

SUBMETIDO 16/09/2021

APROVADO 24/05/2022

PUBLICADO ON-LINE 31/05/2022

PUBLICADO 10/07/2023

EDITORA ASSOCIADA
Luzia Góes Camboim

DOI: <http://dx.doi.org/10.18265/1517-0306a2021id6371>

ARTIGO ORIGINAL

Um modelo de Programação Linear Inteira para apoiar a decisão de plano mestre de produção em uma empresa de laticínio no interior do estado do Paraná

 Marcos Antonio Silva Cirilo ^[1]

 Rafael Henrique Palma Lima ^{[2]*}

 Gislaíne Camila Lapasini Leal ^[3]

 Juliana Adrian Emidio ^[4]

 Grasielle Scaramal Madrona ^[5]

[1] marcos.ascirilo@gmail.com

[3] gclleal@uem.br

[4] jaemidio2@uem.br

Departamento de Engenharia de
Produção, Universidade Estadual de
Maringá (UEM), Brasil

[2] rafaelhlma@utfpr.edu.br

Departamento de Engenharia de Produção,
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
(UTFPR), Brasil

[5] gsmadrona@uem.br

Departamento de Engenharia de
Alimentos, Universidade Estadual de
Maringá (UEM), Brasil

RESUMO: As empresas de laticínios têm dificuldade em tomar decisões importantes na construção do planejamento mestre de produção. Muitas vezes, as empresas tomam a decisão de produzir derivados lácteos para consumir todo o leite disponível de seus fornecedores ou mesmo compram leite *spot* (comercializado entre indústrias) adicional para ocupar toda a capacidade da fábrica, apesar de não ter demanda para esses produtos. Como o custo do leite é o fator-chave para garantir a competitividade do preço final do produto acabado frente aos concorrentes, a estocagem de um produto produzido em um período de alta do leite afeta a competitividade de preço na venda em períodos de baixa do leite. Este estudo tem como objetivo propor um modelo de Programação Linear Inteira (PLI) para apoiar a elaboração de um plano mestre de produção que maximize o faturamento bruto, direcionando a decisão de compra e de venda de insumos, atendendo a demanda dos clientes e reduzindo o estoque de produto acabado pela metade no fim do período. Para os testes do modelo, foram geradas instâncias, usando parâmetros reais extraídos de uma empresa de laticínio do interior do Paraná, as quais foram resolvidas usando o *solver* Gurobi. Os resultados demonstram que o modelo proposto é representativo e pode ser adotado para apoiar a tomada de decisão em relação ao plano de produção ao longo de um horizonte de planejamento. No caso estudado, o modelo proposto foi capaz de melhorar o resultado financeiro da empresa em mais de 10%.

Palavras-chave: laticínio; otimização; planejamento mestre de produção; programação linear.

An Integer Linear Programming model to support the decision for a master production plan in a dairy factory in the state of Paraná

*Autor para correspondência.

ABSTRACT: Dairy industries face difficulty in making important decisions in the construction of the master production plan. Often, companies make the decision to produce dairy products to consume all the milk available from their suppliers or even buy additional spot milk (traded between industries) to occupy the entire capacity of the factory, even though there is no demand for these products. As the cost of milk is the key factor to guarantee the competitiveness of the final price of the finished product compared to competitors, the storage of a product produced during a period of rising milk price will affect the price competitiveness in sales in periods of dropping milk price. This study aims to propose a Linear Programming model (LP) to support the elaboration of a master production plan that maximizes gross revenue, directing the purchase and sale of inputs, meeting customer demand and reducing the stock of unfinished products at the end of the period. For model tests, instances were generated using real parameters extracted from a dairy factory in the state of Paraná and these instances have been solved using Gurobi solver. The results showed that the proposed model represents the real situation well, being able to be adopted for decision making of a long term production plan. In the studied case, the proposed model was able to improve financial results by more than 10%.

Keywords: dairy; linear programming; master production planning; optimization.

1 Introdução

O setor de laticínios possui grande importância na economia mundial, com cerca de 6 bilhões de pessoas consumindo, regularmente, produtos derivados do leite, segundo a Global Dairy Platform (GDP, 2016). No Brasil, o setor de laticínios tem uma grande importância, pois, além de ser um dos maiores produtores mundiais, apresenta relevância para o país em função do grande número de estabelecimentos existentes, de empregos gerados e pela agregação de valor aos produtos, o que, conseqüentemente, proporciona geração de renda. Além disso, a indústria brasileira de laticínios apresenta a predominância de pequenas e médias empresas no setor, com poucas empresas de grande porte. Essa informação pode ser reforçada pelo registro de mais de 6.000 indústrias de laticínios no país, no ano de 2014, sendo as 13 maiores responsáveis por concentrar 38,1% de toda a captação formal de leite cru (LIMA; PEREZ; CHAVES, 2017).

O setor sofre com os fatores climáticos e a flutuação de preços de insumos e produtos. De acordo com a Associação Brasileira da Indústria de Alimentos (ABIA), em 2021, o setor de alimentos e bebidas registrou crescimento de 16,9% em seu faturamento e de 1,3% na produção em relação a 2020. As perdas de produção provocadas pela estiagem prolongada em várias regiões produtoras contribuíram para reduzir a disponibilidade interna de café, milho, cana-de-açúcar e leite, elevando os preços médios em, respectivamente, 60,3%; 42,7%; 36,1%; e 24,1% (ABIA, 2022).

Nas últimas décadas, o mercado de lácteos no Brasil passou por um forte processo de fusões e aquisições, principalmente, na área industrial, buscando aumentar sua capacidade de processamento nas empresas de laticínios. Essa estratégia teve como justificativa a necessidade de ganhos de escala e eficiência, visando reduzir custos logísticos e competir com o grande poder de barganha das redes varejistas, em especial, de supermercados, que representam as maiores despesas com alimentação das famílias. A aplicação

dessas estratégias pelas empresas de laticínios modificou o ambiente da sua cadeia de produção e colocou o foco na sua capacidade de atuar em mercados mais competitivos (MATTOS *et al.*, 2017).

Todavia, alguns dos principais obstáculos para o país se consolidar como exportador de lácteos no mercado mundial é a melhoria da composição da qualidade microbiológica do leite produzido e a redução do custo de produção (em US\$), de forma a aumentar a margem de lucro para a comercialização externa, entre outros benefícios (ZACARCHENCO; VAN DENDER; REGO, 2017). Outra dificuldade para que o setor de laticínios do país expanda sua inserção internacional está no valor médio recebido pelo produtor de leite brasileiro, que permite pequenas margens de lucro, criando, dessa forma, mais dificuldades para os pequenos e médios produtores competirem e ganharem em escala. Assim, a Fundação Getúlio Vargas destaca que duas estratégias devem ser consideradas para superar esse obstáculo: a maior incorporação de tecnologia e a adoção de melhores práticas de gestão (FGV, 2017).

De acordo com o Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA), a produção e o consumo de leite apresentam boas perspectivas de crescimento, com uma previsão de produção de 39,2 bilhões de litros de leite cru no final do período de 2021/2022 (BRASIL, 2012). De acordo com a Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) 2017-2018, publicada pelo IBGE (2019), o padrão de consumo dos brasileiros teve uma mudança significativa entre os anos de 2008 e 2018. Ao longo dos anos, o consumo de lácteos *in natura* (leite, iogurte natural e leite em pó) nos lares está migrando para o consumo de produtos processados (queijos) e ultraprocessados (sorvetes, iogurtes adoçados, leite condensado, etc.), assim como para os grupos culinários (manteiga e creme de leite) (SIQUEIRA, 2019; SIQUEIRA; GUIMARÃES, 2020). Isso significa uma demanda por produtos mais variados pelo cliente, com maior valor agregado e de alto consumo de leite para fabricação.

O estado do Paraná é o segundo maior produtor de leite, com 4,53 bilhões de litros, o que correspondeu a 12%, aproximadamente, da produção nacional em 2018 (IBGE, 2019). A produção de leite é uma atividade de grande importância para o estado, criando emprego e renda para um grande número de produtores e, dessa forma, gerando um efeito social positivo, pois ameniza o êxodo rural e possibilita expectativas futuras aos empreendedores desse setor (VIANA; RINALDI, 2008) que cresce cada vez mais na região. De acordo com os censos agropecuários realizados pelo IBGE, a atividade leiteira no Paraná obteve um crescimento de 88% no período de 2006 a 2017 (ALVES *et al.*, 2020). Em relação à quantidade de rebanho, em 2017, foram registradas 896.679 vacas ordenhadas, demonstrando um crescimento de 2% em relação ao ano de 2016. Além disso, é observado que o valor bruto da produção de leite no Paraná vem crescendo nos últimos dez anos, com uma participação que representa 6% na economia do estado (ACOSTA; SOUZA, 2017).

Nesse contexto, vale destacar os esforços recentes no estado para consolidar a produção de queijos, para promover as economias regionais e elevar o valor agregado dos produtos comercializados (PERONDI; DENGGO; GAZOLLA, 2019). Ainda com relação ao mercado consumidor de queijo, as variedades mais popularmente consumidas no estado são o muçarela, queijo fresco, ricota e queijo prato (CASTILHO *et al.*, 2021).

Uma questão-chave nas empresas de laticínios é o abastecimento de leite, que, em sua maioria, pode ser realizado de duas formas: a) compra direta de produtores credenciados, em que o volume é constante e o preço conhecido, de acordo com negociações (sejam elas por contrato ou não) no início do período; b) compra de outras

empresas de laticínios, também chamados de leite *spot*, que, geralmente, são comprados para atender demandas momentâneas ou oportunidades de mercado.

