

# COMPONENTES DE POTÊNCIA EM CIRCUITOS ELÉTRICOS TRIFÁSICOS NÃO-SENOIDAIS

**Walmeran José Trindade Júnior**

Escola Técnica Federal da Paraíba  
Av. 1º de Maio, 720 - Jaguaribe  
58.015-430 - João Pessoa - Paraíba - Brasil  
e-mail : walmeran@zatek.com.br

## Resumo

*Neste trabalho é mostrada uma definição para as componentes de potência em circuitos elétricos trifásicos operando em condições não-senoidais, dando seqüência ao artigo "Componentes de Potência em Circuitos Elétricos Monofásicos Não-Senoidais" [1].*

Palavras-Chave : Componentes de Potência, Definições de Potência, Circuitos Não-senoidais.

## 1. Introdução

Qualquer uma das definições de potência para circuitos monofásicos apresentadas em [1], pode ser aplicada para circuitos trifásicos. Quando um circuito trifásico é simétrico (balanceado), ele pode ser analisado como um circuito monofásico, e cada uma das definições apresentadas pode ser aplicada. Porém, se o circuito trifásico for assimétrico, essas definições não descrevem como a assimetria do circuito afeta a potência não-ativa T [2].

As definições de potência em circuitos trifásicos senoidais e não-senoidais, esta última apresentada por Czarnecki, serão mostradas a seguir.

## 2. Componentes de Potência em Sistemas Trifásicos :

### 2.1 Em Condições Senoidais :

Em sistemas trifásicos, as componentes de potência de cada fase são somadas aritmeticamente, para resultar na potência total do sistema.

$$P_{3\phi} = \sum_k P_k \quad Q_{3\phi} = \sum_k Q_k \quad (1)$$

onde  $P_k$  e  $Q_k$  são calculados de (2) e (3) para cada fase, usando tensões de fase e correntes de linha.

$$P_k = \frac{1}{T} \int_0^T v_k(t) \cdot i_k(t) dt = V_k I_k \cos \varphi \quad (2)$$

$$Q_k = V_k I_k \sin \varphi \quad (3)$$

A potência aparente trifásica fica :

$$S_{3\phi} = \sum_k S_k = \sum_k \sqrt{P_k^2 + Q_k^2} \quad (4)$$

com  $k=r,s,t$ .

Se o sistema trifásico for balanceado, as componentes de potência de uma fase são iguais as das outras fases. Assim,

$$P_{3\phi} = 3P \quad Q_{3\phi} = 3Q \quad S_{3\phi} = 3S \quad (5)$$

## 2.2. Em Condições Não-Senoidais (Definição de Czarnecki) :

Na definição de Czarnecki [3], é considerado o circuito trifásico como descrito na Figura 1. Esse circuito apresenta uma fonte de tensão não-senoidal, trifásica e simétrica. A carga é não-linear ou com parâmetros com variação periódica, sem acoplamento magnético e com todas as correntes tendo o mesmo período da fonte de tensão. O valor médio da tensão da fonte e da corrente da carga é assumido como sendo zero.

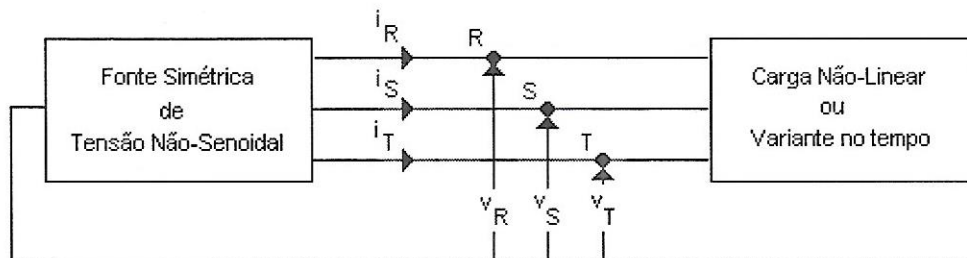


FIGURA 1 : ESTRUTURA DO CIRCUITO TRIFÁSICO

O vetor das tensões de fase são :

$$\bar{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} v_R \\ v_S \\ v_T \end{bmatrix} = \sum_n \begin{bmatrix} v_{Rn} \\ v_{Sn} \\ v_{Tn} \end{bmatrix} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_n \begin{bmatrix} \bar{V}_{Rn} \\ \bar{V}_{Sn} \\ \bar{V}_{Tn} \end{bmatrix} e^{jn\omega t} \quad (6)$$

tendo forma similar, o vetor das correntes.

