

# ESPALHAMENTO ESPECTRAL EM COMUNICAÇÕES MÓVEIS CELULARES

Jefferson Costa e Silva

Grupo de Telecomunicações e Eletromagnetismo Aplicado  
Escola Técnica Federal da Paraíba - ETEPB  
Av. 1º de Maio, 720, João Pessoa, Pb. 58015-430

Jose Ewerton P. de Farias  
Universidade Federal da Paraíba  
Av. Aprígio Veloso, 882  
Campina Grande, PB, 58109-970

## Resumo

*É apresentada uma análise do desempenho de um sistema de comunicações móveis celulares utilizando SSMA/SFH/8FSK (Acesso Múltiplo via Espalhamento Espectral/Saltos em Frequência do tipo Lento/Modulação 8FSK). Apenas o enlace móvel→ERB(Estação Rádio Base) é considerado. Não se emprega codificação para controle de erros. Dois métodos são aplicados para se obter expressões para o desempenho em função de alguns parâmetros do sistema. Alguns resultados numéricos são apresentados no final.*

## 1. Introdução

O rápido crescimento do número de usuários, tem dado origem a intensas pesquisas com vistas a obtenção de novos sistemas celulares, todos eles visando o aumento de capacidade.

O desenvolvimento dos esquemas de acesso múltiplo utilizando espalhamento espectral (SSMA ou CDMA)[1], ocorre principalmente por razões de capacidade. As capacidades e as vantagens relativas deste sistema, bem como dos demais sistemas digitais têm sido objeto de diversos trabalhos recentes [2].

Dentre as características dos esquemas que empregam SSMA, algumas

são de grande benefício para os sistemas celulares, tais como:

- Não há necessidade de se utilizar equalizadores no receptor, dada a inerente capacidade de combate ao efeito de multipercurso.
- Necessidade de apenas um canal de rádio em cada ERB, proporcionando economia de equipamento.
- Não há necessidade de operação de *handoff* convencional.
- Não há necessidade de um “tempo de guarda”, como nos sistemas TDMA.
- Menor vulnerabilidade do sinal faixa larga ao desvanecimento ao se propagar em um meio de rádio móvel.
- O sistema é limitado a interferência.
- Utilização do fator de atividade da voz para aumentar a capacidade.
- Os sistemas SSMA e sistemas analógicos podem operar em bandas iguais sem haver interferência significativa entre ambos.

Considera-se que a potência do transmissor varia com a distância e que os usuários possuem uma distribuição espacial bidimensional de Poisson dentro da célula [3]. Porém nenhum tipo de codificação para controle de erro é utilizado. Para o cálculo do desempenho resultante (probabilidade de erro de símbolo), os desvanecimentos e as interferências são causados pela potência recebida de outros usuários, que variam com a distância aos mesmos. As técnicas matemáticas utilizadas para a obtenção destes parâmetros

são de dois tipos[4]: um é o método de funções características, enquanto que o outro é o método de aproximação Gaussiana. Apenas o enlace usuário móvel-ERB é analisado. A análise ERB-móvel segue procedimento análogo.

Na seção 2 é introduzido o modelo do sistema e é ilustrado o processo de colisão. A seção 3 contém o desenvolvimento analítico, através do método da função característica. A técnica da aproximação Gaussiana é usada na seção 4 para o cálculo da probabilidade de erro de símbolo. Na seção 5 é feita a apresentação e a discussão dos resultados numéricos obtidos.

## 2. Modelo do Sistema

No modelo da rede celular descrito nesta seção, os usuários se comunicam através de ERBs localizadas no centro da célula. Cada usuário possui seu próprio padrão de salto em frequência[4] para transmissão e recepção, enquanto que a ERB possui uma lista com todos os padrões de salto do sistema, podendo atender, no máximo, a certo número deles simultaneamente. Considera-se que os usuários móveis se comunicam com a ERB na presença de interferência causada por outros móveis que estejam igualmente se comunicando com a referida ERB (interferência de acesso múltiplo). Supõe-se que o sistema usa o tempo de forma segmentada[5] e que o sincronismo a nível de pacotes esteja assegurado, mas não a nível de janela de salto.