Diferente do leite direto do produtor, em que a compra é constante e com preço pré-definido em reunião mensal pelo Conselho Paritário Produtores/Indústria de Leite do estado do Paraná (Conseleite), o leite *spot* sofre uma variação de preço conforme demanda e oferta, o que gera a oportunidade da empresa de tomar uma das seguintes decisões: vender o leite do seus produtores para outras empresas, em caso de preço alto e baixa demanda; produzir derivados lácteos para atender a demanda; ou produzir derivados com preço do leite baixo e estocar para atender demandas futuras em períodos de alta do leite.

A matéria-prima é uma importante restrição no processo produtivo, tornando necessária a busca de melhores formas de uso desse recurso, de modo a maximizar o resultado econômico da empresa (MIRANDA; MARTINS; FARIA, 2006). Aqui entra a necessidade de um eficiente planejamento e controle da produção, visando utilizar, da melhor forma, os recursos disponíveis.

Tomar decisões eficientes em relação ao planejamento da produção em empresas de laticínios requer o uso de ferramentas de apoio a tomada de decisão, as quais, comumente, envolvem o uso de modelagem matemática e implementações computacionais. Com essas ferramentas, é possível conciliar matérias-primas, recursos produtivos e demandas, possibilitando ajustes, até mesmo diários, ao mesmo tempo em que garantem a escolha de soluções ótimas em diversos cenários (GEARY *et al.*, 2010). Um exemplo muito utilizado é a programação matemática, que considera as diversas restrições de um sistema para auxiliar na tomada da melhor decisão.

Na literatura nacional, há poucos relatos sobre a aplicação da programação linear para tomada de decisão de planejamento da produção na indústria de laticínios. Barella *et al.* (2020) avaliaram a otimização da produção de queijos empregando a ferramenta *solver*, do aplicativo Microsoft Excel, obtendo um aumento de 30,98% no lucro. Os autores ainda afirmam que esse tipo de tomada de decisão pode ser aplicado em outras atividades de otimização em ambientes da agroindústria e produção sustentável.

Silva *et al.* (2019) citam que soluções para fornecer melhorias a um custo acessível podem ser obtidas por meio do uso da Programação Linear (PL), que se trata de um método de otimização conhecido por sua facilidade na resolução de problemas. Tais autores realizaram uma revisão da literatura e concluíram que a utilização de PL é capaz de resolver diversos problemas enfrentados por empresas, incluindo os problemas comumente encontrados na indústria de alimentos.

Tendo isso em vista, este artigo tem por objetivo propor um modelo de programação linear para o planejamento mestre de produção em laticínios, que auxilie na tomada de decisão em relação à venda e à compra de insumos, e à manutenção dos níveis de estoque, resultando em um *mix* de produção que maximize o faturamento bruto da empresa de laticínio. Ao final, o modelo proposto será avaliado usando dados reais de uma empresa localizada no estado do Paraná.

Este artigo encontra-se estruturado em quatro seções, além desta introdutória. A seção 2 apresenta a fundamentação teórica sobre o planejamento e controle da produção em empresas de laticínios; na seção 3, é descrito o estudo de caso realizado; a seção 4 destaca os resultados obtidos e a discussão; e, por fim, na seção 5, tem-se as conclusões.

2 Planejamento e controle da produção em empresas de laticínios

O Planejamento e Controle da Produção (PCP) visa planejar e controlar os recursos necessários para produzir produtos ou serviços que são disponibilizados pela organização para os clientes. Esse setor tem o dever de assegurar que os processos sejam realizados de forma eficaz e eficiente, atendendo as expectativas e os requisitos dos clientes (SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2008).

O Planejamento Mestre de Produção (PMP) é um dos processos mais importantes na operacionalização do PCP nas empresas, pois tem como finalidade determinar os planos de produção necessários para atender aos planos de vendas (SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2008). Na elaboração do PMP, é levada em consideração a previsão de vendas, a capacidade fabril, a disponibilidade e a otimização dos recursos produtivos, os níveis de estoques de insumos, os produtos acabados, entre outros. Sendo assim, o PMP poderá indicar que alguns produtos sejam produzidos antecipadamente ao momento da venda e que outros não sejam fabricados, mesmo com demanda. As justificativas dessas decisões podem estar relacionadas a custos, margem de contribuição do produto e participação de mercado, entre outros motivos associados à viabilidade de modo geral. Em suma, o plano mestre de produção pode seguir a demanda ou ser constante ao longo do tempo, tendo, assim, variações nos níveis de estoque (VOLLMANN *et al.*, 2006).

O PMP, se bem gerenciado, impacta diretamente na melhora do processo de datas e quantidade de produtos prometido para os clientes; da gestão de estoques de produtos acabados, no nível de utilização e gestão da capacidade produtiva; além de melhorar a integração entre funções para a tomada de decisão (CORRÊA; CORRÊA, 2012).

Vale salientar que, embora o PCP seja um sistema de gestão utilizado nas indústrias de laticínio para elaborar estratégias de otimização dos processos produtivos e alocação de recursos, é comum encontrar situações em que não existe um planejamento da produção, em virtude da falta de tempo ou de conhecimento da sua importância. Contudo, é justamente em empresas de pequeno e médio porte, como as que produzem laticínios, que o PCP é essencial para o atendimento dos consumidores, redução de desperdícios e aumento da lucratividade. Por isso, as empresas já se veem obrigadas a fazer uso de técnicas e ferramentas gerenciais que contribuam para a redução de custos, o aumento de produtividade e, conseqüentemente, maiores ganhos para se manterem competitivas em um ambiente tão concorrido (CABRAL, 2021).

A implantação do PCP envolve diversos desafios para as empresas. No caso dos laticínios, essas dificuldades são oriundas de vários fatores, tais como: a sazonalidade da produção de leite; a inconstância da qualidade do leite; a falta de informação; a baixa capacitação dos envolvidos na programação da produção; falhas no planejamento da produção; o desconhecimento de ferramentas de apoio à decisão; a falta de controle contábil ou a utilização de práticas ultrapassadas; e o desconhecimento das dimensões da fábrica, das capacidades de seus equipamentos, das disponibilidades de recursos materiais e humanos e dos rendimentos dos produtos lácteos (ALMEIDA JÚNIOR, 2004).

A determinação do *mix* de produtos lácteos é um dos desafios principais que os gestores de produção das pequenas e médias empresas de laticínios enfrentam diariamente, pois, geralmente, o planejamento da produção é diário ou semanal e exige mais conhecimento técnico-econômico do que apenas experiência. As empresas de laticínios desse porte, para maximizarem seus lucros e serem competitivas, devem otimizar o uso de sua estrutura e recursos disponíveis sem a necessidade de investimentos ou custos extras (MENECHINI, 2014).

Conforme discutido na Seção 1, a literatura nacional possui poucos trabalhos que discutem a otimização do PMP em laticínios usando PL. O mesmo ocorre na literatura internacional, em que pesquisas sobre o assunto são escassas. Um dos primeiros trabalhos a associar o planejamento de produção em laticínios e o PL foi o de Doganis e Sarimveis (2008), que desenvolveram um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para auxiliar no planejamento da produção de iogurtes, considerando fatores como a concentração de soro, sabor, tamanho da embalagem e idioma do rótulo. O modelo foi aplicado usando dados reais de um produtor de iogurte localizado na Grécia. Kopanos, Puigjaner e Georgiadis (2010) também estudaram a produção de iogurte e desenvolveram um modelo de dimensionamento e sequenciamento de lotes, com foco no processo de embalagem, considerando múltiplas famílias de produtos.

Bilgen e Dogan (2015) desenvolveram um modelo que trata o planejamento de produção considerando múltiplos produtos e estágios de produção, incluindo aspectos mais complexos, como o prazo de validade, em seu modelo. Mais recentemente, Reddy, Rao e Kesavarao (2020) formularam um modelo de PLIM que considera o estágio de distribuição, o que pode ser feito por múltiplos centros de distribuição. O modelo também integrou o sequenciamento da produção e tempos de *setup* dependentes da ordem, bem como o prazo de validade para tomar decisões de distribuição.

3 Estudo de caso

Esta seção detalha o estudo de caso realizado, sendo apresentada a caracterização da empresa, o modelo proposto, as variáveis de decisão, a função objetivo, as restrições e os dados coletados.

3.1 Descrição da empresa

A empresa de laticínio objeto deste estudo está localizada no estado do Paraná, tem uma capacidade média de processamento de 350.000 litros de leite por dia, tendo como produto principal o queijo muçarela. Parte do creme de leite oriundo do processamento do leite (desnate) na fábrica de queijos abastece a fábrica de requeijão/*cream cheese*. O creme de leite que não foi utilizado para a produção de requeijão é usado na fábrica de manteiga, para produção de manteiga extra; juntamente com o creme de soro, que é utilizado na produção de manteiga comum. O soro gerado na fabricação de queijos é concentrado (em processo de filtração por membrana) e comercializado, diariamente, para uma empresa parceira, sendo, em média, 25% do volume de leite processado no dia.

