

# Avaliação da amostragem compressiva em sinais de ECG e imagens digitais



Carlos Danilo Miranda Regis <sup>[1]</sup>, Luiz Guedes Caldeira <sup>[2]</sup>, Edmar Candeia Gurjão <sup>[3]</sup>

[1] danilo.regis@ifpb.edu.br, [2] guedes@ifpb.edu.br, [3] ecandeia@ee.ufcg.edu.br. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – Campus João Pessoa; Universidade Federal de Campina Grande.

## RESUMO

A amostragem compressiva permite obter representações mais compactadas de sinais do que as obtidas nas arquiteturas baseadas no teorema de Nyquist. Por esse motivo, este trabalho, em um primeiro momento, faz uma descrição sucinta dessa nova técnica e, em seguida, apresenta a avaliação de sua aplicação para os sinais de Eletrocardiograma (ECG) e em imagens. Para sinais de ECG, conseguiu-se até 59% de compressão sem perda das características do sinal e, para sinais de imagens, obteve-se mais de 50% de compressão para níveis aceitáveis de perdas de qualidade.

**Palavras-chave:** Amostragem compressiva. Eletrocardiograma. Imagens. Processamento digital de sinais.

## ABSTRACT

*Compressive sensing allows to obtain signal with higher compression than those obtained in the architectures based on Nyquist theorem. This work presents an evaluation of the application of compressing sensing for Electrocardiogram (ECG) signals and images. The ECG signals could be up to 59% compression without loss of the signal characteristics and images took a little over 50% compression for acceptable levels of quality losses.*

**Keywords:** *Compressed sensing. Electrocardiogram. Image. Digital signal processing.*

<sup>1</sup> Toda a correspondência deve ser enviada ao autor referenciado.

## 1 Introdução

Apesar dos sinais naturais serem analógicos, a versatilidade do tratamento de sinais no domínio digital e, mais recentemente, a grande disponibilidade de processamento computacional têm alavancado os estudos da área de Processamento Digital de Sinais (PDS). Nos sistemas que implementam as técnicas de PDS, o primeiro passo é converter o sinal analógico para digital, o que na maioria dos sistemas tem sido feito seguindo o teorema de Nyquist (NYQUIST, 1928). Esse teorema leva em conta somente o conteúdo espectral do sinal, ao enunciar que a taxa de amostragem, também conhecida como Taxa de Nyquist, deve ser de no mínimo duas vezes a maior frequência do sinal analógico (GURJÃO, 2013).

O segundo passo geralmente refere-se à compressão dos dados, uma vez que existe uma grande necessidade de espaço de armazenamento e largura de banda para transmissão desses dados. Essa etapa consiste em retirar redundância dos sinais de tal forma que não exista perdas significativas.

Observando que estes passos – amostragem e compressão – muitas vezes podem ser executados conjuntamente, alguns pesquisadores, baseados em técnicas das áreas de Projeções Aleatórias, Álgebra Linear e Otimização, propuseram uma técnica denominada de Amostragem Compressiva (CS – *compressed sensing*) (CANDÈS, TAO, 2006; DONOHO, 2006). Essa técnica permite obter, para certa classe de sinais, representações bem mais compactadas do que as obtidas nas arquiteturas baseadas no Teorema de Nyquist.

Uma das aplicações de maior sucesso da amostragem compressiva é na aquisição de imagens; um exemplo é a utilização em ressonância magnética. Esse sucesso ocorre devido às imagens terem muita redundância entre os *pixels*.

Outra possível aplicação para a amostragem compressiva é a aquisição de sinais médicos, que precisam ser transmitidos muitas vezes em tempo real e com máxima qualidade. Entre esses sinais médicos, podemos destacar os sinais de eletrocardiograma (ECG).

O desenvolvimento deste trabalho consiste em implementar e testar a amostragem compressiva para sinais de ECG e em imagens, e avaliar o desempenho para esses sinais.

## 2 Fundamentação teórica

### 2.1 Amostragem pelo Teorema de Nyquist

Nyquist estabeleceu que, para que seja possível recuperar um sinal a partir de suas amostras, é necessário amostrá-lo a uma taxa de, pelo menos, duas vezes a máxima frequência deste sinal. Isto implica em dizer que o sinal amostrado precisa ser limitado em banda (HAYKIN; VEEN, 2001). Como não é possível garantir que o sinal não contenha frequências acima desse limite, é necessário filtrar o sinal com um filtro passa-baixa ou *anti-aliasing* cuja frequência de corte seja menor ou igual a frequência de Nyquist.