A chegada (entrada em atividade) de usuários em uma determinada área pode ser modelada por um processo aleatório puntual, como o de Poisson, com parâmetro  $\lambda S$ , onde  $S$  é a área da célula e  $\lambda$  é o número médio de usuários por unidade de área. A adoção deste modelo supõe o seguinte: i) Para uma região  $\Delta A$  dentro da célula, a probabilidade de dois ou mais usuários entrarem em atividade é muito

pequena, ou seja, ficaria distribuída apenas para os valores 0 e 1, significando assim que a probabilidade de no máximo 1 usuário entrar em atividade é aproximadamente 100 %; ii) O número de usuários ativos em um determinado instante é independente deste número em um instante posterior. Logo, o número de usuários móveis interferentes em potencial,  $K$ , nesta região  $S$ , possui uma distribuição de probabilidade dada por:

$$P(K = k) = \frac{(\lambda S)^k}{k!} \exp(-\lambda S) \quad (1)$$

de modo que o número esperado de usuários móveis em  $A$  é dado por  $\bar{K} = \lambda S$ .

Seja  $M = (x, y)$  uma posição no plano, onde a origem  $O = (0, 0)$  será a posição da ERB. Admite-se também que o usuário móvel já estabeleceu a comunicação com a ERB e se comunica na presença de interferência causada por outros usuários móveis dentro da célula de interesse.

O sinal transmitido pelo  $k$ -ésimo usuário móvel é dado por:

$$s_k(t) = \sqrt{2P_0} \cdot \Psi(t) \cos[2\pi(f_c + b_k(t)\Delta + f_k(t))t + \alpha_k(t) + \theta_k(t)] \quad (2)$$

onde  $P_0$  é a potência do sinal transmitido (igual para todos os usuários móveis);  $b_k(t) = \{2b_n^{(k)}\}$ , onde  $b_n^{(k)} \in \{1, 2, \dots, M\}$  é a  $k$ -ésima seqüência de símbolo de informação  $M$ -ária, cada uma de duração  $T_s$ ;  $\Psi(t)$  é uma forma de onda composta de pulsos retangulares e amplitude unitária;  $\theta_k(t)$  é a soma dos deslocamentos de fase devido à modulação e ao salto em frequência, gerada pelo  $k$ -ésimo transmissor;  $f_c$  é a frequência da portadora;  $2\Delta$  é o espaçamento entre dois tons adjacentes quaisquer, dentre os  $M$  diferentes tons;  $f_k(t)$  é a  $k$ -ésima seqüência de salto, e  $\alpha_k(t)$  é a fase introduzida pelo  $k$ -ésimo sintetizador de frequências. Ela assume valor constante  $\alpha_k^{(j)}$  durante o  $j$ -ésimo intervalo de salto.

Considerando-se a atenuação da potência do sinal com a distância, seja  $P(M)$  a potência



de um móvel localizado no ponto M do plano e recebida na origem. Supõe-se que  $P(M)$  é dada por:

$$P(M) = \begin{cases} P_0 r_0^{-\alpha} & \text{se } |OM| \leq r_0 \\ P_0 |OM|^{-\alpha} & \text{se } |OM| > r_0 \end{cases} \quad (3)$$

onde  $|OM|$  é a distância Euclidiana entre o ponto M (usuário móvel) e a origem (ERB),  $r_0$  é algum raio dentro do qual  $P(M)$  é tido como aproximadamente constante,  $P_0$  é a potência transmitida por cada usuário móvel e  $\alpha$  é uma constante que reflete o gradiente de atenuação. O raio  $r_0$  é necessário porque à medida que o ponto M é feito arbitrariamente próximo a zero, o termo  $|OM|^{-\alpha}$  se aproxima de infinito.

