

# EFEITO DO MAPEAMENTO COM CODIFICAÇÃO GRAY EM UMA CONSTELAÇÃO M-PSK PARA CANAIS AWGN

Luiz Guedes Caldeira

Escola Técnica Federal da Paraíba - ETEFPB

Av. 1º de Maio, 720 - Jaguaribe - 58015-430

João Pessoa - Paraíba - Brasil

Guedes@jpa.etfpb.br

## Resumo

*Este trabalho tem por objetivo mostrar a necessidade de um mapeamento, para a transmissão eficiente, de uma seqüência de bits em uma constelação M-PSK para  $M > 2$ , utilizando-se como modelo o canal com ruído Gaussiano aditivo branco (AWGN).*

## 1. Introdução

Em comunicações digitais, que envolvem a modulação de sinais, é sempre constante a preocupação com a eficiência da transmissão. Podemos aqui traduzir esta eficiência em termos de faixa ocupada pelo espectro modulado, potência de transmissão e, no caso de codificação, complexidade do código utilizado. A codificação utilizada neste trabalho é muito simples, quando comparada aos códigos corretores de erro, pois nenhum tipo de paridade é inserida (*overhead bits*) de modo a garantir a eficiência espectral, e conseqüentemente não necessitar de potência adicional de transmissão para garantir bom desempenho.

Este tipo de codificação na realidade é um mapeamento dos símbolos da constelação de modo a diminuir a incidência de erros na detecção pelo receptor e esta técnica é a codificação Gray[1].

## 2. Codificação Gray

Consideremos uma fonte binária de informação com uma seqüência de bits infinitas a ser transmitida,  $b_0, b_1, \dots, b_k, \dots$ , que posteriormente é mapeada em uma constelação M-PSK onde cada símbolo da constelação

agrupa  $k$  bits de informação.

Suponhamos agora que a constelação em questão é um 8-PSK de modo que a seqüência natural de codificação seria a seqüência binária como mostra a Figura 1 e Tabela 1, desta forma o símbolo  $S_i$  transmitido pode ser expresso da seguinte forma:

$$S_i = \sum_{j=0}^{k-1} 2^j b_j$$

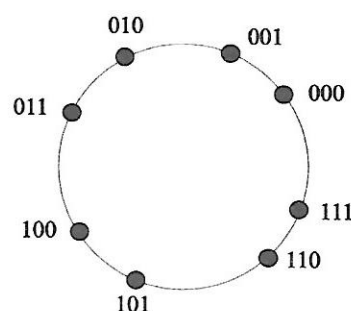


FIGURA 1: Constelação 8-PSK sem codificação Gray.

Tabela 1 - Mapeamento natural da Constelação M-PSK	
Bits de informação	Símbolo
$b_2 b_1 b_0$	$S_i$
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

A codificação Gray é realizada de modo a dois símbolos adjacentes na constelação terem somente 1 bit diferente para exemplificar o 8-PSK.

Temos a Tabela 2 onde os bits não codificados,  $b_j$  e  $c_j$ , respectivamente, onde  $j = 0, 1, \dots, k-1$ , com a seguinte regra de decodificação:

$$c = \begin{cases} b_j \oplus b_{j+1}, & \text{para } j < k - 1 \\ b_j, & \text{para } j = k - 1 \end{cases}$$

onde  $\oplus$  indica operação soma módulo 2, resultando a constelação da Figura 2.

Bits de informação $b_2 \ b_1 \ b_0$	Símbolo
	$c_2 \ c_1 \ c_0$
000	000
001	001
010	011
011	010
100	110
101	111
110	101
111	100

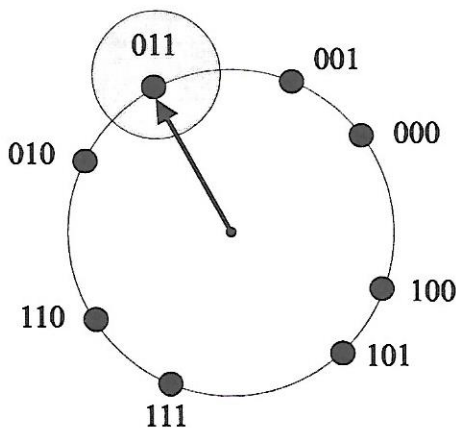


FIGURA 2 - Constelação 8-PSK utilizando codificação Gray.

