

# FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO RADIAL PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Walmeran José Trindade Júnior  
Escola Técnica Federal da Paraíba  
Av. 1º de Maio, 720 - Jaguaribe  
58015-430 - João Pessoa - Paraíba - Brasil

## Resumo

*Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um programa computacional de Fluxo de Potência Trifásico para Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Radiais, e tem a finalidade de investigar os efeitos do desequilíbrio do sistema, da queda de tensão e da modelagem das cargas nas perdas elétricas. O processo de solução do Fluxo de Potência Trifásico Radial baseia-se no Método Soma de Potências adotado por sua rigorosa representação matemática dos componentes do sistema, por sua simplicidade de implementação e ainda por sua rápida convergência, refletindo em reduzido esforço computacional.*

## 1. Introdução

Devido aos tipos de sistemas e aos tipos de cargas, os Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica (SDEE'S) apresentam características singulares que os diferenciam por completo dos sistemas de transmissão, a saber : Configuração predominantemente radial, múltiplas conexões (monofásicas, bifásicas e trifásicas), cargas de natureza distinta, linhas não-transpostas e com resistências comparáveis às reatâncias .

Essas características que distinguem os SDEE'S dos Sistemas de Transmissão produzem neles, isto é, nos primeiros, efeitos de desbalanceamento, impossibilitando a aplicação de métodos de fluxo de potência próprios para transmissão. Esses métodos se baseiam no balanceamento do sistema

elétrico trifásico que é representado pelo seu equivalente monofásico.

Métodos de fluxo de potência próprios para SDEE foram desenvolvidos, sendo os mais usados o Método Escalonado (Kersting,1984), o Método Soma de Correntes e o Método Soma de Potências (Rudnick,1990).

Estudos especializados concluíram que com o Método Soma de Potências consegue-se melhor convergência, mesmo em caso de sobrecarga dos SDEE's (Rudnick,1990).

## 2. O Método Soma de Potências

A solução do problema de fluxo de potência em um sistema radial trifásico, usando o Método Soma de Potências, consiste em resolver, para cada trecho da rede, uma equação do quarto grau em termos de tensão nodal.

O SDEE trifásico é resolvido como sendo três sistemas monofásicos, um para cada fase, sendo o acoplamento magnético entre eles considerado nos cálculos das perdas de potência nas linhas.

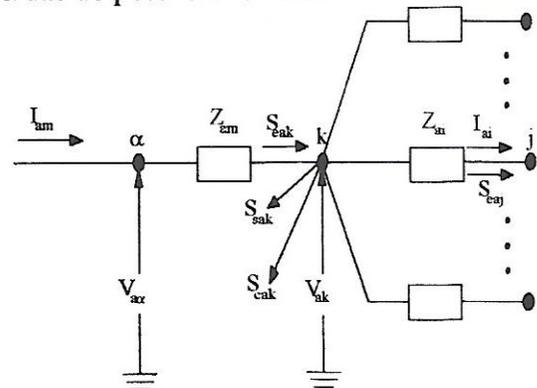


FIGURA 1: Esquema de um nó típico

A figura 1 mostra um esquema para a fase a de um nó k característico, com o conjunto de ramos que chegam e que saem dele.

Onde:

a: subíndice que indica a fase a.

i, m: subíndices que indicam os ramos i e m.

k, j,  $\alpha$ : subíndices que indicam os nós k, j e  $\alpha$ .

$S_{cak}$ ,  $S_{caj}$ : potência equivalente na fase a vista desde k e j.

$S_{cak}$ : carga no nó k na fase a.

$S_{sak}$ : potência reativa shunt injetada no nó k na fase a.

$Z_{ai}$ ,  $Z_{am}$ : impedância própria das linhas i e m.

$V_{a\alpha}$ ,  $V_{ak}$ : tensão dos nós  $\alpha$  e k na fase a.

$I_{ai}$ ,  $I_{am}$ : corrente na fase a nos ramos i e m.

Definindo:

$S_{pai}$ : perdas de potência na linha i na fase a.

$Z_{abi}$ : impedância mútua entre as fases a e b da linha i.

$Z_{aci}$ : impedância mútua entre as fases a e c da linha i.

$I_{bi}$ ,  $I_{ci}$ : correntes nas fases b e c na linha i.