Um determinado sinal que está chegando ao receptor (ERB) e foi gerado no ponto  $M_k$ , tem a seguinte forma:

$$r_k(t) = \sqrt{2P(M_k)} \cdot \Psi(t) \cos\{2\pi[f_c + b_k(t)\Delta + f_k(t)]t + \bar{\theta}_k\} \quad (4)$$

onde,  $\sqrt{2P(M_k)}$  representa a amplitude do sinal recebido e  $\bar{\theta}_k$  é o deslocamento de fase total. O sinal recebido tem a seguinte forma:

$$r_k(t) = \sum_k r_k(t - \tau_k) + \eta(t) \quad (5)$$

onde cada sinal  $r_k(t)$  é dado pela equação (4),  $\tau_k$  é um atraso aleatório, uniformemente distribuído entre 0 e  $T_h$  e  $\eta(t)$  é o ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN) com média zero e densidade espectral de potência  $N_0/2$ .

A figura 1 mostra o receptor para o  $i$ -ésimo sinal em um sistema MFSK. Como só há interesse no  $i$ -ésimo sinal, então o sinal recebido espalhado espectralmente  $r(t)$  é comprimido e a saída da seção de compressão espectral é dada por:

$$r_k(t) = \sum_k \left\{ \sqrt{\frac{P(M_k)}{2}} \cdot \delta[f_k(t - \tau_k)] \cdot \Psi(t - \tau_k) \times \cos[2\pi[f_c + b_k(t - \tau_k)\Delta] + \phi_k(t)] \right\} + \eta_d(t) \quad (6)$$

onde  $f_k(\cdot)$  e  $f_i(\cdot)$  representam a  $k$ -ésima e a  $i$ -ésima seqüência de salto, respectivamente;  $\eta_d(t)$  representa um processo aleatório Gaussiano com média zero e densidade espectral de potência  $N_0/8$ ;  $\delta(u,v) = 1$ , se  $u = v$ , e 0 se  $u \neq v$ ,  $\phi_k(t)$  representa o deslocamento de fase total do sinal após o processo de compressão espectral. Não fosse pela interferência de acesso múltiplo, o cálculo da probabilidade de erro seria feito de forma direta. Porém, esta dificuldade pode ser superada através do condicionamento da probabilidade de erro ao número provável de usuários que podem causar colisões e ao número instantâneo de usuários interferentes que colidem com o sinal desejado recebido. Uma colisão ocorre quando  $f_k(t - \tau_k) = f_i(t)$ .

A segunda parte do receptor consiste do demodulador de M ramos, onde cada um possui uma componente em fase e uma em quadratura [1].

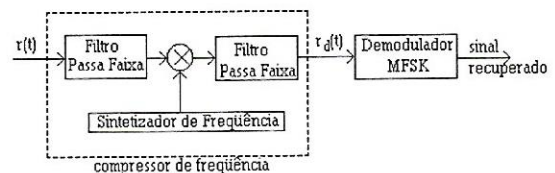


Figura 1 Modelo de receptor MFSK SFH/SSMA

Para a realização do cálculo da probabilidade de erro de símbolo  $\bar{P}_e(k)$  (onde  $K$  é o número de usuários que interferem no sinal desejado), é proveitoso fazer uma distinção **entre colisões completas e colisões parciais**. Uma colisão completa ocorre quando um sinal interferente ocupa a mesma janela de frequência de um símbolo do sinal desejado, durante todo o tempo de duração deste símbolo M-ário particular. Da mesma forma, uma colisão parcial ocorre quando o sinal interferente está presente na mesma janela de

freqüência de um símbolo do sinal desejado, durante apenas uma certa parcela de tempo de duração deste símbolo M-ário particular. Estas colisões podem ser subdivididas em dois tipos: colisões ocorrendo a nível de salto em freqüência (colisão FH, que ocorrem a nível de padrão FH) e aquelas ocorrendo a nível de tons MFSK, conforme mostra a figura 2.

