

# CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO ESCOAMENTO UNIFORME EM CANAIS TRIANGULARES LISOS

**Jeferson Mack S. Oliveira**

Escola Técnica Federal da Paraíba  
Av. 1º de Maio, Jaguaribe - tel. (083)241 2200 Fax (083)241 1434  
CEP 58.015-430 - João Pessoa-Pb, Brasil

**Tarciso Cabral da Silva**

Centro de Tecnologia - Universidade Federal da Paraíba - Campus I  
fone (083)216 7355 Fax (083)216 7179  
CEP 58.059-900 - João Pessoa-Pb, Brasil

## *Resumo*

*Os fenômenos que influenciam a resistência ao escoamento uniforme em canais triangulares lisos têm sido objeto de diversas pesquisas desde o século 18. Destas, têm resultado formulações para determinação da resistência ao escoamento que não levam em conta conclusivamente os efeitos de forma, bem como a influência da interface água-ar. Neste trabalho apresenta-se um modelo matemático desenvolvido com base em equações do escoamento uniforme, considerando-se uma distribuição variável da tensão de cisalhamento na fronteira do escoamento no canal triangular liso, objetivando a adequação à formulação universal das perdas de carga usada para tubos circulares lisos. Os efeitos devidos a interface água-ar, na resistência ao escoamento são também considerados. O modelo desenvolvido é aplicado a dados experimentais de modelos de canais triangulares lisos, revelando-se bem sucedido.*

Palavras-Chave : Resistência ao escoamento, canais triangulares

## 1. INTRODUÇÃO

Os efeitos da forma da seção transversal no escoamento de água em canais livre têm merecido a atenção dos engenheiros hidráulicos há muitos anos. Estas investigações têm propiciado o desenvolvimento de métodos empíricos e semi-empíricos para o cálculo da resistência do escoamento turbulento uniforme em canais abertos. Tais métodos, mesmo reconhecendo a influência da forma da seção transversal no escoamento, utilizam para representar a geometria da seção, simplesmente, a área da seção A, conjuntamente com o raio hidráulico R, definido como sendo igual a  $\frac{1}{4}$  do diâmetro equivalente de um conduto circular fechado com escoamento. Esta hipótese implica a afirmação de que canais com seções transversais diferentes, tendo a mesma declividade e natureza de configuração do material das paredes e fundo, vão produzir, quando em escoamento uniforme turbulento, velocidade média semelhante, o que não é verdadeiro, segundo comprovações práticas, obtidas em laboratórios (Silva, 1992).

O conceito do raio hidráulico, acima descrito, baseia-se na hipótese simplista de que a distribuição da tensão de cisalhamento ao longo do perímetro molhado da seção transversal é uniforme, como no escoamento de condutos circulares fechados, de onde essas metodologias se originaram, o que não ocorre para condutos abertos não circulares. Portanto, o tratamento do canal como um tubo equivalente de diâmetro igual a 4 vezes o raio hidráulico não leva em conta corretamente os efeitos da forma da seção transversal nestas metodologias.

Neste trabalho mostram-se os principais aspectos de um modelo matemático, para cálculo da resistência ao escoamento em canais triangulares lisos, a partir da análise do método de Kazemipour (1979), e do modelo desenvolvido por Silva (op. cit.) para canais retangulares, onde são empregados novos parâmetros (Oliveira, 1994) que representam os efeitos de forma da seção transversal na resistência do escoamento uniforme em canais abertos.

## 2. ABORDAGEM ANALÍTICA PARA A RESISTÊNCIA AO ESCOAMENTO

O modelo matemático desenvolvido para representar a resistência ao escoamento uniforme, em canais triangulares lisos, baseia-se na aplicação das equações integrais da continuidade e da quantidade de movimento, através de um volume de controle, entre duas seções transversais de geometria qualquer do escoamento uniforme em um canal aberto. Introduce-se no equacionamento um parâmetro dito de forma  $\psi_t$ , que relaciona a resistência calculada globalmente com a calculada integrando-se a tensão tangencial ao longo do perímetro molhado e na superfície livre na interface água-ar combinando-a posteriormente, com a equação de Darcy-Weisbach de perdas de carga.