A potência equivalente do nó k se obtém pela equação:

$$S_{cak} = \sum_j S_{caj} + \sum_i S_{pai} + S_{sak} + S_{cak} = P_{cak} + jQ_{cak} \quad (1)$$

Onde as perdas de potência são dadas por:

$$S_{pai} = (Z_{abi}I_{bi} + Z_{aci}I_{ci})I_{ai}^* + Z_{ai}I_{ai}^2 \quad (2)$$

Assim, a equação fundamental do fluxo de potência radial para a fase a fica:

$$V_{ak}^4 + [2(P_{cak}R_{am} + Q_{cak}X_{am}) - V_{a\alpha}^2]V_{ak}^2 + (P_{cak}^2 + Q_{cak}^2)(R_{am}^2 + X_{am}^2) = 0 \quad (3)$$

A fase da tensão no nó k se obtém por:

$$\rho_{ak} = \rho_{a\alpha} - \text{Sen}^{-1} \left( \frac{P_{cak} \cdot X_{am} - Q_{cak} \cdot R_{am}}{V_{a\alpha} \cdot V_{ak}} \right) \quad (4)$$

Essas equações são repetidas para outras duas fases (b,c) trocando os índices convenientemente.

As equações 3 e 4 dão a solução direta para o módulo e a fase da tensão para um SDEE radial trifásico que contém apenas duas barras, sendo uma fonte e outra de carga.

Para um sistema que contém várias barras, a potência equivalente de cada barra de carga deve ser calculada de modo a permitir o uso das equações 3 e 4, tomando-se as barras duas a duas.

O processo do cálculo da potência equivalente para uma determinada barra consiste em somar as potências (daí o nome do método) referentes às cargas e às perdas de potência dos ramos (trechos) que estão depois da barra de interesse. Na soma das cargas é incluída a carga própria. Esse processo é realizado do nó terminal ao nó fonte, ou seja, é um processo "de baixo para cima".

Uma vez calculada a potência equivalente para cada barra do sistema, inicia-se o cálculo das tensões através das equações 3 e 4. Esse processo começa no nó fonte e vai em direção ao nó terminal, tomando-se as barras duas a duas. Uma barra que se comporta como sendo de carga numa primeira fase do processo vem a ser o nó fonte na fase seguinte, após o cálculo da tensão nodal. Repete-se essa sistemática até o nó terminal. Nesse processo, a rede de distribuição é percorrida "de cima para baixo".

A figura 2 mostra o fluxograma do Método Soma de Potências.

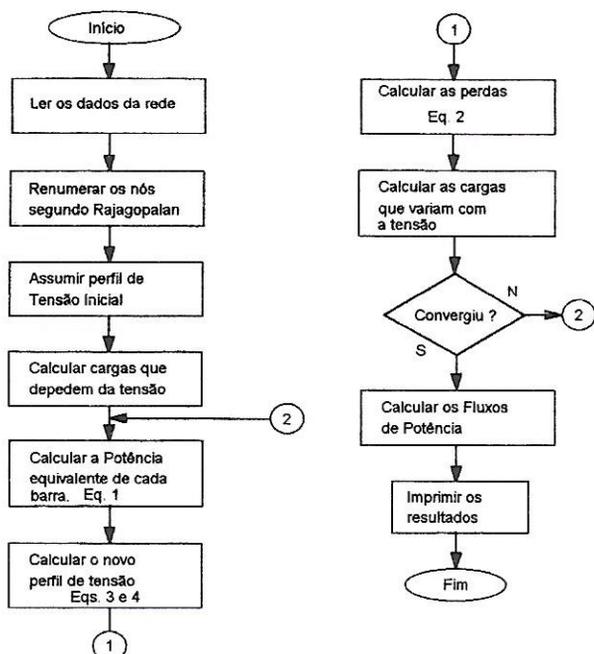


FIGURA 2 : Fluxograma do Método Soma de Potências

Um sistema de numeração especial apresentado por (Rajagopalan,1978) simplifica e dá eficiência aos processos de cálculo das potências equivalentes e das tensões nodais.

### 3. Sistema de Numeração para Nós e Ramos

Os processos de cálculo das potências equivalentes e das tensões nodais, no Método Soma de Potências, exigem que a rede de distribuição seja percorrida nos sentidos ascendente e descendente, respectivamente.

Fazendo-se uma numeração criteriosa para nós e ramos esses dois processos tornam-se simples e rápidos, refletindo em eficiência para o método de fluxo de potência.