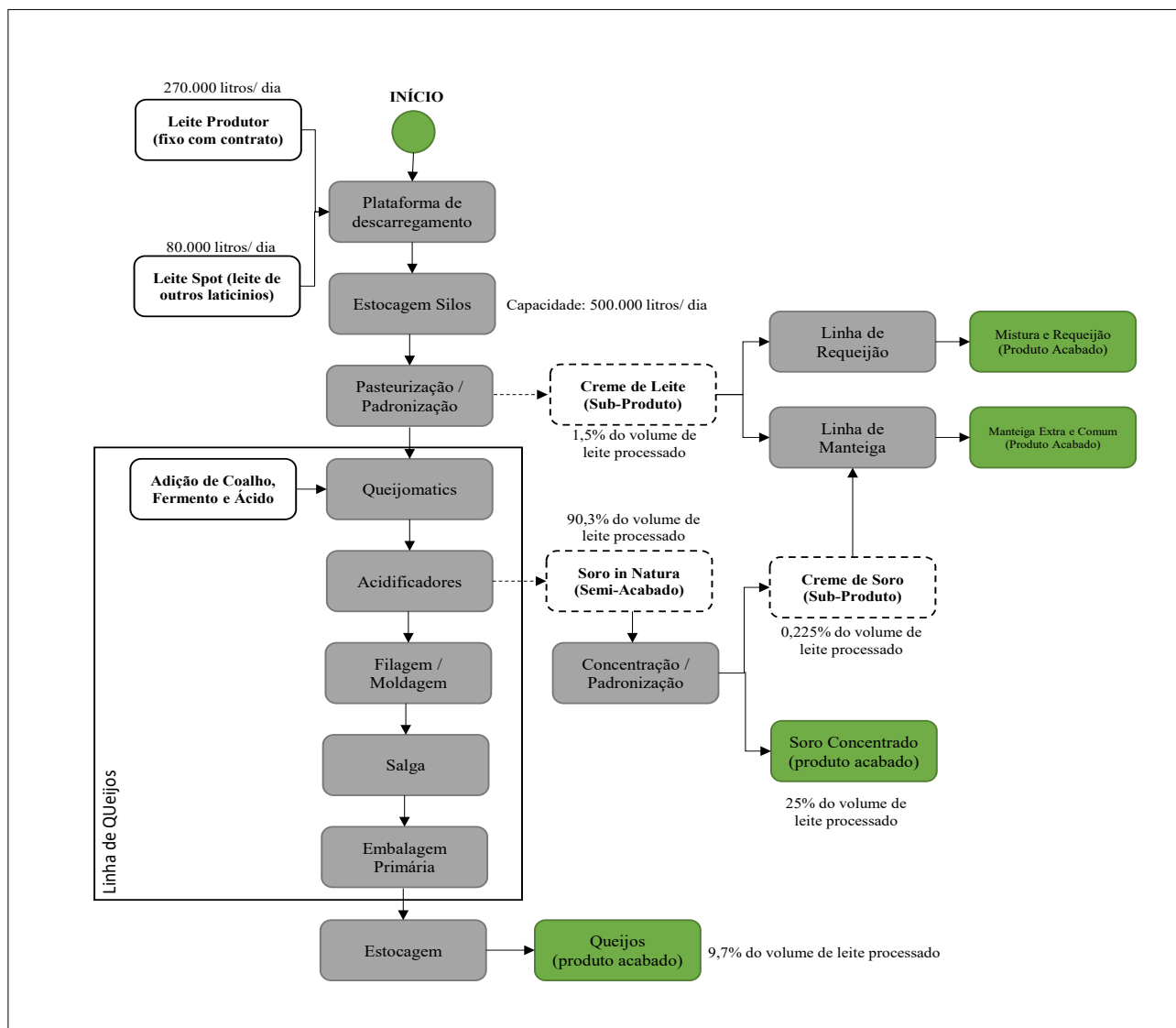
Em 2021, a empresa contava com 270.000 litros de leite diários fornecidos por produtores parceiros e 80.000 litros de leite *spot* para preencher sua capacidade total. A maior parte da produção é empurrada, sendo acumulado estoque de produto acabado, para consumir toda a matéria-prima disponível, com a estratégia de manter a fábrica com ocupação total da capacidade instalada.

O objetivo do estudo é propor um modelo de programação linear para planejamento mestre de produção, que auxilie na tomada de decisão em relação à venda e à compra de insumos *spot* e à manutenção dos níveis de estoque, resultando em um *mix* de produção que maximize o faturamento bruto da empresa.

3.2 Modelo proposto e condições do processo

Figura 1 ▼
 Fluxo de processos de processamento de insumos e geração de subprodutos.
 Fonte: elaborada pelos autores

O modelo proposto tem como objetivo orientar o planejamento mestre de produção de uma empresa de laticínio de médio porte, maximizando o faturamento bruto. Primeiramente foram descritos os parâmetros, de acordo com os dados reais coletados da indústria em um período de 30 dias, sendo considerados os dados médios de produção de três linhas: queijo muçarela, requeijão e manteiga, conforme fluxograma de processos (Figura 1). Posteriormente, foi descrita a função objetivo, de modo a maximizar o faturamento bruto, considerando as restrições do modelo.



O leite é a matéria-prima principal, sendo utilizado diretamente ou indiretamente nas três linhas de produção. O processo básico de produção do laticínio inicia no recebimento de leite pela plataforma, que constitui, em média, 270.000 litros de leite de produtores fixos. Após descarregado, o leite fica estocado em silos isotérmicos, podendo ficar resfriado por até 24 horas antes do processamento, conforme a legislação brasileira, considerando orientações presentes no Regulamento da Inspeção Industrial e Sanitária de Produtos de Origem Animal (RIISPOA) de 2017 (BRASIL, 2017) e nas instruções normativas nº 76 e nº 77 de 2018 (BRASIL, 2018a, 2018b).

Depois de armazenado, o leite é destinado para a fábrica de queijos, onde passa por um processo de padronização e pasteurização. Nesse processo, o leite entra com 3,6% de gordura (em média) e é padronizado (retirando gordura) a 2,9% de gordura. Para isso, é utilizada uma centrífuga, que separa o leite do creme, gerando o creme de leite. Esse creme de leite é estocado em silos, para ser utilizado nas fábricas de manteiga e requeijão ou ser vendido como creme de leite *spot*. O rendimento do creme de leite é de, em média, 1,5% do volume de leite processado na fábrica de queijos.

Após padronizado, o leite é destinado para as *queijomatics*, onde os demais insumos (coalho, cloreto de cálcio e cultura microbiológica) são adicionados e o processo de fabricação do queijo é iniciado. O leite é então coagulado, formando uma espécie de gel, mais conhecido como coalhada. A coalhada segue para o acidificador, que, por gravidade, separa o soro de leite da massa coalhada. Cerca de 90,3% do volume é drenado como soro de leite e os 9,7% restantes resultam na massa coalhada, que, posteriormente, passa pelo processo de corte, filagem, enformagem, salga, embalagem e, por fim, estocagem do queijo muçarela, sob refrigeração (5 °C).

Uma pequena parte desse soro drenado é destinado para a produção de massa coalhada de soro, que é utilizada para fabricar requeijão; já a maior parte segue para o processo de desnatado e concentração do soro (separação por membrana). O desnatado do soro retira o restante da gordura, que não ficou na massa coalhada, gerando o creme de soro, utilizado para fazer manteiga comum. O rendimento do creme de soro é de 0,225% do volume de leite processado na fábrica de queijo.

Após ser concentrado através de membranas e desnatado na centrífuga, o soro é estocado em silos isotérmicos na plataforma. O rendimento final de volume desse soro concentrado e desnatado é de, em média, 25% em relação ao volume de leite processado na fábrica de queijo. Esse soro é vendido por, aproximadamente, R\$ 0,39 por litro.

Voltando ao creme de leite gerado na padronização do leite para fabricar queijo muçarela, parte do insumo dele estocado no silo é destinado para a fábrica de requeijão, conforme programação de produção. São utilizados 0,370 litros de creme por quilograma de requeijão produzido. A outra parte do creme de leite é destinada para a fábrica de manteiga, que utiliza, em média, 1,52 litros de creme para a produção de 1 kg de manteiga extra. Essa proporção também se aplica para o creme de soro, utilizado para a produção de manteiga comum.

Tanto o creme de soro quanto o creme de leite podem ser vendidos como *spot*, caso não sejam necessários para a produção de manteiga ou de requeijão. No modelo apresentado neste artigo, foi considerada, em alguns momentos, a venda do leite e do creme para maximizar o faturamento, quando a demanda não exige a produção dos produtos.

3.3 Índices, considerações e parâmetros do modelo

Primeiramente, foram levantados os parâmetros necessários para os cálculos matemáticos do modelo descrito neste artigo. Os parâmetros foram extraídos de uma situação real dos processos e variáveis utilizadas diariamente na empresa, com dados de produção referentes a novembro de 2020, e preços médios do terceiro trimestre de 2020.

O modelo deste artigo relaciona os parâmetros e variáveis de decisão a quatro índices. O primeiro é o índice representado por $p = 1, \dots, P$, utilizado para indicar os produtos acabados que podem ser fabricados (manteiga, requeijão, etc.). O segundo parâmetro é o horizonte de planejamento com T períodos, representado por $t = 1, \dots, T$. Já o terceiro índice considerado é o $i = 1, \dots, M$, utilizado para representar os insumos (materiais)

usados na produção dos produtos (leite, creme e soro). Por último, as linhas de produção, representadas por $l = 1, \dots, L$.

Para o modelo do plano mestre da empresa, foram considerados quinze parâmetros, que estão listados no Quadro 1.