### 3. Modelo do Canal

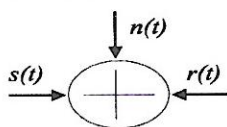


FIGURA 3: Modelo de um canal AWGN

O modelo do canal[2] é mostrado na Figura 3, onde o sinal modulado  $s(t)$  é corrompido por ruído Gaussiano aditivo branco, AWGN,  $n(t)$  com média zero e variância unitária normalizada pela relação sinal ruído SNR, resultando no sinal recebido  $r(t)$ .

A justificativa da codificação Gray é que conforme podemos observar pela Figura 4 a função de distribuição de probabilidade do ruído nos mostra que a probabilidade de valores de amplitudes pequenas de ruído é muito grande em relação a valores maiores que se situam na cauda da curva. Sendo assim podemos concluir que para uma SNR considerável teremos o ruído praticamente "confinado" na região do círculo da Figura 3, ou seja, a probabilidade do receptor errar será muito grande nas regiões vizinhas do símbolo transmitido com uma probabilidade muito pequena de ocorrer um ruído com amplitude tal que o sinal recebido  $r(t)$  venha a cair em regiões da constelação muito distante do símbolo transmitido.

Logo, a codificação Gray, apesar de muito simples, torna-se bastante eficiente, pois conforme o explanado a probabilidade do receptor errar apenas 1 bit é muito grande, limitando praticamente a margem de erro do máximo de  $1/k$ , onde  $k$  é o número de bits mapeados na constelação. Posteriormente, outros códigos serão inseridos[3] com objetivos de detecção e/ou correção de erros, dando assim maior eficiência na decodificação da seqüência de bits transmitida apesar da complexidade inserida.

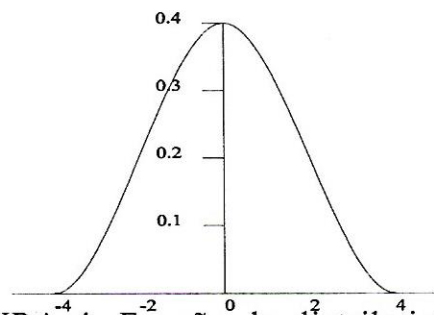


FIGURA 4: Função de distribuição de probabilidade Normal (0,1).

### 4. Resultados

A figura 5 mostra-nos curvas comparativas como resultados de simulação de transmissão 8-

PSK não codificada e codificada onde se percebe um modesto ganho de codificação próximo de 1 dB para baixa SNR.

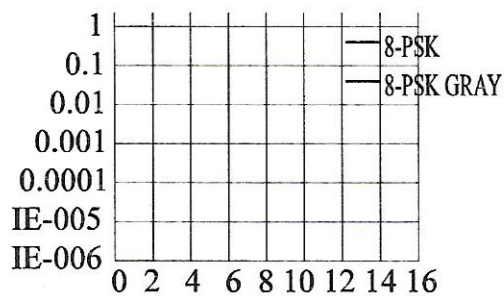


FIGURA 5: Curvas BER x SNR para 8-PSK com e sem decodificação Gray.

### 5. Conclusão

Apesar da incapacidade de detecção e/ou correção de erros, a codificação Gray tem um objetivo mais preventivo evitando um número maior de erros por parte do receptor. Esta codificação é realizada somente para

constelações para  $M > 2$ , onde a probabilidade de erro aumenta com o número de bits mapeados na constalação, de modo que em constelações 16-PSK ela é mais indispensável ainda devido à possibilidade de erro atingir até 4 bits na decodificação de um símbolo e é de se notar que o desempenho da codificação Gray é melhor para constelações grandes visto a praticamente limitar o erro em  $1/k$ .

### 6. Referências Bibliográficas

- [1] PROAKIS, John G., Digital communications. McGraw Hill Book Co. 1989.
- [2] WOZENCRAFT, J. M. e JACOBS, I. M. Principles of communication engineering. Wiley, New York, N.y. 1965.
- [3] LIN, S. e COSTELLO JR., D.J. Error control coding: fundamental and applications. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1983.