Nesse sistema de numeração os nós e os ramos da rede são numerados conjuntamente, ou seja, cada ramo recebe um número que coincide com um dos seus dois nós terminais.

Os artigos de (Rajagopalan,1978) e (Cespedes,1990) não trazem maiores detalhes

sobre esse sistema de numeração. Mas, a partir de uma investigação cuidadosa chega-se as seguintes características :

- i. A numeração deve seguir a seqüência 0,1,2,3,...
- ii. O nó fonte recebe o número 0 (zero).
- iii. A barra que tem origem na linha do nó fonte deve ser numerada com 1 (um).
- iv. Os ramos devem estar organizados (numerados) em ordem crescente.
- v. O último ramo deve ser associado, obrigatoriamente, a um nó terminal.

Como um exemplo, seja o SDEE radial mostrado na figura 3 :

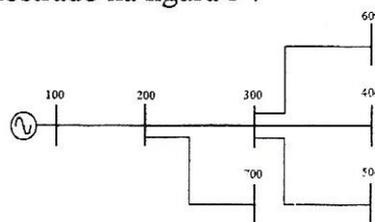


FIGURA 3 : SDEE radial

Renumerando esse sistema, teremos :

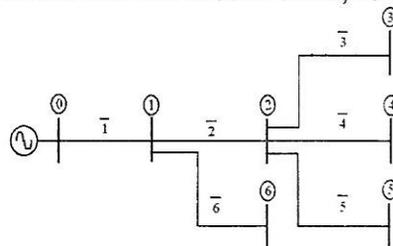


FIGURA 4 : Sistema da figura 3 renumerado

Uma tabela de conectividade de ramo e nó pode ser montada na forma :

TABELA 1 : Conectividade do sistema da figura 6

RAMO	1	2	3	4	5	6
NÓ	0	1	2	2	2	1

Através dessa tabela, o diagrama unifilar do sistema pode ser desenhado. Outra vantagem desse sistema de numeração é que a rede pode ser representada através de um

único vetor, quando da implementação computacional, armazenando somente as informações referentes à linha "nó" da tabela de conectividade. A numeração dos ramos é uma informação implícita, não necessitando armazená-la.

#### 4. Programa Computacional

O programa computacional para o cálculo do fluxo de potência radial trifásico foi implementado em linguagem FORTRAN, seguindo o algoritmo do Método Soma de Potências apresentado na seção 2. A capacidade do programa é de 100 barras, sem incluir a barra fonte.

Os modelos implementados no programa correspondem aos vistos em (Kersting, 1984). As linhas são modeladas pelas fórmulas de Carson, bastando para isso informar a sua configuração, ou seja, o tipo de cabo e os espaçamentos entre eles. A resistividade do solo também é um dado fornecido.

As cargas podem ser representadas como potência constante ou impedância constante. Para a última modelagem é necessário informar a percentagem da carga total que é de impedância constante.

Os reguladores de tensão que apesar de serem modelados por fase, representam as ligações em delta aberto e delta fechado. Para representar a ligação em delta fechado basta colocar o valor do tap como sendo 50% superior ao tap da ligação delta aberto.

#### 5. Aplicações

Como aplicações do Método Soma de Potências para a solução de fluxo de potência trifásico radial, dois sistemas testes, um de alta tensão (13,8kV) e outro de baixa tensão (380V), foram utilizados nas investigações dos efeitos do nível de desequilíbrio do sistema, da variação da tensão e da modelagem das cargas nas perdas elétricas.

##### 5.1 Caso 1 : Efeito do Desequilíbrio das Cargas

O efeito do desequilíbrio das cargas no total das perdas elétricas do sistema foram estudados através dos seguintes sistemas.

##### a) Sistema primário

A figura 5 apresenta o SDEE primário utilizado.