Quadro 1 ▶

Parâmetros do modelo.
Fonte: dados da pesquisa

Símbolo	Descrição
D_{pt}	Demanda pelo produto p no período t
K_{lt}	Capacidade produtiva disponível na linha l no período t
S_{it}	Quantidade a ser recebida do insumo i no período t (materiais comprados previamente, exceto compra <i>spot</i>)
C_{it}	Custo para comprar o insumo i no período t (compra <i>spot</i>)
I_{p0}	Estoque inicial do produto p
R_{i0}	Estoque inicial do insumo i
R_{ip}	Quantidade do insumo i consumido para produzir 1 kg do produto p
B_{ip}	Quantidade do insumo i gerado como subproduto a cada 1 kg do produto p
H_p	Custo de manutenção de estoque do produto p por período
Y_i	Custo de manutenção de estoque do insumo i por período
WP_p	Capacidade de estocagem do produto p
WM_i	Capacidade de estocagem do insumo i
V_i	Valor de venda do produto p
U_i	Valor de venda do insumo i
P_l	Subconjunto de produtos $p \in P$ que podem ser produzidos na linha l

Para compor a demanda, foram considerados pedidos já implantados no sistema somados à previsão de venda do comercial. Cada produto na empresa tem uma previsão de demanda diferente por período (d_{pt}).

O modelo assume que a capacidade por linha (K_{lt}) pode ser utilizada em sua totalidade ou não, de acordo com a necessidade para o cumprimento da demanda e a composição de estoque. Como entrada para o preenchimento dessa capacidade, tem-se, diariamente, a entrada de insumo (S_{it}) com volume fixo de produtores parceiros. Como a entrada de insumo fixa é inferior à capacidade máxima por linha, pode ser tomada a decisão de compra adicional de insumo na forma *spot*, tendo um custo adicional por litro de produto por período (c_{it}).

Devido ao *lead-time* de produção, tempo de cura e resfriamento do produto, sabendo que os pedidos dos produtos podem ser faturados e expedidos desde o primeiro dia do mês, é necessário iniciar o período com um estoque inicial (I_{p0}). Para o estoque, o modelo ainda considera finalizar o período com, pelo menos, $\frac{1}{2} I_{p0}$. Considerando que, mesmo com o estoque inicial, o modelo entenda a necessidade de produção desde o primeiro período, foi estimado um estoque inicial de insumo (R_{i0}) que reflete também a situação real da empresa de laticínio.

Cada linha de produção pode produzir um ou mais produtos com formulações diferentes, sendo consumido um ou mais insumos por cada quilo de produto (R_{ip}). Além de consumir insumos, esses produtos podem gerar subprodutos, que vamos considerar

também como insumos de outros produtos. Sendo assim, para cada quilo de produto produzido, tem-se uma quantidade de insumos gerados (B_{ip}).

Para se obter um parâmetro de comparação de viabilidade de produção, estocagem e/ou venda de insumos e produtos, o modelo considera o custo de manutenção de produto acabado por período (H_p) e o custo de manutenção de estoque de insumo por período ($Y_i Y_i$). A capacidade de estocagem é limitada e é expressa por WP_p , para os produtos acabados por período; e por WM_i para a capacidade de estocagem de insumos no período.

Para contabilizar o valor da venda do produto acabado (V_i), foram considerados os preços médios da venda realizada no período do terceiro trimestre de 2020 pela empresa para cada produto. Conforme já mencionado anteriormente, o modelo desenvolvido nesta pesquisa considera que o insumo que não for necessário para atender a demanda ou compor o estoque mínimo poderá ser vendido. Para isso, foi considerado como valor de venda de insumo (U_i) o preço médio dos insumos comprados no último trimestre.

O modelo se limita a três linhas de produção com diferentes capacidades produtivas. Dessa maneira, estamos considerando o conjunto de produtos possíveis de serem produzidos para cada linha de produção (P_i).

3.4 Variáveis de decisão

Para o modelo de planejamento mestre de produção da empresa, foram consideradas cinco variáveis de decisão, conforme o Quadro 2.

Quadro 2 ►
Variáveis de decisão
do modelo.
Fonte: dados da pesquisa

Símbolo	Descrição
x_{pt}	Quantidade do produto p a ser produzida no período t
I_{pt}	Quantidade de estoque do produto p no período t
R_{it}	Quantidade de estoque do insumo i no período t
Z_{it}	Quantidade do insumo i a ser comprada no período t no mercado <i>spot</i>
Y_{it}	Quantidade do insumo i vendido no período t

A variável x_{pt} representa o plano de produção, que determina a quantidade de produto p produzido no período t . Já as variáveis I_{pt} e R_{it} estão relacionadas ao nível de estoque de produtos acabados e de insumos, respectivamente. A variável Z_{it} indica a quantidade de insumo i *spot* a ser comprado no período t para suprir a necessidade do plano de produção. De forma contrária, a variável Y_{it} sugere a quantidade de insumo a ser vendido no período, caso a demanda não demonstre ser ele necessário.

3.5 Função objetivo e restrições do modelo

O modelo trabalhado no artigo tem como objetivo a maximização do faturamento bruto no horizonte de planejamento, que é calculado como a diferença entre o faturamento com a venda de produtos e insumos e os custos de estoque e de

compras *spot*. A Equação 1 representa a função objetivo, e as Equações 2, 3, 4, 5, 6 e 7, as restrições do modelo.

$$\text{Max } L = \sum_{p,t} v_p d_{pt} + \sum_{i,t} u_i y_{it} - \left(\sum_{i,t} z_{it} c_{it} + \sum_{i,t} R_{it} v_i + \sum_{p,t} I_{pt} h_p \right) \quad (1)$$

$$\text{S.a } I_{p,t-1} + x_{pt} - d_{pt} = I_{pt}, \quad \forall p, t \quad (2)$$

$$R_{i,t-1} + s_{it} + z_{it} + \sum_p x_{pt} (b_{ip} - r_{ip}) - y_{it} = R_{it}, \quad \forall i, t \quad (3)$$

$$I_{pt} \leq WP_p, \quad \forall p, t \quad (4)$$

$$R_{it} \leq WM_i, \quad \forall i, t \quad (5)$$

$$\sum_{p \in P_{i,t}} x_{pt} \leq K_{it}, \quad \forall i, t \quad (6)$$

$$I_{pT} \geq \frac{1}{2} I_{p0}, \quad \forall p \quad (7)$$

A restrição indicada na Equação 2 assegura o balanço de estoque dos produtos acabados. Já a Equação 3 garante o balanço de estoque dos insumos. Nesse caso, considera-se a quantidade de estoque do insumo no período anterior somada à quantidade a ser recebida por compras já fechadas, por compra de *spot* e a gerada como subproduto. Em seguida, subtrai-se do total a quantidade consumida pelos produtos e a quantidade de insumos vendidos no mercado.

As restrições indicadas nas Equações 4 e 5 estão relacionadas ao limite de armazenagem de produtos acabados e de insumos. A restrição da Equação 6 limita a capacidade produtiva por linha de produção. Por fim, a restrição indicada na Equação 7 é responsável por garantir que, no final do período, tenha-se, ao menos, a metade do estoque inicial de cada produto.

O modelo foi testado usando dados do terceiro trimestre de 2020 da empresa em estudo, e resolvido usando o *software* Gurobi Solver, versão 9.0, rodando com a interface da linguagem Python.

3.6 Dados coletados

Com o intuito de representar um estudo o mais fiel possível à realidade da rotina da empresa, foi delimitado, como horizonte de teste, o período de 30 dias corridos. Feito

Tabela 1 ▼
Demanda diária por família de produto (kg).
Fonte: dados da pesquisa

isso, foram levantados os pedidos firmes, que foram somados à previsão de vendas do mês de novembro de 2020, gerando a demanda diária em quilos, no período delimitado, para as cinco famílias de produtos: muçarela, requeijão, mistura de requeijão, manteiga extra e manteiga comum, conforme a Tabela 1.

Período (t) dias	Muçarela (p1)	Requeijão (p2)	Mistura de requeijão (p3)	Manteiga extra (p4)	Manteiga comum (p5)
1	0	0	0	0	0
2	30.944	1.512	2.934	0	410
3	23.483	127	247	0	0
4	45.882	5.028	9.761	1.320	0
5	23.863	1.488	2.889	255	0
6	74.105	166	323	660	625
7	81.544	3.942	7.652	0	0
8	0	0	0	0	0
9	56.705	1.891	3.671	0	0
10	50.517	4.684	9.092	0	0
11	50.617	1.170	2.271	15.285	0
12	14.055	0	0	0	0
13	37.767	2.363	4.587	0	0
14	54.572	7.986	15.503	0	640
15	0	0	0	0	0
16	10.219	1.400	2.718	0	0
17	6.853	672	1.304	12.000	
18	39.646	5.834	11.324	1.010	0
19	49.516	186	361	1.125	0
20	44.424	1.891	3.670	12.000	0
21	44.173	2.712	5.265	0	1.275
22	0	0	0	0	0
23	7.428	1.601	3.108	0	0
24	34.476	1.827	3.547	0	0
25	69.616	4.011	7.785	13.125	0
26	53.400	558	1.083	0	0
27	44.016	1.473	2.860	0	0
28	51.014	4.880	9.473	12.000	1.600
29	0	0	0	0	0
30	58.848	1.700	3.300	0	0

Após isso, foram definidos os parâmetros de capacidade em quilos por linha de produção (muçarela, requeijão e manteiga). As linhas operam por padrão de segunda a

sábado, podendo trabalhar um domingo sim e outro não, caso necessário. A capacidade produtiva da linha de muçarela é de 36.082 kg por dia. Já as linhas de requeijão e manteiga têm capacidade de 11.460 kg e 4.800 kg, respectivamente. Vale ressaltar que a de requeijão engloba a produção de requeijão e mistura de requeijão. Por sua vez, a linha da manteiga engloba a produção de manteiga extra e manteiga comum.

