais, considerando variações nos valores de referência da posição angular do rotor, do fluxo do rotor, bem como a aplicação de perturbações de cargas externas.

Figura 4 - Esquema de blocos do sistema de controle



Fonte: elaborado pelos autores

No modelo computacional desenvolvido no MATLAB-R2023a, os tempos de predição  $T_{p1}$  e  $T_{p2}$  foram ajustados nos valores  $3 \times 10^{-3}$ s e  $12 \times 10^{-3}$ s respectivamente. O período de amostragem de discretização do modelo  $T_d$  foi  $4 \times 10^{-6}$  s, e o período de amostragem de discretização do controlador  $T_c$  foi  $1 \times 10^{-4}$ s. A frequência do PWM (*Pulse Width Modulation*, ou Modulação por Largura de Pulso) foi fixada em 15 kHz. Para o modelo do MIT, foram utilizados os mesmos parâmetros nominais descritos em Rosa *et al.*, 2016, conforme a Tabela 1, apresentada no Anexo 1. Ressalta-se que os valores dos parâmetros de tempos de predição e de períodos de amostragem foram regulados de forma empírica, e que, a mudança de seus valores pode resultar na falha do controle ou em um controle restrito a poucas variações.

Na primeira simulação, ilustrada na Figura 5, buscou-se avaliar a capacidade do controlador CCS-NMPC em regular o fluxo magnético do rotor e acompanhar a referência da posição angular do rotor. Durante essa simulação, a referência do fluxo magnético foi mantida próximo de seu valor nominal em 0,6 Wb (Figura 5b), enquanto a referência da posição angular variou de acordo com a curva exibida na Figura 5a. A análise das respostas, apresentadas nas Figuras 5a e 5b, confirma que o controlador proposto seguiu adequadamente as referências estabelecidas.

Figura 5 – Resultados da simulação com referência da posição angular em rampa crescente. (a) Curva de posição angular. (b) Curva de fluxo magnético



Fonte: dados da pesquisa

Além disso, uma segunda simulação foi realizada (Figura 6) com o objetivo de avaliar o comportamento dinâmico do sistema quando o eixo do rotor é submetido a inversão no sentido de rotação. Nessa simulação o fluxo foi mantido em 0,6 Wb (Figura 6b) e a referência de posição variada em forma de rampa conforme a curva apresentada na Figura 6a. Analisando a resposta obtida, verifica-se que o controlador seguiu as referências de fluxo e posição, com erro que pode ser considerado nulo.

Na segunda simulação (Figura 6), o comportamento dinâmico do sistema foi avaliado quando o eixo do rotor sofreu inversão no sentido de rotação. Nessa situação, o fluxo foi mantido em 0,6 Wb (Figura 6b), e a referência de posição angular variou em forma de rampa, conforme a Figura 6a. A análise dos resultados demonstra que o controlador acompanhou as referências de fluxo e posição com erro desprezível.

> Figura 6 - Resultados da simulação com referência da posição angular em rampa crescente e decrescente. (a) Curva de posição angular. (b) Curva de fluxo magnético



Una terceira simulação foi realizada para avaliar o desempenho do sistema quando a referência da posição angular do rotor variou de forma senoidal. Nessa configuração (Figura 7), o fluxo foi mantido em 0,6 Wb, e a referência de posição angular apresentou uma amplitude de 50 rad e frequência de 0,333 Hz. Os resultados mostram que o controlador foi capaz de regular o fluxo magnético e seguir a referência da posição sem defasagem.





Simulações adicionais investigaram o comportamento do controlador diante de perturbações externas, frequentemente encontradas em aplicações industriais, como braços robóticos e esteiras transportadoras. Na simulação inicial (Figura 8), o sistema foi exposto a uma carga de 7 N.m aplicada entre 3 s e 8 s, enquanto a posição angular do rotor variou em forma de rampa. Os resultados indicam que o controlador seguiu as referências estabelecidas de maneira suave, mesmo sob perturbação.