O processo de amostragem pode ser realizado pela multiplicação de um trem de impulsos pelo sinal que será amostrado. Depois é realizada a quantização, que é o processo de atribuição a um conjunto finito de valores discretos de amplitude para um sinal cuja amplitude varia entre infinitos valores. Cada amostra do sinal será transformada em uma quantidade predefinida de *bits*. O número de *bits* depende do número de amplitudes existentes nesse conjunto finito.

### 2.2 Reconstrução do sinal

A reconstrução do sinal original amostrado pelo Teorema de Nyquist consiste em um processo de interpolação, que matematicamente define um sinal contínuo no tempo  $x(t)$  a partir de amostras discretas  $x[n]$ . Para isso, cada valor de amostra é multiplicado pela função *sinc*( $x$ ), dimensionado de modo que os cruzamentos de zero da função *sinc* ocorram nos instantes de amostragem, e que o ponto central da função *sinc* seja deslocado para coincidir com o tempo de amostragem.

Todas essas funções dimensionadas e deslocadas são então adicionadas para recuperar o sinal original. As funções deslocadas no tempo e dimensionadas são funções contínuas, fazendo com que a soma das mesmas também seja contínua, de modo que o resultado desta operação é um sinal contínuo (HAYKIN; VEEN, 2001).

### 2.3 Amostragem compressiva

Amostrar sinais empregando o Teorema de Nyquist sugere que o número de amostras de um sinal discreto de dimensão  $N$  é tão grande quanto  $N$ , para que possa, segundo o teorema, existir a condição mínima de recuperação deste sinal. Esse princípio de amostragem de sinal é o que prevalece praticamente

em todos os dispositivos das atuais tecnologias que empregam conversão analógico/digital, tais como equipamentos de áudio, imagem, vídeo, entre outros.

A amostragem compressiva fornece uma abordagem fundamentalmente nova para aquisição de dados, que prevê que certos sinais ou imagens podem ser recuperados a partir do que se acreditava anteriormente serem medições (amostragens) altamente incompletas.

A CS baseia-se na observação empírica de que muitos tipos de sinais ou imagens podem ser aproximados por uma expansão esparsa em termos de uma base adequada, ou seja, por apenas um pequeno número de coeficientes diferentes de zero. Isso é a chave para a eficiência de muitas técnicas de compressão com perdas, como JPEG, MP3 etc.

A compressão é obtida simplesmente por armazenar apenas os maiores coeficientes da base. Ao reconstruir o sinal, os coeficientes não armazenados são simplesmente forçados para zero. Essa é certamente uma estratégia razoável quando a informação completa do sinal está disponível.

No entanto, quando o sinal tem de ser primeiro adquirido por um método que envolve muitas medidas (amostras) – o que o torna custoso e demorado – para posteriormente grande parte dessas medidas serem jogadas fora na fase de compressão do sinal, pergunta-se se não haveria uma maneira mais eficiente de obter esse sinal na sua forma diretamente comprimida fazendo apenas algumas medidas de interesse.

Surpreendentemente, a CS utiliza-se de um sistema de sensoriamento que recupera o sinal original a partir de sua versão comprimida tomando-se apenas uma pequena quantidade de medidas lineares e não adaptativas do sinal original.

Hoje, o campo de aplicabilidade desta técnica é relativamente amplo; podemos mencionar: câmeras de único *pixel*, ressonância magnética em imagens médicas, prospecção geofísica ou sismologia, entre outras (LLAVE, 2012).

A CS difere da amostragem tradicional em 3 diferentes aspectos:

1. A amostragem tradicional considera sinais de tamanho infinito, contínuos no tempo. Em contraste, a CS é uma teoria matemática com foco na medida de vetores com dimensão finita  $N$  pertencentes ao  $\mathbb{R}^N$ .

2. Em vez de amostrar o sinal em um ponto específico no tempo, a CS adquire medidas sob a forma

de produtos internos entre o sinal e uma diversidade de sinais de teste.

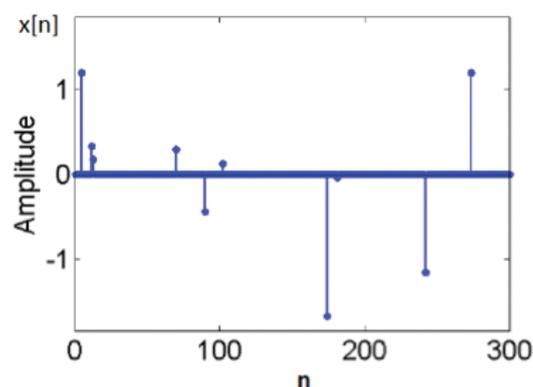
3. As duas estruturas diferem na forma de lidar com a recuperação do sinal, ou seja, o problema da recuperação do sinal original a partir das medições de compressão.