### 2.1 Modelação matemática para o fator de forma

Integrando-se a expressão da resistência ao escoamento ao longo do perímetro em uma seção definida (figura 1), considerando as variações de  $\tau$  ao longo da fronteira do escoamento (perímetro molhado mais interface água-ar), obtemos

$$F_t = \Delta x \int_0^R \tau_v \cdot dl + \Delta x \int_P \tau_a \cdot dl \quad (01)$$

onde,  $\tau_v$  e  $\tau_a$  são a tensão de cisalhamento devido ao ar sobre a superfície livre e devido ao atrito ao longo do perímetro molhado, respectivamente.

Introduzindo-se um fator, dito de forma  $\psi_t$ , que relaciona a força tangencial calculada, através da equação 01, que expressa as variações da tensão cisalhante ao longo da fronteira (molhada e superfície livre) do escoamento e a força tangencial calculada de acordo com Chezy resulta em :

$$\psi_t = \psi_v + \psi_a \quad (02)$$

onde  $\psi_v$  é a parcela de  $\psi_t$  devido a interface água-ar e  $\psi_a$  devido ao atrito ao longo do perímetro molhado. Sendo,

$$\psi_v = \frac{\Delta x \int_0^R \tau_v \cdot dl}{\rho \cdot g \cdot R \cdot S \cdot \Delta x \cdot P} \quad (03)$$

e,

$$\psi_a = \frac{\Delta x \int_P \tau_a \cdot dl}{\rho \cdot g \cdot R \cdot S \cdot \Delta x \cdot P} \quad (04)$$

onde  $\rho$  é a massa específica da água,  $g$  a gravidade,  $R$  o raio hidráulico,  $S$  a declividade e  $P$  o perímetro molhado da seção.

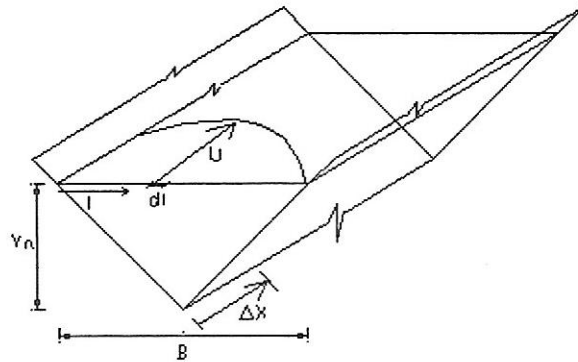


Fig. 01 Coordenadas utilizadas para análise da variação de  $\tau$  ao longo da fronteira do escoamento.

### 2.1.1 Resistência na interface água-ar

O movimento relativo entre as camadas de ar, em contato com a água na superfície livre do canal, origina tensões cisalhantes, induzidas pelo movimento da água na interface água-ar.

De acordo com Wu, Jin (1975) a tensão de cisalhamento é expressa por,

$$\tau_v = \frac{1}{2} C_f \rho_a \cdot u_z^2 \quad (05)$$

onde,  $\rho_a$  é a massa específica do ar à temperatura ambiente,  $u_z$  é a velocidade da superfície da água e  $C_f$  o coeficiente de arrasto, substituindo a expressão 05 na 03 e resolvendo a integral, resulta:

$$\psi_v = \frac{0,0323 v_a^{0,2} p B U^{1,8}}{\rho \cdot g \cdot R \cdot S \cdot P \cdot c^{0,2} \cdot R^* \cdot T} \quad (06)$$

onde,  $v_a$  é a viscosidade cinemática do ar acima da água,  $c$  é o comprimento do canal,  $U$  e  $B$  são a velocidade média e a largura de topo do escoamento,  $p$  é a pressão absoluta,  $R^*$  é a constante do ar,  $T$  temperatura absoluta.