Figura 8 – Resultados da simulação com referência da posição angular em rampa crescente e decrescente e aplicação de carga externa de 7 N.m. (a) Curva de posição angular. (b) Curva de fluxo magnético. (c) Aplicação de carga





Fonte: dados da pesquisa

Com o objetivo de avaliar a estabilidade do controlador ao serexposto a uma carga externa e a uma variação constante do valor de referência da posição angular do rotor, foi realizada uma nova simulação, cujos resultados estão ilustrados na Figura 9. Nesta simulação, o valor de referência da posição angular do eixo do rotor variou de forma senoidal, com amplitude de 50 rad e frequência aproximada de 0,159 Hz, conforme representado na Figura 9a. Adicionalmente, entre os instantes de tempo 3 s e 8 s, o sistema foi submetido a uma perturbação de carga com magnitude de 7 N·m, como mostrado na Figura 9c. A análise das respostas obtidas revela que, mesmo diante das perturbações externas, o controlador conseguiu seguir os valores de referência sem apresentar defasagem significativa.

Figura 9 – Resultados da sinulação com referência da posição angular em variação senoidal e aplicação de carga externa de 7 N.m. (a) Curva de posição angular. (b) Curva de fluxo magnético. (c) Aplicação de carga





De modo geral, estratégias aplicadas ao controle de posição exigem que, devido à dinâmica da máquina, o motor acelere ou desacelere para alcançar com precisão e suavidade os valores de referência estabelecidos. Esse comportamento foi constatado nas simulações realizadas anteriormente. Para avaliar a robustez do sistema em cenários mais desafiadores, o controlador foi testado em uma simulação com variações abruptas na posição angular, conforme ilustrado na Figura 10a. Nessa simulação, o valor de referência da posição angular variou instantaneamente de 0 rad para 100 rad no instante de tempo 1 s. Os resultados indicaram que, embora a resposta dinâmica tenha apresentado um sobressinal de aproximadamente 10%, o controlador estabilizou o sistema e eliminou o erro no regime permanente. Um sobressinal de 10% é geralmente considerado aceitável para diversas aplicações industriais, como transportadores, ventiladores e bombas, onde a precisão extrema não é essencial. Contudo, em sistemas de alta precisão, como máquinas CNC, robótica ou sistemas de posicionamento

sensível, esse nível de sobressinal pode ser inaceitável, exigindo valores inferiores a 5% ou até a completa eliminação do sobressinal para assegurar a integridade e a eficiência do processo.



Figura 10 – Resultados da simulação com referência da posição angular com variação instantânea. (a) Curva de posição angular. (b) Curva de fluxo magnético

Fonte: dados da pesquisa

Além das simulações focadas na posição angular, foram conduzidas análises para avaliar o comportamento do controlador diante de variações simultâneas no fluxo magnético e na posição angular do rotor. Em uma das simulações, foi solicitado que tanto o fluxo magnético quanto a posição angular seguissem uma variação crescente em forma de rampa, conforme apresentado nas Figuras 11a e 11b. Os resultados indicam que o controlador conseguiu acompanhar de forma satisfatória os valores de referência estabelecidos para ambas as variáveis.

Figura 11 – Resultados da simulação com referências em rampa crescente para posição angular e fluxo magnético. (a) Curva de posição angular. (b) Curva de fluxo magnético





Em diversas aplicações industriais, como ventiladores, bombas, compressores e sistemas de transporte, é comum a necessidade de operar motores em velocidades superiores à nominal. Para viabilizar essa operação, aplica-se a técnica de enfraquecimento de campo, que reduz o fluxo magnético de maneira controlada, permitindo velocidades mais altas sem exceder os limites máximos de corrente (Bim, 2012).