No âmbito do Teorema de Nyquist, a recuperação do sinal é obtida pela interpolação das amostras com a função  $\text{sinc}(x)$  – um processo linear que exige pouca computação e tem uma interpretação simples. Na CS, no entanto, a recuperação do sinal é normalmente alcançada por métodos não lineares (ELDAR; KUTYNIOK, 2012).

### 2.3.1 Esparsidade e bases esparsas

A compressão dos sinais está diretamente ligada à sua esparsidade. Define-se um sinal  $s$ -esparso ao sinal de dimensão  $N$ , com  $N > s$ , que tem  $s$  elementos não nulos. A Figura 1 ilustra o sinal discreto  $x[n]$  de dimensão  $N=300$  e esparsidade  $s=10$ . Esse sinal é 10-esparso, ou seja, possui somente 10 elementos não nulos dentre os seus 300 elementos. Um sinal é dito muito esparso quando  $s \ll N$ .

Figura 1 – Sinal  $x[n]$  10-esparso.



Fonte: Dados da pesquisa.

Em geral, os sinais em sua forma original não exibem uma esparsidade considerável. Entretanto, esses mesmos sinais podem ser representados em algum domínio em que possam apresentar uma esparsidade considerável, ou seja, um domínio cuja informação esteja concentrada no menor número de coeficientes possível da base, que é uma matriz  $N \times N$ , representativa desse domínio. Como exemplo, temos o sinal  $x = (1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0)$  e as seguintes matrizes de bases  $\square_I, \square_F$ , identidade e Fourier, respectivamente  $(A = \frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}, A^* = \frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2})$ .

$$\Phi_I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} e$$

$$\Phi_F = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & A^* & -j & -A^* & -1 & -A^* & j & A \\ 1 & -j & -1 & j & 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -A & j & A^* & -1 & A & -j & -A^* \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -A^* & -j & A & -1 & A^* & j & -A \\ 1 & j & -1 & -j & 1 & j & -1 & -j \\ 1 & A & j & -A^* & -1 & -A & -j & A \end{pmatrix}.$$

Ao realizarmos a mudança de domínio, que resulta na projeção do vetor do sinal  $x$  na base  $\Psi$ , tem-se o vetor  $y$ , cujos elementos são os coeficientes do sinal  $x$  na base de transformação  $\Phi$  da forma:

$$y = x \Phi \quad (1),$$

levando a:

$$y_I = x \Phi_I = X = (1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0) \quad e$$

$$y_F = x \Phi_F = (0, 0, \sqrt{2}, 0, 0, 0, \sqrt{2}, 0).$$

Observa-se que a versão transformada do sinal de  $x$ ,  $y_F$ , é mais esparsa ( $s=2$ ) que a versão  $y_I$  ( $s=4$ ), a partir do que se pode concluir que a base de Fourier ( $\Phi_I$ ) é uma base que produz maior esparsidade que a base identidade ( $\Phi_I$ ). As bases de Fourier não são utilizadas por não apresentarem boa esparsidade (e consequentemente boa capacidade de compressão) como as bases DCT e Wavelet.

A esparsidade é um modelo altamente não linear, uma vez que a escolha dos elementos de um dado dicionário que vão ser utilizados pode mudar de sinal para sinal. Isso pode ser visto observando que para um dado par de sinais, ambos  $s$ -esparcos, uma combinação linear dos dois sinais, em geral, não produz um sinal necessariamente  $s$ -esparso, uma vez que os  $s$  elementos de cada vetor podem não coincidir em suas respectivas posições.  $\neq$

Seja  $\Sigma_s$  o conjunto de todos os sinais  $s$ -esparcos, e o par de sinais  $x, y \in \Sigma_s$ , uma operação do tipo  $x+y$  pode resultar em  $x+y \in \Sigma_{2s}$ . O conjunto de sinais esparsos  $\Sigma_s$  não forma um espaço linear. Em vez disso ele é composto da união de todas as possíveis  $\binom{N}{s}$  combinações dos subespaços canônicos. Para grandes valores de  $N$  e  $s$  devemos considerar um número potencialmente enorme de subespaços. Isso terá consequências muito significativas no desenvolvimento dos algoritmos de recuperação.

### 2.3.2 Matrizes de medidas (*sensing matrices*)

Analisando um sistema de aquisição que realize medidas não adaptativas do sinal finito  $y \in \mathbb{R}^N$  da Equação 1, e levando em consideração que se deseja compressão, o número  $M$  de medidas é tal que  $M \ll N$ . Assim, deve-se ter uma matriz  $\Phi$ , de dimensão  $M \times N$ , com linhas fixas (não adaptativa), resultando no sinal amostrado:

$$y_a = \Phi y^t \quad (2),$$

que é a versão amostrada do sinal  $y$  e tem dimensão  $M \times 1$ , sendo  $y^t$  o transposto de  $y$  e  $M \ll N$ . O parâmetro  $M/N$  dá a medida da compressão. O processo consiste em fazer a seguinte transformação linear:

$$T\{y \rightarrow y_a\} = T\{\mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M\}, \quad M \ll N. \quad (3)$$

Essa transformação representa claramente uma redução de dimensionalidade. A matriz  $\Phi$ , que é a matriz de medida (*sensing matrix*), representa a redução da dimensão do sinal original  $y$ .