O produto escalar de dois vetores é definido como :

$$(\bar{i}_x, \bar{i}_y) = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{i}_x \bar{i}_y^t dt = \operatorname{Re} \sum_n (\bar{I}_{xn} \bar{I}_{yn}^* + \bar{I}_{xn} \bar{I}_{yn}^* + \bar{I}_{xn} \bar{I}_{yn}^*) \quad (7)$$

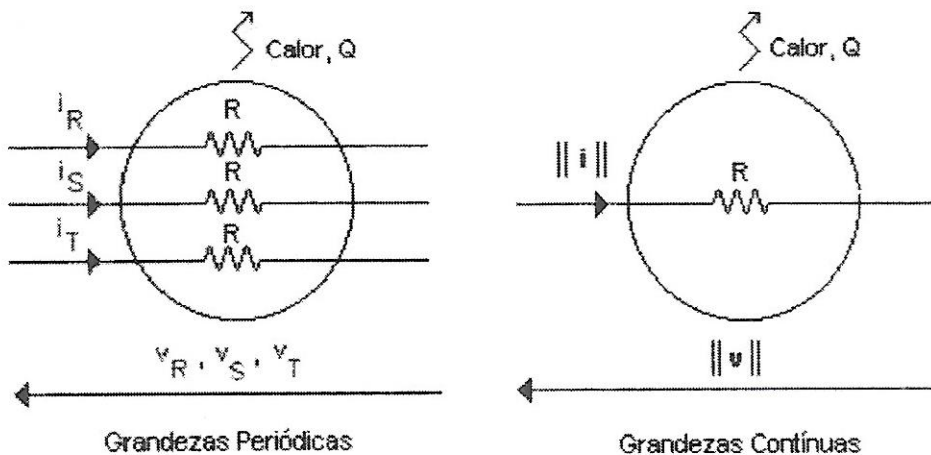


FIGURA 6 : CIRCUITOS EQUIVALENTES EM EFEITO TÉRMICO DE  $\bar{i}$  E  $\|\bar{i}\|$

$$\|\bar{i}\| = \sqrt{(\bar{i}, \bar{i})} = \sqrt{\sum_n (I_{Rn}^2 + I_{Sn}^2 + I_{Tn}^2)} = \sqrt{\sum_n \|\bar{i}_n\|^2} \quad (8)$$

A norma  $\|\bar{i}\|$  do vetor  $\bar{i}$  pode ser considerada como o seu valor rms generalizado [3]. Se o efeito térmico da corrente  $\bar{i}$  em um dispositivo trifásico não depende da frequência, então a norma  $\|\bar{i}\|$  é igual ao valor dc que resulta no mesmo efeito térmico no dispositivo trifásico com as três correntes  $i_R$ ,  $i_S$  e  $i_T$  (ver Figura 2).

A potência ativa P transmitida através dos terminais RST é :

$$\begin{aligned} P &= (\bar{v}, \bar{i}) = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{v}' \bar{i} dt = \frac{1}{T} \int_0^T (v_R i_R + v_S i_S + v_T i_T) dt \\ &= \text{Re} \sum_n (\bar{V}_{Rn} \bar{I}_{Rn}^* + \bar{V}_{Sn} \bar{I}_{Sn}^* + \bar{V}_{Tn} \bar{I}_{Tn}^*) \end{aligned} \quad (9)$$

A potência aparente S da fonte trifásica é uma quantidade convencional [3]. Ela é assumida como tendo a mesma definição usada nos circuitos monofásicos, ou seja, a potência aparente S no circuito trifásico é o produto da tensão rms da fonte e da corrente rms generalizada.

$$S = \|\bar{v}\| \|\bar{i}\| \quad (10)$$

E, seguindo essas considerações, o grau de utilização da fonte trifásica é expressa em termos do fator de potência, definido como :

$$\lambda = \frac{P}{S} \quad (11)$$

### 2.2.1 Circuito Assimétrico com Carga Linear :

A condutância equivalente  $G_c$  e a susceptância equivalente  $B_c$  da carga assimétrica, ou seja, a condutância e a susceptância de uma carga simétrica que tenha a mesma tensão  $\bar{v}$  e as mesmas potências ativa e reativa da carga assimétrica são dadas por :

$$G_{en} = \frac{P_n}{\|\bar{v}_n\|^2} \quad B_{en} = -\frac{Q_n}{\|\bar{v}_n\|^2} \quad (12)$$

onde

$$P_n = \text{Re}(\bar{V}_{Rn} \bar{I}_{Rn}^* + \bar{V}_{Sn} \bar{I}_{Sn}^* + \bar{V}_{Tn} \bar{I}_{Tn}^*) \quad (13)$$

$$Q_n = \text{Im}(\bar{V}_{Rn} \bar{I}_{Rn}^* + \bar{V}_{Sn} \bar{I}_{Sn}^* + \bar{V}_{Tn} \bar{I}_{Tn}^*) \quad (14)$$