Alguns parâmetros foram definidos com valores fixos para todas as instâncias, são eles: o volume de leite recebido diariamente por produtores fixos, o preço de compra do leite e creme *spot*, o custo de estoque de insumos, o custo de estoque de produto acabado e o preço de venda dos insumos e de produtos acabados. Os parâmetros de preço, custo e volume considerados foram os estabelecidos/praticados por dia, no período em que a coleta de dados foi realizada.

Para iniciar as operações nas três linhas, é necessário ter um estoque inicial de insumo, exceto para o soro gerado no processamento de queijo, cujo estoque inteiro é vendido. Como a empresa recebe leite todos os dias da semana com volume fixo e a indústria trabalha no processamento dos insumos apenas de segunda a sábado, para o modelo, utilizamos o estoque inicial de insumos que representam volumes reais disponíveis na empresa no sábado à noite, antes do início das operações. Para o estoque inicial de produto acabado, utilizamos dados referentes ao estoque inicial do mês de novembro de 2020.

Cada produto possui uma formulação diferente, com proporções de consumo de insumos. Por outro lado, cada produto pode ou não gerar subprodutos, que podem ser utilizados como insumos ou vendidos. Para representar isso no modelo, foram utilizadas duas matrizes, sendo uma de consumo de matéria-prima (Tabela 2) e outra de geração de subprodutos (Tabela 3).

Tabela 2 ▼

Consumo de insumos por quilo de produto.

Fonte: dados da pesquisa

Produto	Leite por kg do produto	Creme de leite por kg do produto	Creme de soro por kg do produto	Soro por kg do produto
Muçarela	9,7	0	0	0
Requeijão	1,85	0,37	0	2,1
Mistura de requeijão	0,36	0,37	0	0,28
Manteiga extra	0	1,52	0	0
Manteiga comum	0	0	1,52	0

Tabela 3 ▼

Geração de insumos por quilo de produto.

Fonte: dados da pesquisa

Produto	Leite por kg do produto	Creme de leite por kg do produto	Creme de soro por kg do produto	Soro por kg do produto
Muçarela	0	0,17	0,025	2,45
Requeijão	0	0	0	0
Mistura de requeijão	0	0	0	0
Manteiga extra	0	0	0	0
Manteiga comum	0	0	0	0

4 Resultados e discussão

O modelo proposto foi implementado usando o *solver* Gurobi e a linguagem de programação Python. As instâncias foram resolvidas em um computador pessoal, executando uma CPU AMD Ryzen 7 3700X, 16 GB de memória RAM, e usando Linux Ubuntu 20.04 como sistema operacional. A solução foi resolvida em 263 iterações, em 0,01 segundo.

Tabela 4 ▼
Plano mestre de produção.
Fonte: dados da pesquisa

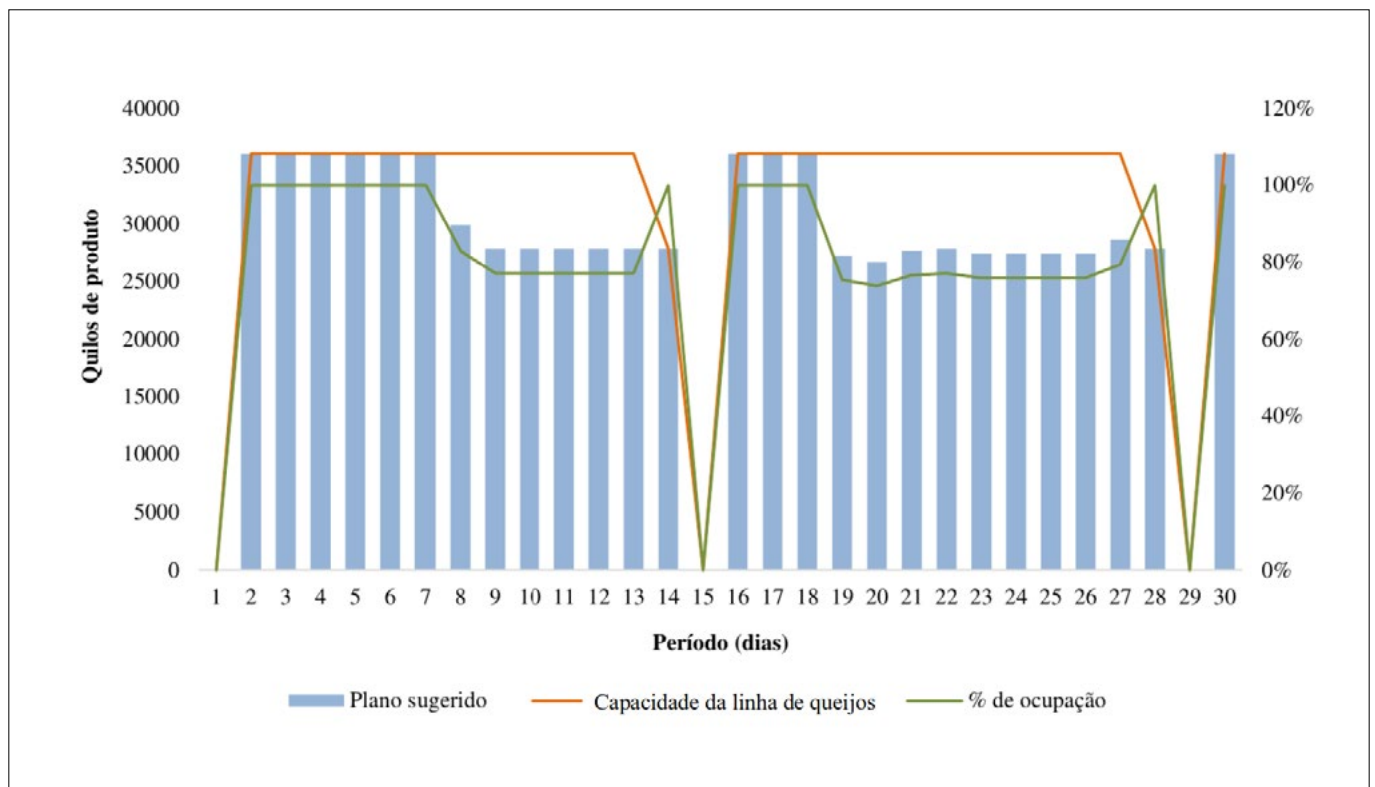
Para atingir o objetivo de maximizar o faturamento bruto, o modelo forneceu um plano mestre de produção para o período de 30 dias, sendo apresentado, na Tabela 4, o resumo por linha de produção do volume a ser produzido por período.

Período	Muçarela	Requeijão	Mistura de requeijão	Manteiga extra	Manteiga comum
Dia_0					
Dia_1	0	0	0	0	0
Dia_2	36082	0	0	0	0
Dia_3	36082	0	0	0	0
Dia_4	36082	0	0	2218	0
Dia_5	36082	0	0	4035	0
Dia_6	36082	0	0	4035	0
Dia_7	36082	0	0	4035	0
Dia_8	29900	0	0	0	0
Dia_9	27835	0	0	3600	0
Dia_10	27835	0	0	1898	0
Dia_11	27835	0	0	4800	0
Dia_12	27835	0	0	4800	0
Dia_13	27835	0	0	3811	0
Dia_14	27835	0	0	1874	0
Dia_15	0	0	0	0	0
Dia_16	36082	11460	0	0	0
Dia_17	36082	4764	0	4800	0
Dia_18	36082	0	0	4597	0
Dia_19	27241	3113	0	2289	0
Dia_20	26675	4780	6680	194	0
Dia_21	27645	0	5124	1845	0
Dia_22	27835	0	0	0	0
Dia_23	27410	0	11460	3389	0
Dia_24	27410	0	11460	276	0
Dia_25	27410	0	11460	276	389
Dia_26	27410	0	11460	276	451
Dia_27	28638	0	11460	413	471
Dia_28	27835	0	5124	1866	458
Dia_29	0	0	0	0	0
Dia_30	36082	11460	0	1246	593

Considerando os dados de produção de muçarela (Tabela 3), no final da primeira quinzena, a solução obtida sugere uma produção menor do que a capacidade total, que é de 36.082 kg nos dias da semana e de 27.835 kg aos sábados. O modelo utiliza o balanço do estoque, somando a produção e subtraindo a demanda para otimizar o nível de estoque no horizonte do período. Considerando a aquisição de leite *spot* como um custo adicional, o modelo encontrou como solução mais viável produzir, no início do período, com todo o leite de produtores fixos disponível e manter um estoque de produto acabado mais alto do que balancear a produção e ter que vender leite em alguns períodos e comprar em outros, já que essa operação gera um prejuízo de R\$ 0,10 por litro, referente ao frete gasto no transporte do trajeto adicional da venda do leite.

Figura 2 ▼
Plano de produção versus capacidade da linha de queijos.
Fonte: dados da pesquisa

Nota-se, para essa solução, uma taxa de ocupação média de 90% na primeira quinzena (Figura 2). No restante do período, a taxa de ocupação baixou para 85%, com poucos dias utilizando a capacidade total dos recursos instalados.