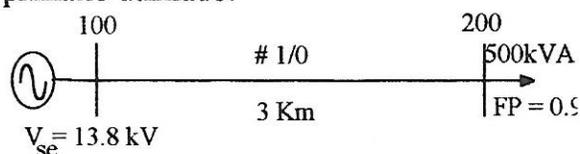


FIGURA 5 : Sistema Primário

O nível de desequilíbrio das cargas foi simulado através da variação do valor de X (ver equações abaixo) em : 0 , 11 , 22 , 33 , 44 , 55 e 66% ; resultando na variação das perdas representadas na figura 6.

$$\text{Carga na fase a} \quad a = \frac{X}{100} \cdot S_{3\phi}$$

$$\text{Carga na fase b} \quad b = \frac{67-X}{100} \cdot S_{3\phi}$$

$$\text{Carga na fase c} \quad c = \frac{33}{100} \cdot S_{3\phi}$$

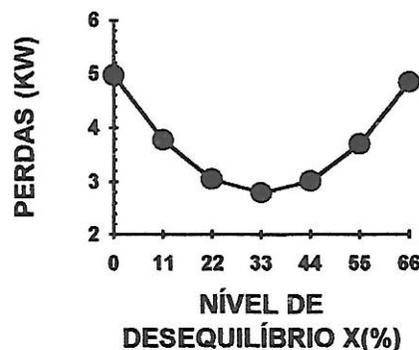


FIGURA 6 : Efeito do Desequilíbrio nas Perdas de Potência Ativa

##### b) Sistema secundário

A figura 17 mostra o SDEE secundário utilizado :

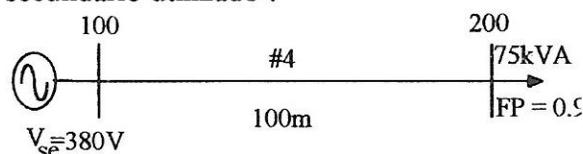


FIGURA 7 : Sistema Secundário

Para o sistema secundário foram feitas as mesmas simulações, resultando no gráfico da figura 8.

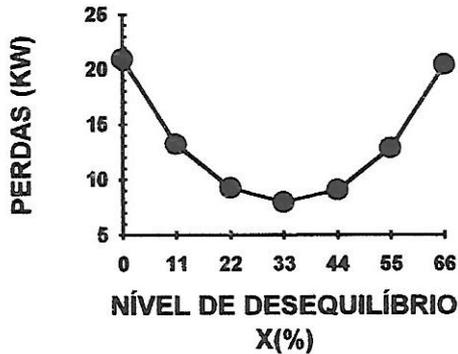


FIGURA 8 : Efeito do Desequilíbrio nas Perdas de Potência Ativa.

Nos dois sistemas analisados (primário e secundário) os gráficos Nível de desequilíbrio X Perdas de potência ativa mostram que as perdas são mínimas quando a carga é equilibrada (nível de desequilíbrio X=33%).

Com o desequilíbrio das cargas correntes circularão pela terra, encontrando maiores obstáculos (resistências) fazendo com que as perdas aumentem consideravelmente.

## 5.2 Caso 2 : Efeito da Variação da Tensão e da Modelagem das Cargas

Com a capacidade para modelar as características das cargas (potência constante e impedância constante) e para modelar os circuitos de distribuição multifases, o método implementado nesse trabalho serve perfeitamente para a verificação desses efeitos.

A variação da tensão no sistema pode ser simulada através da alteração na tensão da subestação, pois essa modificação vai ser sentida por todo o sistema.

A variação da tensão na subestação, em pu, utilizada na simulação foi: 0.9, 0.95, 1.0, 1.05 e 1.10.

Para a análise dos efeitos das características das cargas, foram

considerados quatro tipos delas, descritas na tabela abaixo:

TABELA 2 : Tipos de Cargas Utilizadas na Simulação

Tipo	Pot. Cte.	Imp. Cte.
1	60%	40%
2	100%	0%
3	0%	100%
4	50%	50%

Os mesmos sistemas utilizados na investigação dos efeitos do nível de desequilíbrio das cargas (Caso 1) foram usadas nessa simulação. (figuras 5 e 7)

### a) Sistema primário

Utilizando o programa de fluxo de potência para cada valor de tensão da subestação e modificando o tipo de carga, foram anotados os valores de perdas de potência ativa total do sistema.

Com esses resultados foram montados os seguintes gráficos.