Para avaliar o desempenho do controlador em condições de redução do fluxo magnético, foi realizada a simulação ilustrada na Figura 12. Durante esta simulação, a posição angular do rotor foi elevada e mantida em um valor fixo de 50 rad (Figura 12a). A partir desse ponto, o fluxo magnético

foi gradualmente reduzido, iniciando em 0,6 Wb no instante de 4 s e atingindo 0,45 Wb no instante de 7 s (Figura 12b). Os resultados obtidos indicam que o controlador acompanhou com precisão os valores de referência, demonstrando sua viabilidade para operar o motor em velocidades superiores à nominal.





Fonte: dados da pesquisa

Destaca-se que os resultados obtidos com o CCS-NMPC desenvolvido neste trabalho demonstraram alto desempenho no controle simultâneo da posição angular e do fluxo magnético de motores de indução trifásicos, tanto em condições normais de operação quanto sob perturbações

externas, garantindo um rastreamento preciso das trajetórias de referência e a estabilidade do sistema. Diferentemente da abordagem apresentada por Tapia-Olvera, Valdebarrano-Gonzalez e Beltran-Carbajal (2024), na qual é utilizado um observador de fluxo, o método proposto neste estudo realiza o controle direto do fluxo magnético, permitindo a operação da máquina em condições acima dos valores nominais e ampliando sua aplicabilidade em cenários de alta desempenho. Esses resultados reforçam a robustez e a versatilidade do CCS-NMPC para aplicações industriais exigentes.

## 5 Conclusão

Neste estudo, cujo objetivo foi controlar simultaneamente o fluxo magnético e a posição angular do rotor de um motor de indução trifásico (MIT), adotou-se uma abordagem baseada no Controle Preditivo com Conjunto de Controle Contínuo (CCS-NMPC).

Além de ressaltar a relevância do estudo de motores de indução trifásicos, o trabalho contribuiu significativamente para o avanço dos controladores preditivos, apresentando um modelo que pode servir como base para o desenvolvimento de novos controladores.

O controlador proposto demonstrou eficácia no controle da posição angular e do fluxo magnético do rotor de um MIT, utilizando apenas uma única malha de controle (Figura 3). Esse desempenho contrasta com os controladores convencionais, que geralmente requerem aproximadamente cinco malhas (Figura 2). Conclui-se, portanto, que o controlador desenvolvido é fisicamente mais compacto em comparação com os modelos convencionais, devido à eliminação da estrutura em cascata. Essa abordagem reduz a necessidade de múltiplas malhas de controle, resultando em menor demanda por sensores, atuadores e componentes eletrônicos adicionais. Ademais, a integração das variáveis em uma única malha simplifica o cabeamento e reduz o espaço ocupado pelos painéis de controle. Contudo, a complexidade computacional do controlador não foi necessariamente diminuída, já que a integração das variáveis exige maior capacidade de processamento em uma única unidade.

As simulações realizadas validaram os conceitos propostos, evidenciando a eficácia do controlador tanto em cenários normais de operação quanto sob perturbações externas. O controlador demonstrou robustez frente a variações paramétricas; mantendo a estabilidade do sistema. Quando submetido a uma variação abrupta de seu valor de referência, apresentou bons resultados, com tempo de acomodação de aproximadamente 3 segundos erum sobressinal em torno de 10%.

Portanto, considerando os resultados satisfatórios e representativos no contexto industrial, propõe-se, como trabalho futuro, a implementação de um protótipo físico para validar o controlador desenvolvido. Além disso, com o objetivo de aprimorar o algoritmo de controle, pretende-se explorar as aplicações do CCS-NMPC no controle do MIT, realizando uma análise comparativa entre duas abordagens: a CCS-NMPC com ação de controle integral, desenvolvida neste trabalho, e a CCS-NMPC que utiliza um observador de distúrbio em substituição à ação de controle integral.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao Instituto Federal de São Paulo (IFSP), pela oportunidade, e pelo incentivo atraxes da bolsa de pesquisa PIBISP.