Que drenam as correntes ativa e reativa

$$\bar{i}_{an} = G_{en} \bar{v}_n \quad \bar{i}_{m} = B_{en} \frac{d}{d(\text{not})} \bar{v}_n \quad (15)$$



A diferença entre a corrente da fonte do circuito assimétrico  $\bar{i}_n$  e do circuito simétrico  $(\bar{i}_{an} + \bar{i}_m)$ , que têm as mesmas potências ativa e reativa, é igual a :

$$\bar{i}_{un} = \bar{i}_n - (\bar{i}_{an} + \bar{i}_m) \quad (16)$$

Dessa forma, a corrente da fonte do circuito assimétrico  $\bar{i}_n$  é decomposta em três componentes

$$\bar{i}_n = \bar{i}_{an} + \bar{i}_m + \bar{i}_{un} \quad (17)$$

que é mostrado em [3] que elas são mutuamente ortogonais. Assim,

$$\|\bar{i}_n\|^2 = \|\bar{i}_{an}\|^2 + \|\bar{i}_m\|^2 + \|\bar{i}_{un}\|^2 \quad (18)$$

onde

$$\|\bar{i}_{an}\| = G_{en} \|\bar{v}_n\| \quad \|\bar{i}_m\| = |B_{en}| \|\bar{v}_n\| \quad (19)$$

A terceira componente  $\bar{i}_{un}$  aparece na corrente da fonte como o resultado da assimetria da circuito e seu valor rms  $\|\bar{i}_{un}\|$  é uma medida da sobrecarga da fonte causada pelo desbalanceamento da carga. Portanto, este termo é chamado de corrente desbalanceada.

Quando a tensão da fonte é não-senoidal, então a decomposição (18), depois que uma condutância equivalente  $G_e$  da carga é especificada por

$$G_e = \frac{P}{\|\bar{v}\|^2} \quad (20)$$

pode ser generalizada para

$$\bar{i} = \bar{i}_a + \bar{i}_r + \bar{i}_u + \bar{i}_s \quad (21)$$

com

$$\bar{i}_a = G_e \bar{v} \quad \bar{i}_r = \sum_n \bar{i}_m \quad (22)$$

$$\bar{i}_u = \sum_n \bar{i}_{un} \quad \bar{i}_s = \sum_n (G_{en} - G_e) \bar{v}_n \quad (23)$$

A equação de potência baseada na decomposição da corrente apresentada tem a forma:

$$S^2 = P^2 + Q_r^2 + D_u^2 + D_s^2 \quad (24)$$

com

$$Q_r = \|\bar{v}\| \cdot \|\bar{i}_r\| \quad D_u = \|\bar{v}\| \cdot \|\bar{i}_u\| \quad D_s = \|\bar{v}\| \cdot \|\bar{i}_s\| \quad (25)$$

As equações de corrente e de potência (17 a 25), não só explicam as razões da corrente da fonte e da potência não-ativa T aumentarem, mas também elas fornecem importantes informações a respeito da possibilidade de redução dessa potência [4]. No artigo [5], para um número finito de

harmônicas, as correntes reativa  $\bar{i}_r$  e desbalanceada  $\bar{i}_u$ , bem como as potências  $Q_r$  e  $D_u$ , podem ser compensadas por compensadores reativos shunt.

### 2.2.2 Circuito Assimétrico com Carga Não-Linear e/ou Variante no Tempo :

Quando a carga é não-linear e/ou variante no tempo, então o conjunto da ordem das harmônicas da corrente de carga difere do mesmo conjunto das harmônicas da tensão da fonte. Assim, a corrente harmônica  $\bar{i}_h$  é definida como :

$$\bar{i}_h = \begin{bmatrix} \bar{i}_{Rh} \\ \bar{i}_{Sh} \\ \bar{i}_{Th} \end{bmatrix} = \sum_k \begin{bmatrix} \bar{i}_{Rk} \\ \bar{i}_{Sk} \\ \bar{i}_{Tk} \end{bmatrix} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_k \begin{bmatrix} \bar{I}_{Rk} \\ \bar{I}_{Sk} \\ \bar{I}_{Tk} \end{bmatrix} e^{jk\omega t} \quad (26)$$

A corrente restante,  $\bar{i} - \bar{i}_h$ , pode ser decomposta como no circuito linear. Isto é, a decomposição final tem a forma :

$$\bar{i} = \bar{i}_a + \bar{i}_r + \bar{i}_u + \bar{i}_s + \bar{i}_h \quad (27)$$

É mostrado em [3] que todas essas cinco componentes são mutuamente ortogonais. Assim,

$$\|\bar{i}\|^2 = \|\bar{i}_a\|^2 + \|\bar{i}_r\|^2 + \|\bar{i}_u\|^2 + \|\bar{i}_s\|^2 + \|\bar{i}_h\|^2 \quad (28)$$