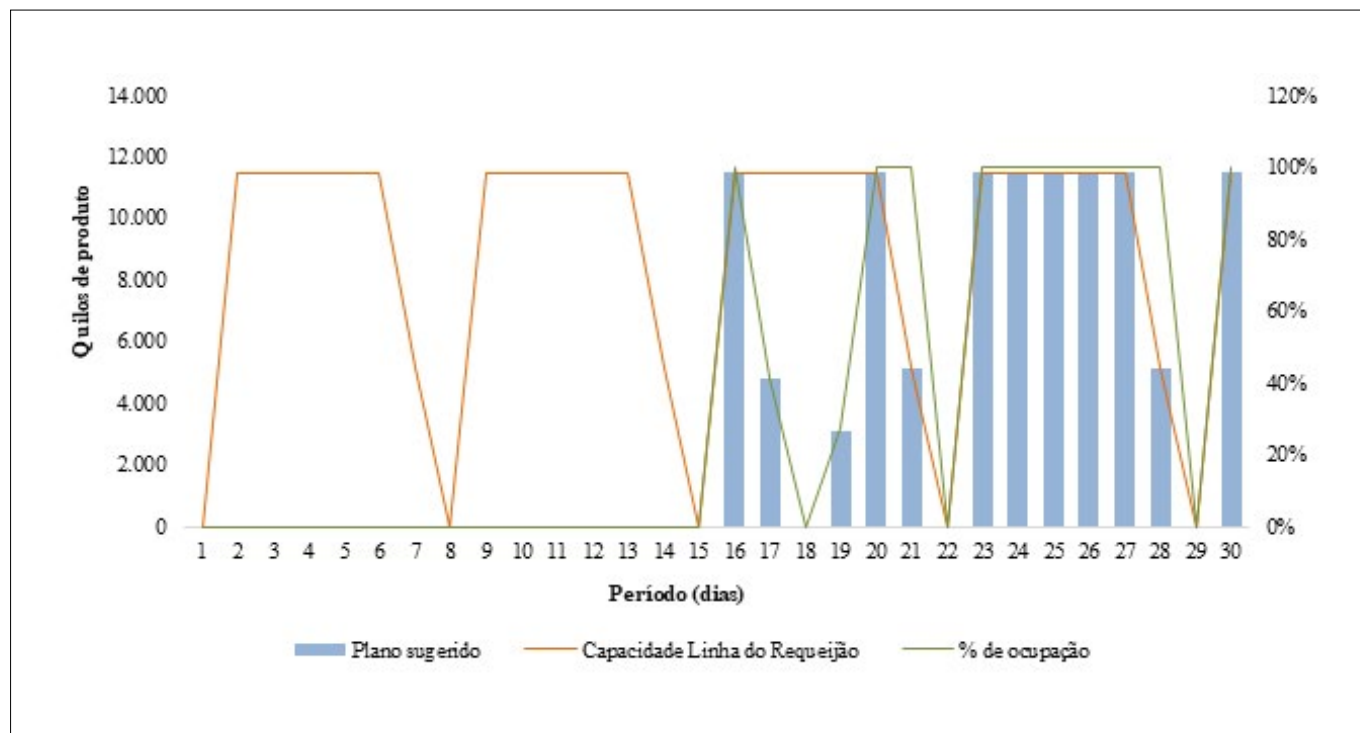


Na solução ótima para a linha de queijos, pode-se sugerir, como opção, diminuir um domingo de trabalho dos dois previamente programados, já que a solução sugere uma taxa de ocupação abaixo da capacidade total, não sendo necessário o pagamento de horas extras com adicional de 100%. Ainda na Tabela 4, a terceira e quarta colunas representam os produtos da linha de requeijão. A solução sugere que a produção é necessária na segunda quinzena, utilizando, a partir de então, a capacidade máxima do setor em grande parte dos dias (Figura 3). O estoque carregado do período anterior de requeijão e de mistura de requeijão supre a demanda do período estudado no modelo.

Figura 3 ▼

Plano de produção
versus capacidade da
linha de requeijão.

Fonte: dados da pesquisa



Para a linha de requeijão, considerando os resultados do modelo, verificou-se que, devido ao estoque carregado do período anterior ao período estudado, a linha está com a capacidade ociosa. Para equilíbrio do estoque, uma possível decisão é programar férias coletivas de 15 dias na linha, adiando esse período de saída dos funcionários e proporcionando, com isso, a disponibilidade deles em outro período de maior demanda.

Devido à ociosidade proposta para a linha de requeijão, fica disponível, para produção da manteiga, o insumo creme de leite, que é compartilhado entre as linhas. Conforme indicado na Tabela 3, por causa do estoque inicial dos produtos da linha, a solução não demonstrou necessidade de produção para os dois primeiros dias. Em função da restrição de capacidade de armazenamento de insumos e da oportunidade de venda do creme de leite e do creme de soro que não foram utilizados para a produção, a solução ótima propõe a venda de alguns insumos, complementando o faturamento do período.

A decisão de venda de insumo está relacionada também à variável de custo de manutenção de estoque de insumos, comparando com o custo de manutenção de estoque de produto acabado. Essas variáveis, associadas à restrição de estoque final de, pelo menos, a metade do estoque inicial de cada produto no período, direcionam as iterações do modelo em relação à produção e à venda de insumos, controlando o nível de estoque durante o mês e atendendo a demanda de produto acabado. As Figuras 4, 5 e 6 ilustram o balanço de estoque das cinco famílias de produtos acabados durante o mês, de acordo com o plano mestre apresentado pelo modelo.

Figura 4 ▼

Balanço de estoque diário de muçarela.

Fonte: dados da pesquisa

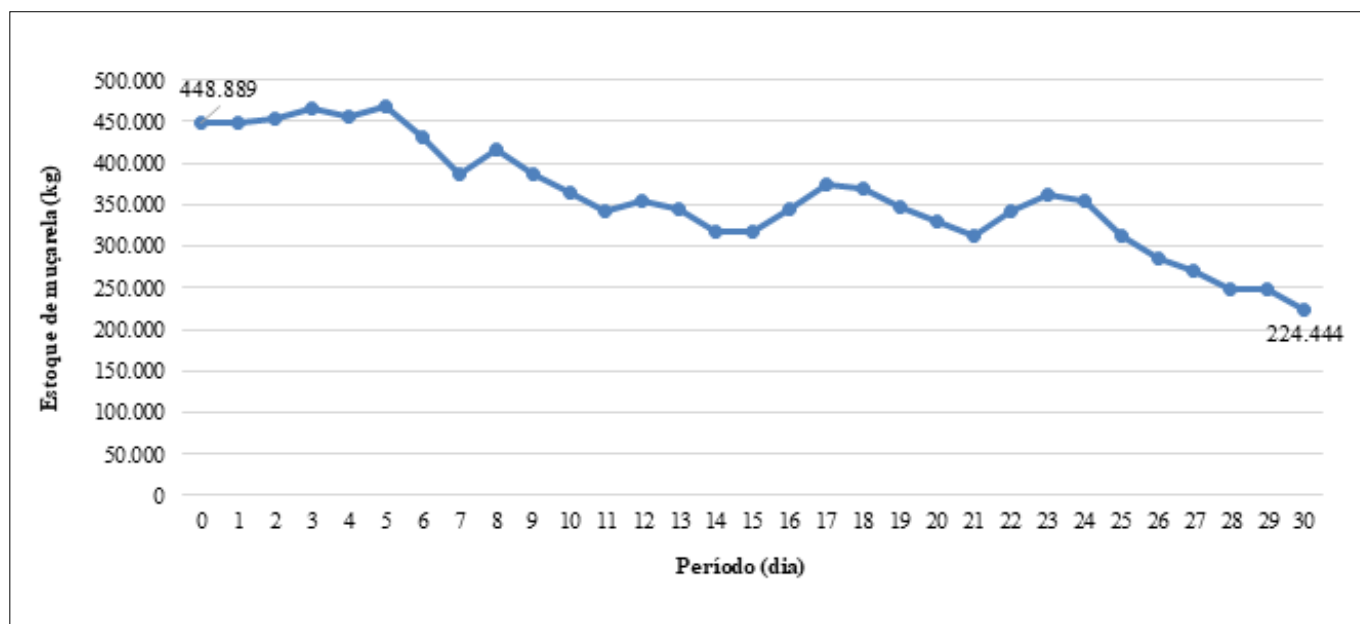


Figura 5 ▼

Balanço de estoque diário de requeijão.