#### Financiamento

Esta pesquisa foi financiada através do programa institucional de bolsas de iniciação científica e tecnológica do IFSP (PIBIFSP).

#### **Conflito de interesses**

Os autores declaram não haver conflito de interesses.

## Contribuições ao artigo

**FERREIRA, G. L.:** concepção ou desenho do estudo/pesquisa; análise e/ou interpretação dos dados; revisão final com participação crítica e intelectual no manuscrito. **ROSA, F. C.:** concepção ou desenho do estudo/pesquisa; revisão final com participação crítica e intelectual no manuscrito. **ASATO, O. L.:** revisão final com participação crítica e intelectual no manuscrito. Todos os autores participaram da escrita, discussão, leitura e aprovação da versão final do artigo.

## Referências

ALONGE, F.; CIRRINCIONE, M.; D'IPPOLITO, F.; PUCCI, M.; SFERLAZZA, A. Robust active disturbance rejection control of induction motor systems based on additional sliding-mode component. **IEEE Transactions on Industrial Electronics,** v. 64, n. 7, p. 5608-5621, 2017. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2677298</u>.

ARYAM, A.: SINGH, A.; MOHAN, A.; JAINT, B. Speed control of three-phase induction motor using anfis and flower pollination algorithm optimized PI controller. *In*: 2024 INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCEMENTS IN POWER, COMMUNICATION AND INTELLIGENT SYSTEMS (APCI), 2024, Kankur. **Proceedings** [...]. Kankur, IEEE, 2024. p. 1-6. DOI: https://doi.org/10.1109/APCI61480.2024.10616561.

BIM, E. Máquinas elétricas e acionamento, 3. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

CIRRINCIONE, M.; ACCETTA, A.; PUCCI, M.; VITALE, G. MRAS speed observer for high performance linear induction motor drives based on linear neural networks. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 28, n. 1, p. 123-134, 2012. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/ECCE.2011.6063997</u>.

ERROUISSI, R.; AL-DURRA, A.; MUYEEN, S. M.; LENG, S. Continuous time model predictive control of a permanent magnet synchronous motor drive with disturbance decoupling. **IET Electric Power Applications**, v. 11, n. 5, p. 697-706, 2017. DOI: <u>https://doi.org/10.1049/iet-epa.2016.0499</u>.

ERROUISSI, R.; OUHROUCHE, M.; CHEN, W.-H. Robust nonlinear predictive control of a permanent magnet synchronous motor. *In*: ANNUAL CONFERENCE ON IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY (IECON 2012), 38., 2012, Montreal. **Proceedings** [...]. Montreal: IEEE, 2012. p. 5057-5064. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/IECON.2012.6388980</u>.

GRACIOLA, C. L.; GOEDTEL, A.; CASTOLDI, M. F.; GENTIL, M. G.; SOUZA, W. A.,; VITOR, A. L. O. An efficiency study of a three-phase induction motor through predictive control strategies. *In* 2023 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRY APPLICATIONS (INDUSCON), 15., 2023, São Bernardo do Campo. **Proceedings** [...]. São Bernardo do Campo: IEEE, 2023, p. 899-905. DOI: <u>https://doi.org/ 10.1109/fNDUSCON58041.2023.10374754</u>.

HABIBULLAH, M.; LU, D. D.-C.; XIAO, D.; RAHMAN, M. F. A simplified finite-state predictive direct torque control for induction motor drive. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 63, n. 6, p. 3964-3975, 2016, DOI: <u>https://doi.org/10.1109/TIE.2016.2519327</u>.

KOSTOV, K.; ENEV, S.; FNAIECH, F.; TODOROV, A. Position control of induction motors by exact feedback linearization. **Cybernetics and Information Technologies Bulgarian Academy of Sciences**, v. 8, n. 1, p. 34-43, 2008. Disponível em: <u>https://cit.iict.bas.bg/CIT\_08/v8-1/34-43.pdf</u>. Acesso em: 28 nov. 2024.