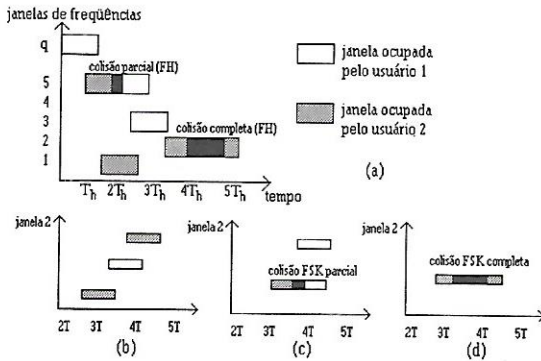


Figura 2: (a) Colisões a nível de padrão FH  
 (b) Colisão FH completa sem colisão a nível FSK  
 (c) Colisão FH completa com colisão FSK parcial  
 (d) Colisão FH completa com colisão FSK completa

Devido à natureza assíncrona do sistema, a ortogonalidade entre os tons FSK tende a ser destruída. Então, quanto menor for o desalinhamento de tempo entre os símbolos FSK, menor será a interferência de acesso múltiplo. Para um número moderadamente grande de saltos em freqüência, a probabilidade de colisões parciais é aproximadamente  $N_s^{-1} q^{-1}$  (onde  $N_s$  é o número de símbolos MFSK por janela de salto e  $q$  é o número de freqüências disponíveis por salto), e de colisões completas é  $q^{-1}$ . Logo, quanto mais lento o salto ( $N_s \gg 1$ ), menos provável é que ocorram colisões parciais e, com isso, a interferência cruzada se torna desprezível. A partir daí, parte-se em busca de limites superiores aproximados para a probabilidade média de erro do sistema MFSK em consideração.

### 3. Cálculo da Probabilidade de Erro Utilizando a Técnica de Função Característica

Considera-se agora que existem  $n$  grupos de usuários interferentes, onde cada  $i$ -ésimo grupo ( $1 \leq i \leq n$ ) possui  $\bar{K}_i$  usuários e todos os usuários possuem potência recebida  $P_i$ . Obtém-se a seguir um limitante superior para a probabilidade de erro de símbolo dado que ao menos um dos  $\bar{K}_i$  usuários interferentes do grupo  $i$  causa apenas colisões completas ou causa colisões completas e parciais simultaneamente. O caso em que ocorre apenas colisões completas se constitui o pior caso. Logo, o limite superior da probabilidade de erro, considerando-se que os usuários causam apenas colisões completas, é dado por[12]:

$$\begin{aligned}
 P_e^{(M)}(\bar{K}_1, \bar{K}_2, \dots, \bar{K}_n) &\leq (1 - P_h)^{\sum_{i=1}^n \bar{K}_i} \cdot \\
 &\left[ P_e^{(M)} - \frac{M-1}{2} \exp\left(\frac{-E_s}{2N_0}\right) \right] + \\
 &(M-1) \int_0^\infty \exp\left(\frac{-u^2}{2E_s/N_0}\right) J_0(u) \cdot \\
 &\prod_{i=1}^n \left[ 1 - P_h + P_h \left( 1 - \frac{2}{M} + \frac{2}{M} J_0(\bar{a}_i u) \right) \right]^{\bar{K}_i} \cdot \\
 &\frac{\bar{K}_i \bar{a}_i P_h J_1(\bar{a}_i u)}{M \left[ 1 - P_h + P_h \left( 1 - \frac{2}{M} + \frac{2}{M} J_0(\bar{a}_i u) \right) \right]} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{u}{2E_s/N_0} \right] du
 \end{aligned} \tag{7}$$

onde  $E_s$  representa a energia de cada símbolo M-ário,  $J_0(u)$  é a função de Bessel de 1ª ordem,  $P_e^{(M)}$  representa a probabilidade de erro condicional de um sistema MFSK em um canal AWGN com nenhuma interferência de outro usuário e  $\bar{a}_i = \sqrt{P_i/P_0}$  (onde  $P_i$  é a potência do



sinal interferente e  $P_0$  é a potência do sinal desejado.

#### 4. Cálculo da Probabilidade de Erro Utilizando Aproximação Gaussiana

Será calculada agora a probabilidade de erro de símbolo na saída do sistema de comunicação de acesso múltiplo utilizando salto em frequência, a partir da análise do sinal de saída do receptor, feita na seção 2, onde as saídas dos  $M$  ramos do demodulador MFSK são aproximadas por variáveis aleatórias Gaussianas com média zero e com mesmas variâncias.