Essa equação explicita cinco diferentes razões para o aumento do valor rms da corrente da fonte em um circuito trifásico :

- (i) potência ativa de transmissão -  $\bar{i}_a$ ;
- (ii) fluxo de energia oscilatório -  $\bar{i}_r$ ;
- (iii) desequilíbrio da carga -  $\bar{i}_u$ ;
- (iv) mudança da condutância da carga com a frequência -  $\bar{i}_s$ ;
- (v) geração de harmônicas pela não-linearidade e/ou variação de parâmetros da carga -  $\bar{i}_h$

Os valores rms dessas correntes são :

$$\|\bar{i}_a\| = G_e \|\bar{v}\| \quad \|\bar{i}_r\| = \sqrt{\sum_n G_n^2 / \|\bar{v}_n\|^2} \quad (29)$$

$$\|\bar{i}_u\| = \sqrt{\|\bar{i}\|^2 - \|\bar{i}_a\|^2 - \|\bar{i}_r\|^2 - \|\bar{i}_s\|^2 - \|\bar{i}_h\|^2} \quad (30)$$

$$\|\bar{i}_s\| = \sqrt{\sum_n (G_{cn} - G_e)^2 \|\bar{v}_n\|^2} \quad \|\bar{i}_h\| = \sqrt{\sum_k (I_{Rk}^2 + I_{Sk}^2 + I_{Tk}^2)} \quad (31)$$

A equação de potência baseada na decomposição da corrente apresentada tem a forma:

$$S^2 = P^2 + Q_r^2 + D_u^2 + D_s^2 + D_h^2 \quad (32)$$

com

$$Q_r = \|\bar{v}\| \cdot \|\bar{i}_r\| \quad D_u = \|\bar{v}\| \cdot \|\bar{i}_u\| \quad (33)$$

$$D_s = \|\bar{v}\| \cdot \|\bar{i}_s\| \quad D_h = \|\bar{v}\| \cdot \|\bar{i}_h\| \quad (34)$$

As equações de corrente e de potência (27 a 34), não só explicam as razões da corrente da fonte e da potência não-ativa  $T$  aumentarem, mas também elas fornecem importantes informações a respeito da possibilidade de redução dessa potência [4]. No artigo [5], para um número finito de harmônicas, as correntes reativa  $\bar{i}_r$  e desbalanceada  $\bar{i}_u$ , bem como as potências  $Q_r$  e  $D_u$ , podem ser compensadas por compensadores reativos shunt.

A corrente harmônica  $\bar{i}_h$ , injetada na fonte pela carga não-linear e/ou variante no tempo, pode ser reduzida por circuitos reativos que formam divisores de corrente. Os filtros de harmônicos, por exemplo, formam tais divisores [2].

### 3. Conclusão :

O mesmo procedimento de decomposição da corrente da fonte, em componentes ortogonais, utilizado por Czarnecki para definir as potências em circuitos elétricos monofásicos não-senoidais foi estendido por ele para os circuitos elétricos trifásicos não-senoidais.

Baseando-se no conceito de valor rms generalizado, e classificando os circuitos em assimétricos com carga linear e assimétricos com carga não-linear ou variante no tempo, as definições de potência para circuitos trifásicos propostas por Czarnecki continuam com as mesmas características das definições por ele apresentadas para circuitos monofásicos, ou seja, as definições para potência em circuitos trifásicos ainda se mostram coerentes matematicamente e fisicamente.

### 4. Referências Bibliográficas :

- [1] TRINDADE, W. J. **Componentes de Potência em Circuitos Elétricos Monofásicos Não-Senoidais**, Revista Principia, ano 2, n. 5, Março, 1998.
- [2] CZARNECKI, L. S. **Comparison of Power Definitions for Circuits with Nonsinusoidal Waveforms**, IEEE Tutorial Course, Nonsinusoidal Situations : Effects on the Performance of Meters and Definitions of Power, pp. 43-50, New York, 1990.
- [3] \_\_\_\_\_. **Orthogonal Decomposition of the Currents in a 3-phase Nonlinear Asymmetrical Circuit with Nonsinusoidal Voltage Source**, IEEE Trans. Instr. Meas., vol. IM-37, n. 1, pp. 30-34, March, 1988.
- [4] \_\_\_\_\_. **Physical Reasons of Currents RMS Value Increase in Power Systems with Nonsinusoidal Voltage**, IEEE Trans. Power Deliv., vol. 8, n. 1, pp. 437-447, January, 1993.
- [5] \_\_\_\_\_. **Reactive and Unbalanced Currents Compensation in Three-Phase Asymmetrical Circuits Under Nonsinusoidal Conditions**, IEEE Trans. Instr. Meas., vol. IM-38, no. 3, pp. 754-759, June, 1989.