MAYA, P.; LEONARDI, F. Controle essencial. 2. ed. São Paulo: Pearson, 2011.

MERABET, A. Nonlinear model predictive control for induction motor drive. *In*: ZHENG, T. (ed.) **Frontiers of model predictive control**. London: IntechOpen, 2012. p. 109-130. DOI: https://doi.org/10.5772/37639.

NEMA, B.; TOMAR, S. A comprehensive review of induction motors: Principles, control techniques, and applications. **Research Journal of Engineering Technology and Medical Sciences**, v. 7, n. 1, 2024. Disponível em:

http://www.rjetm.in/RJETM/Vol07\_Issue01/A%20Comprehensive%20Review%20of%20Induction% 20Motors\_Principles,%20Control%20Techniques,%20and%20Applications.pdf. Acesso em: 28 nov. 2024. NGUYEN, A. T.; RYU, S.-W.; REHMAN, A. U.; CHOI, H. H.; JUNG, J.-W. Improved continuous control set model predictive control for three-phase CVCF inverters: fuzzy logic approach. **IEEE** Access, v. 9, p. 75158-75168, 2021. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3081718</u>.

NORAMBUENA, M.; GARCIA, C.; RODRIGUEZ, J. The challenges of predictive control to reach acceptance in the power electronics industry. *In*: 2016 POWER ELECTRONICS AND DRIVE SYSTEMS TECHNOLOGIES CONFERENCE (PEDSTC), 7., 2016, Tehran. **Proceedings [...].** Tehran: IEEE, p. 636-640. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/PEDSTC.2016.7556934</u>.

ROSA, F. C.; BIM, E. A constrained non-linear model predictive controller for the rotor flux-oriented control of an induction motor drive. **Energies**, v. 13, n. 15, 3899, 2020. DOI: <u>https://doi.org/10.3390/en13153899</u>.

ROSA, F. C.; LIMA, F.; FUMAGALLI, M. A.; BIM, E. Evolving fuzzy controller applied in indirect field oriented control of induction motor. *In* 2016 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL TECHNOLOGY (ICIT), 2016, Taipei. **Proceedings** [...]. Taipei: IEEE, 2016. p. 1452-1457. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/ICIT.2016.7474972</u>.

TAPIA-OLVERA, R.; VALDERRABANO-GONZALEZ, A.; BELTRAN-CARBAJAL, F. Efficient adaptive regulation strategy for control position of induction motors. **IEEE** Access, v. 12, p. 38512-38524, 2024. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3375346</u>.

VALENCIA, D. F.; TARVIRDILU-ASL, R.; GARCIA, C.; RODRIGUEZ, J.; EMADI, A. A review of predictive control techniques for switched reluctance machine drives. Part I: fundamentals and current control. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 36, n. 2, p. 1313-1322, 2021. DOI: https://doi.org/10.1109/TEC.2020.3047983.

ZANELLI, A.; KULLICK, J.; ELDEEB, H. M.; FRISON, G.; HACKL, C.; DIEHL, M. Continuous control set nonlinear model predictive control of reluctance synchronous machines. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 30, n. 1, p. 130-141, 2021. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/TCST.2020.3043956</u>.

## Anexos

Tabela 1 – Parâmetros de um motor comercial					
Parâmetros 🧥	Valores	Parâmetros	Valores		
Potência	2205 KW	b	0,002 N m s/rad		
Tensão	380 V	$J_t$	0,006 72 Kg m <sup>2</sup>		
Frequencia	60 Hz	$r_s$	2,55 Ω		
Corrente	4,79 A	L <sub>s</sub>	179,24 mH		
Torque	12,1 Nm	$r_r$	1.82 Ω		
Fluxo do rotor	0,69 Wb	$L_r$	181,34 mH		
Velocidade	$181,7 \text{ rad s}^{-1}$	$L_m$	174,04 mH		

Fonte: Rosa et al. (2016)