Supondo-se que existem apenas colisões completas, que são provocadas por  $K_i$  dos  $\bar{K}_i$  usuários interferentes, então a probabilidade de erro de símbolo para este caso será:

$$\bar{P}_e^{(M)}(\bar{K}_1, \dots, \bar{K}_n) = \sum_{K_1=0}^{\bar{K}_1} \dots \sum_{K_n=0}^{\bar{K}_n} p(K_1, \dots, K_n) \cdot P_e(K_1, \dots, K_n) \quad (8)$$

onde  $p(K_1, \dots, K_n)$  é a probabilidade de que ao menos um dos usuários interferentes cause uma colisão completa.

Supondo agora que dos  $\bar{K}_i$  usuários interferentes, ao menos um causa colisões completas e ao menos um causa colisões parciais, o cálculo da probabilidade de erro de símbolo geral, é dado por:

$$\bar{P}_e^{(M)}(\bar{K}_1, \dots, \bar{K}_n) = \sum_{K_{1,f}=0}^{\bar{K}_1} \sum_{K_{1,p}=0}^{\bar{K}_1 - K_{1,f}} \dots \sum_{K_{n,f}=0}^{\bar{K}_n} \sum_{K_{n,p}=0}^{\bar{K}_n - K_{n,f}} p(K_{1,f}, K_{1,p}, \dots, K_{n,f}, K_{n,p}) \cdot P_e^{(M)}(K_{1,f}, K_{1,p}, \dots, K_{n,f}, K_{n,p}) \quad (9)$$

onde  $p(K_{1,f}, K_{1,p}, \dots, K_{n,f}, K_{n,p})$  é a probabilidade da ocorrência de ao menos uma colisão completa e ao menos uma colisão parcial dos outros  $\sum \bar{K}_i$  usuários.

#### 5. Resultados Numéricos

Na discussão dos resultados numéricos obtidos, considera-se que a região celular  $A$  possui a forma circular e de raio  $R = 1$ . Isto pode ser visto como uma normalização e os resultados podem ser generalizados para regiões de maior ou menor dimensão.

Os padrões de salto em frequência são do tipo sem memória, ou seja, eles são gerados por uma seqüência de variáveis aleatórias mutuamente independentes e são capazes de endereçar  $q = 512$  diferentes janelas de frequência. O número de símbolos transmitidos em cada janela é igual a 1 (FH lento) e o envelope de pulsos cossenoidais transmitidos possui forma retangular,  $\Psi(t)$ .

Para o cálculo da probabilidade de erro utilizando o método de aproximação Gaussiana, foram considerados dois casos: 1) Quando os usuários interferentes podem causar apenas colisões completas; 2) Quando os usuários interferentes podem causar tanto colisões completas quanto parciais. O primeiro caso se constitui no mais crítico, pois apresenta maiores chances de erro de detecção no sistema. Já no cálculo da probabilidade de erro utilizando o método da função característica, foi considerada apenas o caso em que ocorre colisões completas. Além disso, foram considerados diferentes níveis de potência recebida de acordo com a distância dos usuários móveis com relação à ERB. As curvas vistas na figura 3 mostram um limitante superior para o desempenho do enlace móvel → ERB para três diferentes situações. Os usuários foram divididos em dois grupos, de acordo com a potência recebida ( $P_1 = 0,5$  e  $P_2 = 1$ ). As três curvas (I, II e III) foram obtidas através da aplicação do método da função característica. A curva I corresponde ao caso em que existem 4 usuários interferentes, sendo 2 com potência  $P_1$  e 2 com potência  $P_2$ , e o usuário desejado possui potência  $P_0 = 2$ . A curva II se refere à situação anterior, exceto que a potência do usuário desejado é agora 0,75. A situação da curva III difere daquela da curva I com relação ao número de usuários

interferentes, como especificado na própria fig. 3. Observa-se uma degradação do desempenho em função do aumento do número de usuários interferentes. Para estas três curvas, todas as colisões são consideradas completas, de onde pode-se concluir que os resultados na fig. 3 são pessimistas com relação ao desempenho do enlace em questão. As mesmas condições citadas acima foram utilizadas para a obtenção das curvas I, II e III da fig. 4, exceto pelo fato de que, neste caso utiliza-se o método da aproximação Gaussiana e obtém-se a probabilidade de erro de símbolo (e não um limitante superior). Os resultados apresentados na fig. 5 foram obtidos nas mesmas condições da figura 4, exceto pelo fato que agora são levadas em consideração também colisões parciais.