Os resultados obtidos mostram que a parcela  $\psi_v$ , apresenta valores muito pequenos cerca de 0,04 a 0,05% da resistência ao escoamento.

### 2.1.2 Resistência devido à tensão de cisalhamento atuando nas paredes do canal

Considerando-se a variação da tensão de cisalhamento ao longo do perímetro molhado, tem-se:

$$\tau_a = \rho \cdot g \cdot \mathfrak{R} \cdot S \quad (07)$$

onde  $\mathfrak{R}$  é uma função que reflete a variação de  $\tau_a$  e vai de 0 a  $R$ .

Para um canal triangular a expressão de  $\mathfrak{R}$  conseguida do ajuste pelo método dos mínimos quadrados à distribuição adimensionalizada de tensão de cisalhamento calculada por Liggett, Chiu e Miao (1965). A figura 02 mostra o esquema de variáveis utilizadas. A expressão para  $\psi_a$  foi determinada então com

$$\psi_a = 1,7963 \frac{L}{P} \quad (08)$$

e substituindo-se  $P = 2L$ , resulta em:  $\psi_a = 0,8982$ , para esta geometria, ou seja  $\alpha = 45^\circ$  ( $B/y_n = 4$ ).

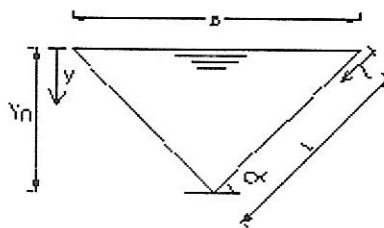


Fig. 02 Esquema de coordenadas usadas para análise da variação da tensão de cisalhamento ao longo das paredes.

### 2.1.3 Resistência total ao escoamento

A pequena resistência, devido à interface água-ar do escoamento, expressa em termos de  $\psi_v$  pode ser desprezada por representar apenas cerca de 0,04 a 0,05 por cento da resistência devido ao atrito nas paredes. Para o parâmetro de forma  $\psi_{tc}$  do canal tratado nesta análise não foram computados os efeitos das forças dissipativas geradas pelas correntes de circulação. Para considerar esses efeitos foi feita uma calibração utilizando os dados de Powell e Posey (1959), aplicando-se o método dos mínimos quadrados, que resultou no valor do parâmetro de forma ( $\psi_{tc}$ ) computados os efeitos acima descritos, em  $\psi_{tc} = 1,0937$ . A figura 03 mostra os valores dos coeficientes de atrito  $f_c$  (observado) e  $f_{t,c}$  (calculado) para os dados de Powell e Posey (op. cit.).

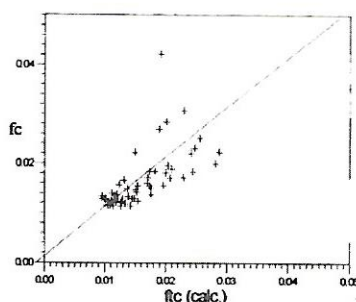


Fig. 03 Relação  $f_c$  (observados) e  $f_{t,c}$  (calculados).

## 3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados apontam, como principal fator contribuinte da resistência ao escoamento em canais triangulares lisos, as tensões cisalhantes atuantes ao longo das paredes, do canal, seguidas das dissipações devido as correntes secundárias e, por último, a parcela proveniente do atrito na interface água-ar.

A análise efetuada para o efeito da resistência do ar sobre o escoamento mostrou claramente que esta parcela da resistência total ao escoamento, é desprezível para condições de laboratório. Vale salientar que não foi encontrado na bibliografia nenhum estudo que calculasse os efeitos da resistência devido à interface água-ar no escoamento em canais.

A calibração com os dados experimentais de Powell e Posey (op.cit.) caracterizam uma metodologia racional, que consegue captar e expressar todas as influências das correntes secundárias no coeficiente de atrito (refletidas no aumento do coeficiente de atrito  $f_c$  em relação ao coeficiente de atrito  $f$  da teoria de von Karman-Prandtl) e por conseguinte  $\psi_{tc} > 1$ .