Fonte: dados da pesquisa

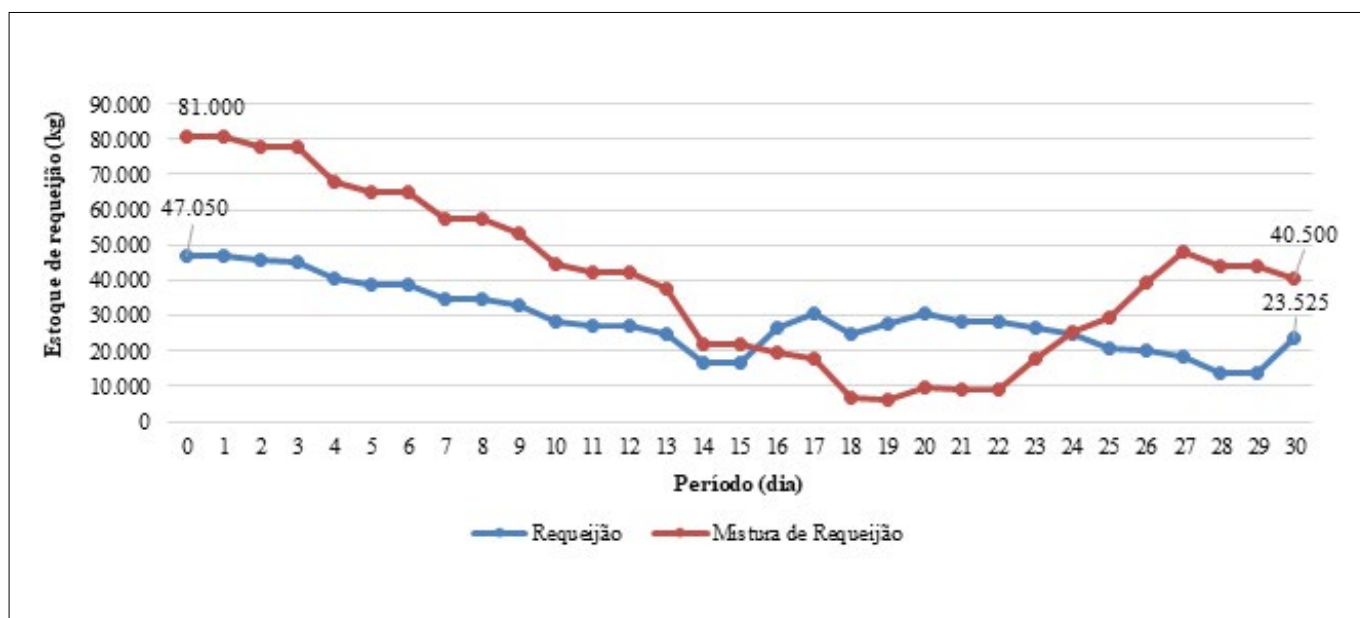
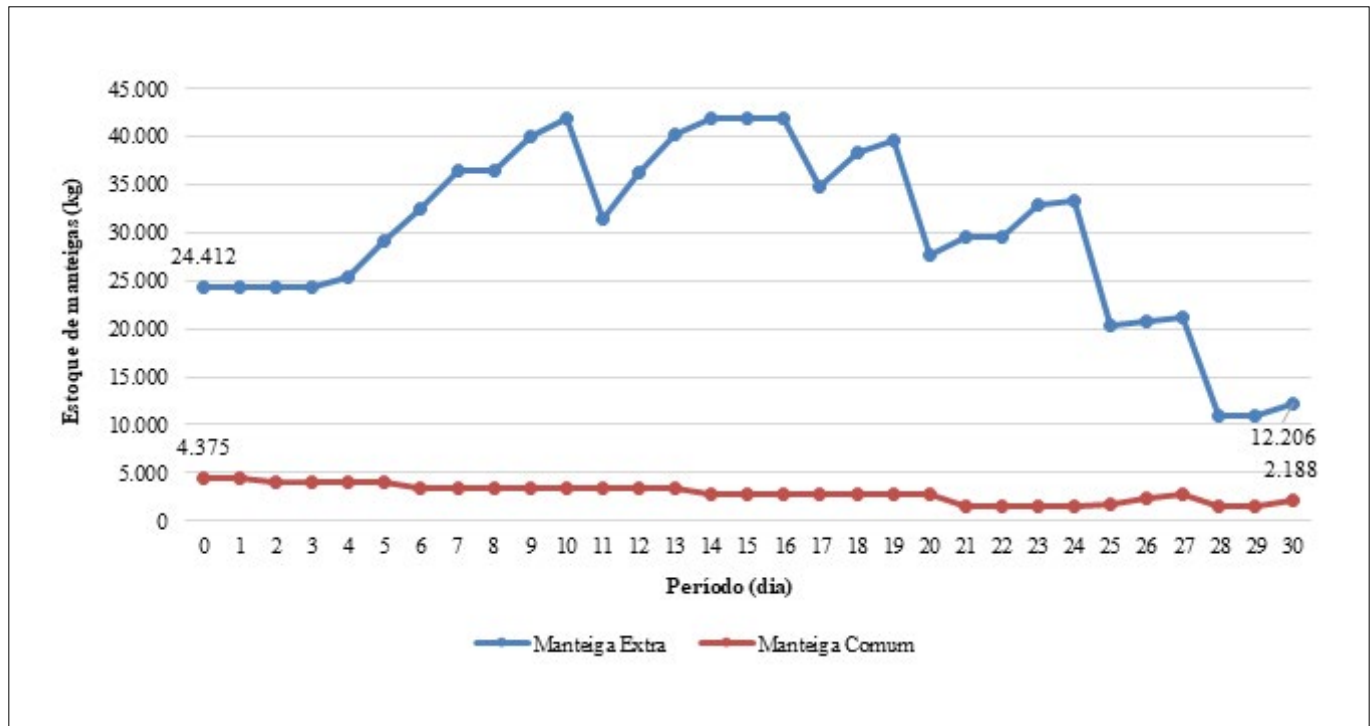


Figura 6 ▼

Balço de estoque diário de manteiga.

Fonte: dados da pesquisa



Por fim, a partir de todos esses dados apresentados, o resultado da função objetivo de maximizar o faturamento bruto foi de um total de R\$ 33.092.297,85 no período. Para chegar a esse resultado, foram somados o valor arrecadado com a venda de produtos acabados e o valor arrecadado com a venda de insumos *spot* não utilizados internamente; e foram descontados os custos de manutenção de estoques e de compra de insumo *spot*.

Observando as Figuras 4, 5 e 6, pode-se notar que o modelo foi capaz de reduzir os níveis de estoque, o que contribuiu para a melhoria do resultado financeiro da empresa. Isso mostra que é possível que a empresa esteja mantendo estoques excessivos e isso esteja prejudicando seu desempenho. Por exemplo, nas Figuras 4 e 6, o estoque de muçarela e manteiga foi reduzido ao longo do horizonte de planejamento. No caso dos requeijões (Figura 5), o plano de produção consome o estoque inicialmente e o recompõe ao final do período, reduzindo os custos de manutenção de estoque.

Em geral, para cada produto, conclui-se que, na linha de queijo muçarela, comparando a sugestão do modelo com o planejamento real executado no mesmo período, foram mantidas as produções aos domingos e o volume de produção, ocupando toda a capacidade instalada, o que resultou em um estoque final 55,24% maior do que o do modelo, gerando um custo adicional de manutenção de estoque de R\$ 129.604,00, no período, e um custo de horas extras de R\$ 35.000,00.

No plano realizado na linha de requeijão, foi mantida a produção durante todo o mês, sem paralisação, o que gerou uma produção de 100 toneladas a mais do que o modelo sugeriu e, conseqüentemente, um estoque final maior na mesma proporção. Além disso, por consumir todo o creme, não foi vendido nada como *spot*, deixando de gerar um faturamento bruto dentro do mês de R\$ 471.473,50 em creme.

Esse volume de creme de soro gerado e não aproveitado internamente na solução ótima do modelo demonstra uma grande oportunidade de crescimento no mercado de manteiga comum, ou, até mesmo, a possibilidade de substituição ou inclusão como insumo em algum produto do portfólio da empresa de laticínio.

5 Conclusão

O modelo proposto no artigo atingiu o objetivo, resultando em um plano mestre de produção diarizado que maximizou o faturamento bruto. Conclui-se, portanto, que o plano de produção sugerido é passível de aplicação, assim como suas movimentações de venda e de compra de insumos, mostrando que ferramentas matemáticas e computacionais como a Programação Linear podem auxiliar e facilitar a tomada de decisão em empresas de laticínio.

Por fim, somados o valor arrecadado com a venda de produtos acabados e o valor arrecadado com a venda de insumos *spot* não utilizados internamente, e descontados os custos de manutenção de estoques e de compra de insumo *spot*, a função objetivo foi efetiva em maximizar o faturamento bruto em um total de R\$ 33.092.297,85 no período avaliado.

O modelo proposto neste trabalho difere de outros modelos existentes na literatura acadêmica, pois considera aspectos que não são tratados em outros modelos, com destaque para a possibilidade de compra *spot* de leite no plano de produção. Além disso, o modelo aqui proposto aborda as misturas de insumos na produção dos itens finais, bem como a compra e a venda de insumos.

Para trabalhos futuros, há a possibilidade de abordar diferentes horizontes de planejamento, variando de 30 a 90 dias. Um período maior permitirá a avaliação do parâmetro do custo futuro do leite *spot*, auxiliando, dessa forma, a empresa a avaliar períodos em que seja mais vantajoso estocar produtos acabados produzidos com matéria-prima mais barata do que manter o estoque baixo e produzir posteriormente, com o leite mais caro.

Financiamento

Esta pesquisa não recebeu financiamento externo.

Conflito de interesses

Os autores declaram não haver conflito de interesses.

Referências

ABIA – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DE ALIMENTOS. **Página inicial**. Disponível em: <https://www.abia.org.br/>. Acesso em: 25 fev. 2022.

ACOSTA, D. C.; SOUZA, J. P. Formas híbridas: uma análise das relações entre produtores e processadores no SAG do leite no estado do Paraná. **Organizações Rurais**

& **Agroindustriais**, Lavras, v. 19, n. 4, p. 288-303, 2017. Disponível em: <http://revista.dae.ufla.br/index.php/ora/article/view/1208>. Acesso em: 1 abr. 2022.

ALMEIDA JÚNIOR, J. F. **Planejamento da produção na indústria de laticínios: práticas atuais e desenvolvimento de um protótipo de sistema de apoio à decisão**. 2004. Dissertação (Mestrado em Ciência e Tecnologia de Alimentos) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2004. Disponível em: <http://www.locus.ufv.br/handle/123456789/9079>. Acesso em: 1 abr. 2022.