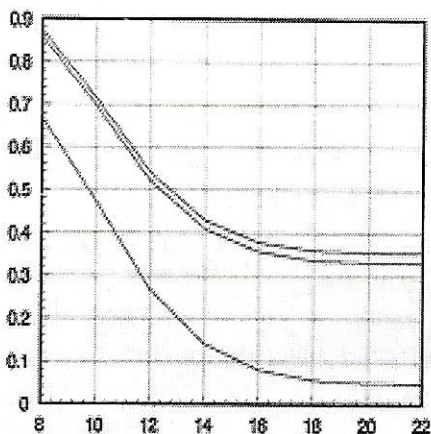


Fig. 3 Limitante superior para a probabilidade de erro de símbolo versus  $E_b/N_0$  para um sist. SSMA/ncrcno

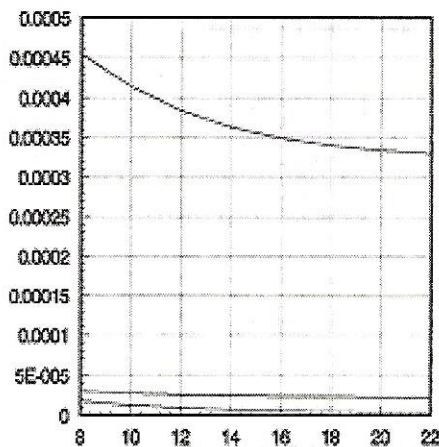


Fig. 4 Probabilidade de erro para um sistema SSMA/SFH/8FSK SSMA/ncrcno, utilizando espalhamento Gaussiano

Uma comparação entre as figs. 4 e 5, comprova a intuição de que a consideração de colisões parciais conduz a desempenhos mais favoráveis.

## 6. Conclusão

São mencionadas algumas das vantagens do uso de técnicas de acesso múltiplo baseadas em espalhamento espectral para o ambiente rádio móvel celular. Um modelo de sistema usando SSMA/SFH/8FSK sem codificação é descrito em detalhes. O fenômeno de ocorrência de colisões é discutido em profundidade. Alguns resultados numéricos para o desempenho do modelo de sistema são apresentados e discutidos.

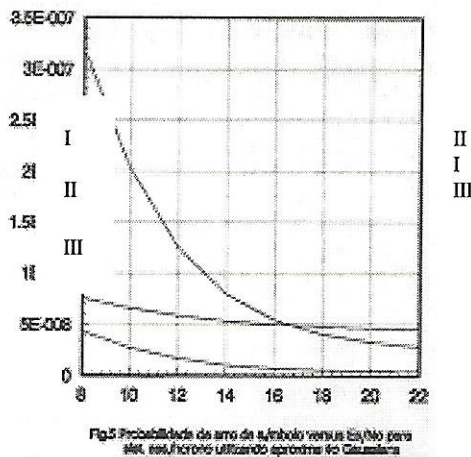


Fig.5 Probabilidade de erro de símbolo versus  $E_b/N_0$  para sist. SSMA/ncrcno utilizando aproximação Gaussiana

## 7. Referências Bibliográficas

- [1] SIMON, M. K., et al., "Spread spectrum communications", Computer Science Service Press, 1985.
- [2] DORNSTETTER, J. L. et al. "Cellular efficiency with slow frequency hopping: analysis of the digital SFH900 mobile system", IEEE, Journal on Select. Areas on Comm. N° 5, Junho, 1987.
- [3] GERANIOTIS, K. S., et al, "Multiple access capability of frequency-hopped spread spectrum revisited: an analysis of the effect of unequal power levels",



- IEEE Trans. on Comms., vol 38 n° 7, Julho 1990.
- [4] SILVA, J. C. “Proposição do uso de SSMA em sistemas de comunicações móveis celulares”, Dissertação de Mestrado, DEE, UFPB, Maio, 1993.
- [5] ROBERTS, L. G., “Aloha packet systems with and without slots and capture”, Communication Review, Abril, 1975.