O escoamento uniforme sendo rotacional com correntes de circulação multicelulares e a conseqüente desuniformização da tensão de cisalhamento ao longo da fronteira, como visto, invalida formulações simples baseadas em equações do tipo Chezy.

A aplicação do modelo para os dados experimentais foi feita para canais com ângulo entre as paredes e a horizontal igual a  $45^\circ$  no que resultou num coeficiente de forma  $\psi_{ic} = 1,0937$ .

Os valores do  $f_C$  observados e dos  $f_{i,c}$  calculados conforme a fig. 03 se alinham razoavelmente em torno da reta  $f_C = f_{i,c}$  o que demonstra ter sido o modelo bem sucedido.

#### 4. CONCLUSÕES

1) Para o escoamento no canal triangular considerado, a parcela do coeficiente de atrito devido à tensão de cisalhamento no perímetro molhado corresponde a 82,12%, enquanto que a parcela devido às forças dissipativas oriundas das tensões de Reynolds (que provocam as correntes secundárias) correspondem a 17,84% e a parcela devido à resistência da interface água-ar a 0,04% (valor médio) do coeficiente de atrito do canal  $f_C$ .

2) O valor do fator de forma  $\psi_{ic}$  calculado pelo modelo para o canal triangular liso com  $\alpha = 45^\circ$  resultou em 1,0937. Vale observar que os valores de  $\psi_{ic}$  para a seção retangular calculados por Kazemipour e Apelt (op. cit.) e Silva (op. cit.) variaram de 1,07 a 1,11 segundo a razão de aspecto  $B/y_{av}$ . Pode-se inferir portanto, que o canal triangular apresenta um comportamento bastante semelhante ao canal de seção retangular em termos de  $\psi$ .

3) Nos textos de Hidráulica e Mecânica dos Flúidos, que tratam de canais abertos, consta sempre a simplificação de que a influência do ar na resistência ao escoamento é desprezível. Na bibliografia mais especializada, artigos técnicos e comunicações aparecem, também, as mesmas assertivas. No entanto, nenhuma demonstração foi encontrada para esta afirmação. A análise feita para determinar a influência, quase nula do vento, na resistência ao escoamento inova no sentido de que foi utilizada uma metodologia fundamentada na teoria da camada limite desenvolvida por Prandtl.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

KAZEMIPOUR, A. K. ; APELT, C. J., "Shape Effects on Resistance to Uniform Flow in Open Channels", Journal of Hydraulic Research, Delft, Vol. 17, nº2, 1979, pp 129-147.

KEULEGAN, G. H., "Laws of Turbulent Flow in Open Channels", J. of Research, National Bureau of Standards, Washington D. C., Research Paper 1151, Vol. 21, Nº 6, Dec., 1938 pp 707-741.

LIGGETT, J. A.; CHIU, C.; MIAO, L. S., "Secondary Currents in a Corner", Journal of the Hydraulics Division, Proc. ASCE, Vol.91, Nº HY6, Novem., 1965, pp 99-117.

OLIVEIRA, J. M. S., "Resistência ao Escoamento Uniforme em Canais Triangulares Lisos", Dissertação de Mestrado: Universidade Federal da Paraíba – Centro de Tecnologia, João Pessoa, Paraíba, 1994, 66 p.

POWELL, R. W.; POSEY, C. J., "Resistance Experiments in a Triangular Channel", Journal of the Hydraulics Division, Proc. ASCE, Vol.85, Nº HY5, May, 1959, pp 31-66.

SILVA, T. C., "Efeitos de Forma na Resistência do Escoamento Uniforme Livre em Canais", Tese de Doutorado: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992, 85 p.

WU, JIN, "Wind Effects on Stream Flows", Journal of Hydraulic Research, Nº 4, 1975, pp 405-423.