ALVES, L. R.; OSTAPECHEN, L. A. P.; PORCÉ, M.; PARRÉ, J. L. Atividade leiteira no Paraná: uma análise espacial e econométrica. **Redes: Revista do Desenvolvimento Regional**, v. 25, n. especial 2, p. 2432-2453, 2020. DOI: <https://doi.org/10.17058/redes.v25i0.14974>.

BARELLA, R. C. F.; SOUZA, C. C.; REIS NETO, J. F.; MALDONADO, S.; RODRIGUES, W. O. P. Otimização da produção de queijos usando a ferramenta solver do Excel. **Uniciências**, v. 24, n. 2, p. 124-129, 2020. DOI: <https://doi.org/10.17921/1415-5141.2020v24n2p124-129>.

BILGEN, B.; DOGAN, K. Multi-stage production planning in the dairy industry: a mixed integer linear programming approach. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 54, n. 46, p. 11709-11719, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.iecr.5b02247>.

BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. **Decreto nº 9.013, de 29 de março de 2017**. RIISPOA – Regulamento de Inspeção Industrial e Sanitária de Produtos de Origem Animal. Brasília, DF: Presidência da República, 2017. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/decreto/d9013.htm. Acesso em: 30 mar. 2022.

BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Instrução normativa nº 76, de 26 de novembro de 2018. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, ano 155, n. 230, p. 9-10, 30 nov. 2018a. Disponível em: https://www.in.gov.br/materia/-/asset_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/52750137/do1-2018-11-30-instrucao-normativa-n-76-de-26-de-novembro-de-2018-52749894IN%2076. Acesso em: 1 abr. 2022.

BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Instrução normativa nº 77, de 26 de novembro de 2018. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, ano 155, n. 230, p. 10-13, 30 nov. 2018b. Disponível em: https://www.in.gov.br/materia/-/asset_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/52750141/do1-2018-11-30-instrucao-normativa-n-77-de-26-de-novembro-de-2018-52749887. Acesso em: 1 abr. 2022.

BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. **Projeções do agronegócio**. Brasil 2011/12 a 2021/22. Brasília, DF: MAPA, 2012. Disponível em: <https://www.gov.br/agricultura/pt-br/assuntos/politica-agricola/todas-publicacoes-de-politica-agricola/projecoes-do-agronegocio/projecoes-do-agronegocio-brasil-2011-2012-a-2021-2022.pdf/view>. Acesso em: 30 mar. 2022.

CABRAL, L. F. M. PCP em indústrias de laticínios: por que fazer? **Milkpoint**, 18 jan. 2021. Disponível em: <https://www.milkpoint.com.br/artigos/industria-de-laticinios/pcp-em-industrias-de-laticinios-por-que-fazer-223598/>. Acesso em: 1 abr. 2022.

CASTILHO, A. C. B.; STAFUSSA, A. P.; RIBEIRO, J. C. B.; POZZA, M. S. S.; TORMO, H.; MADRONA, G. S. Quality assessment of artisanal cheeses in the northwest region of Paraná. **Journal of Dairy Research**, v. 88, n. 1, p. 95-97, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022029921000030>.

CORRÊA, H. L.; CORRÊA, C. A. **Administração de produção e de operações**. Manufatura e serviços: uma abordagem estratégica. 1. Ed. São Paulo: Atlas, 2012.

DOGANIS, P.; SARIMVEIS, H. Optimal production scheduling for the dairy industry. **Annals of Operations Research**, v. 159, p. 315-331, 2008. DOI: <https://dx.doi.org/10.1007/s10479-007-0285-y>.

FGV – FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS. **O setor de laticínios no Brasil e suas interações com o comércio internacional**. Rio de Janeiro: FGV, 2017. Disponível em: https://gvagro.fgv.br/sites/gvagro.fgv.br/files/u115/laticinios_fgv_PT.pdf. Acesso em: 1 abr. 2022.

GDP – GLOBAL DAIRY PLATFORM. **Annual review 2016**. Rosemont, IL, EUA: GDP, 2017. Disponível em: <https://www.globaldairyplatform.com/wp-content/uploads/2018/04/2016-annual-review-final.pdf>. Acesso em: 31 maio 2022.

GEARY, U.; LOPEZ-VILLALOBOS, N.; GARRICK, D. J.; SHALLOO, L. Development and application of a processing model for the Irish dairy industry. **Journal of Dairy Science**, v. 93, n. 11, p. 5091-5100, 2010. DOI: <https://doi.org/10.3168/jds.2010-3487>.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Pesquisa de orçamentos familiares 2017-2018**. Primeiros resultados. Rio de Janeiro: IBGE, 2019. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101670.pdf>. Acesso em: 1 abr. 2022.

KOPANOS, G. M.; PUIGJANER, L.; GEORGIADIS, M. C. Optimal production scheduling and lot-sizing in dairy plants: the yogurt production line. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 49, n. 2, p. 701-718, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1021/ie901013k>.

LIMA, L. P.; PEREZ, R.; CHAVES, J. B. P. A indústria de laticínios no Brasil: um estudo exploratório. **Boletim Centro de Pesquisa de Processamento de Alimentos (CEPPA)**, Curitiba, v. 35, n. 1, 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.5380/cep.v35i1.55942>.

MATTOS, C. A. C.; ABUD, G. M. B.; COSTA, N. L.; SANTANA, A. C. A competitividade da agroindústria de laticínios: uma investigação no estado do Pará. **Revista em Agronegócio e Meio Ambiente**, Maringá, v. 10, n. 4, p. 1029-1050, 2017. DOI: <https://doi.org/10.17765/2176-9168.2017v10n4p1029-1050>.

MENEGHINI, R. C. M. **Ferramenta para maximização do lucro de laticínios pelo planejamento do mix ótimo de produtos lácteos e precificação dos componentes do leite cru**. 2014. Tese (Doutorado em Ciência Animal e Pastagens) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2014. DOI: <https://dx.doi.org/10.11606/T.11.2014.tde-30042014-113554>.

MIRANDA, G. J.; MARTINS, V. F.; FARIA, A. F. O uso da programação linear num contexto de laticínios com várias restrições na capacidade produtiva.

In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CUSTOS, 13., 2006, Belo Horizonte. **Anais** [...]. Belo Horizonte: ABC, 2006. Disponível em: <https://anaiscbc.emnuvens.com.br/anais/article/view/1734>. Acesso em: 1 abr. 2022.

PERONDI, M. A.; DENGO, M. B.; GAZOLLA, M. Mercados das agroindústrias familiares de queijo artesanal do Sudoeste do Paraná. **Redes: Revista do Desenvolvimento Regional**, v. 24, n. 1, p. 246-269, 2019. DOI: <https://doi.org/10.17058/redes.v24i1.11895>.

REDDY, A. V. R.; RAO, M. S.; KESAVARAO, V. V. S. Lot sizing and scheduling of a perishable product in a dairy industry. **International Journal of Management**, v. 11, n. 8, p. 173-191, 2020. Disponível em: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3713725. Acesso em: 1 abr. 2022.

SILVA, R. R.; SOARES, C. M. S.; AGUIAR, A. O.; GOMES, D. S.; MARTINS, G. A. S.; SILVA, W. G. Uso da programação linear na otimização de processos dentro da indústria de alimentos. **Desafios – Revista Interdisciplinar da Universidade Federal do Tocantins**, v. 6, n. especial, p. 24-30, 2019. DOI: <https://doi.org/10.20873/uft.2359365220196Especialp24>.

SIQUEIRA, K. B. **O mercado consumidor de leite e derivados**. Juiz de Fora: Embrapa Gado de Leite, 2019. (Circular Técnica, 120). Disponível em: <https://www.embrapa.br/busca-de-publicacoes/-/publicacao/1110792/o-mercado-consumidor-de-leite-e-derivados>. Acesso em: 31 maio 2022.

SIQUEIRA, K.; GUIMARÃES, Y. M. A evolução do consumo domiciliar de leite e derivados sob a ótica do novo guia alimentar brasileiro. **Milkpoint**. 28 jul. 2020. Disponível em: <https://www.milkpoint.com.br/colunas/kennya-siqueira/a-evolucao-do-consumo-domiciliar-de-leite-e-derivados-no-brasil-sob-a-otica-do-novo-guia-alimentar-220806/>. Acesso em: 1 abr. 2022.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. **Administração da produção**: v. 2. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

VIANA, G.; RINALDI, R. N. Principais fatores que influenciam no desempenho da cadeia produtiva de leite: um estudo com os produtores de leite do município de Laranjeiras do Sul-PR. *In*: CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E SOCIOLOGIA RURAL, 46., 2008, Rio Branco. **Anais** [...]. Rio Branco: SOBER, 2008. DOI: <https://dx.doi.org/10.22004/ag.econ.109790>.

VOLLMANN, T. E.; BERRY, W. L.; WHYBARK, D. C.; JACOBS, F. R. **Sistemas de planejamento & controle da produção para o gerenciamento da cadeia de suprimentos**. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

ZACARCHENCO, P. B.; VAN DENDER, A. G. F.; REGO, R. A. **Brasil dairy trends 2020**: Tendências do mercado de produtos lácteos. 1. ed. Campinas: ITAL, 2017. Disponível em: <http://brasildairyrends.com.br/3/>. Acesso em: 1 abr. 2022.