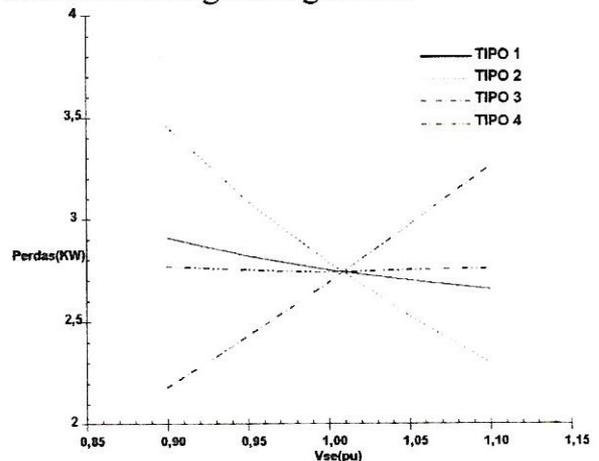


FIGURA 9 : Perdas de Potência Ativa vs. Tensão da Subestação

### b) Sistema secundário

Procedendo da mesma maneira, como no sistema primário, foram obtidos os seguintes gráficos.

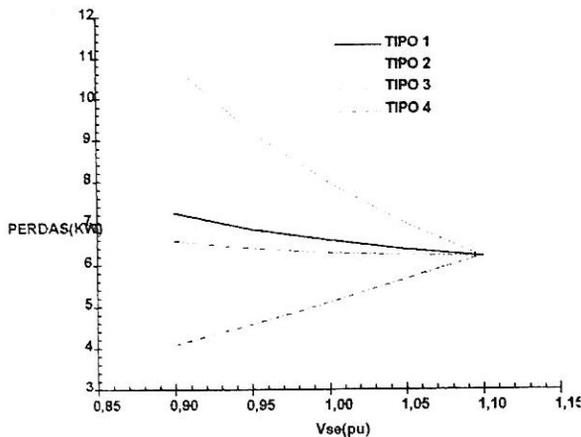


FIGURA 10 : Perdas de Potência Ativa vs. Tensão da Subestação

Os gráficos das figuras 9 e 10 mostram, para ambos os sistemas, que a variação das perdas de potência em função da variação da tensão, depende também da composição do modelo de carga.

Para uma carga modelada como potência constante, um aumento na tensão provoca a diminuição das perdas. Isto ocorre devido a redução da corrente para compensar o aumento da tensão, mantendo a potência constante.

Se a carga é modelada como impedância constante, o comportamento das perdas é diferente. As perdas aumentam com o crescimento da tensão.

O comportamento das perdas devido a uma carga modelada parte como potência constante e parte como impedância constante, vai depender dessa composição, ou seja, a percentagem de potência constante ou de impedância vai definir o comportamento das perdas face a variação da tensão.

## 6. Conclusões

O principal objetivo deste trabalho foi verificar os efeitos do desequilíbrio, da variação da tensão e da modelagem das cargas sobre as perdas elétricas em SDEE's. Para isso, um programa computacional de fluxo de potência trifásico para sistemas radiais foi implementado.

O método Soma de Potências escolhido para implementação foi detalhado, sendo evidenciadas as suas vantagens para a solução do problema de fluxo de potência trifásico radial.

Os efeitos do desequilíbrio do sistema, da variação da tensão e da modelagem das cargas nas perdas elétricas foram investigados, chegando-se aos seguintes resultados:

- i. Quanto maior for o nível de equilíbrio do sistema, menor serão as perdas elétricas.
- ii. A variação das perdas com a tensão depende fortemente do modelo de carga que está sendo adotado.

Esses resultados vêm a fortalecer a necessidade do uso de ferramentas de análise de SDEE que utilizem modelos representativos dos desequilíbrios desses sistemas e das cargas o mais fiel possível com a realidade.

## 7. Referências Bibliográficas

- ANDERSON, M.P. *Analysis of Faulted Power Systems*. Ames, Iowa State Univ. Press, 1973.
- CESPEDES, R. *New Method for the Analysis of Distribution Networks*. IEEE Transactions on Power Delivery, V. 5, n.1, pp.391-396, Jan. 1990.
- KERSTING, W.H *A Method to Teach the Design and Operation of a Distribution Systems*. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, V. PAS-103, n.7, pp. 1945-1952, Jul. 1984.
- RAJAGOPALAN, S. *A New Computacional Algorithm for load Flow Study of Radial Distribution Systems*. Computer and Electr. Eng., V.5, pp.225-231, Pergamon Press, 1978.
- RUDNICK, H. & MUNOZ, M. *Three Phase Load Flow Analysis in Radial Power Systems*. I SIDEE, 1990.
- STEVESON, W.D. *Elements of Power Systems Analysis*. 4ª ed., New York : Mcgraw-Hill, 1982.