Algumas métricas importantes são utilizadas ao longo do processo de construção de matrizes e pelos algoritmos de reconstrução, métricas estas que estão relacionadas à dimensionalidade do sinal a ser recuperado.

Em geral os algoritmos de reconstrução são idealizados de forma a utilizarem uma estrutura linear pela sua simplicidade de processamento. Processos não lineares são, em geral, sempre mais difíceis de manipular. Como a CS manipula vetores, esses algoritmos utilizam-se de métricas de decisão chamadas normas. Seja um vetor  $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ , define-se a norma  $p$  de  $x$ , denominada  $\|x\|_p$ , como

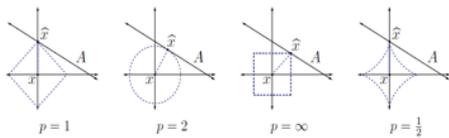
$$\|x\|_p = \begin{cases} (\sum_{i=1}^N |x_i|^p)^{\frac{1}{p}} & p \in [1, \infty) \\ \max_{i=1, 2, \dots, N} |x_i| & p = \infty. \end{cases} \quad (4)$$

No espaço Euclidiano, calcula-se a bem conhecida norma 2 do vetor  $\mathbf{x}$  de dimensão  $N$  ( $\|\cdot\|_2$ ) pela raiz quadrada do produto interno deste vetor com ele mesmo, da seguinte forma:

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \langle \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle = \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2}. \quad (5)$$

Em contextos muito especiais, torna-se útil estender o conceito da norma definida em (4) para  $p < 1$ . Entretanto, nesse caso, a norma não satisfaz a desigualdade triangular, que deve ser satisfeita por toda norma. Nessa situação, ela é chamada de quase-norma.

**Figura 2** – Melhor aproximação de um ponto em  $\mathbb{R}^2$  por um subespaço unidimensional utilizando as normas  $\|\cdot\|_p$  para  $p=1, 2, \infty$  e  $\frac{1}{2}$ .



Fonte: Dados da pesquisa.

Para exemplificar melhor a métrica da norma, a Figura 2 ilustra uma esfera unitária da forma:

$$\{\mathbf{x}: \|\mathbf{x}\|_p = 1\}, \quad (6)$$

dada por cada norma  $\|\cdot\|_p$  em  $\mathbb{R}^2$ . Em geral utilizamos normas para medidas de intensidade de sinal ou comprimento de um erro. Vamos supor que dado um sinal  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ , desejamos aproximá-lo em relação a um ponto  $\hat{\mathbf{x}} \in A$  em uma reta afim  $A$ , como ilustrado na Figura 2. Se nós medirmos o erro de aproximação utilizando a norma  $\|\cdot\|_p$ , então devemos descobrir o  $\hat{\mathbf{x}} \in A$  que minimiza  $\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|_p$ . A escolha de  $p$  terá um efeito muito significativo no resultado do erro de aproximação. Observando-se a Figura 2, verifica-se que, para um maior  $p$ , o erro tende a espalhar-se de forma mais equilibrada entre os dois coeficientes do vetor, enquanto que um menor  $p$  leva a um erro entre os coeficientes que é distribuído desigualmente e tende a ser esparso. Essa propriedade da norma pode ser generalizada para sinais de alta dimensionalidade e desempenha um papel importantíssimo na teoria de CS.

Para a construção da matriz de medidas definida anteriormente,  $\Phi$ , esta deve satisfazer um importante parâmetro denominado RIP (*restricted isometry pro-*

*perty*) ou, em português, propriedade da isometria restrita. Se existe um número  $\delta_s \in (0,1)$ , então diz-se que a matriz de medidas  $\Phi$  satisfaz a RIP se (CANDÈS; TAO, 2005):

$$(1 - \delta_s) \|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\Phi \mathbf{x}\|_2^2 \leq (1 + \delta_s) \|\mathbf{x}\|_2^2. \quad (7)$$

se mantém para todo  $\mathbf{x} \in \delta_s$ .

As dimensões  $M \times N$  da matriz  $\Phi$  que satisfaz a RIP podem ser relacionadas da forma  $M \geq Cs \log \binom{N}{s}$ , (8) sendo  $C = 1/2 \log(\sqrt{2}+1) \approx 0,28$ .

Uma outra propriedade que se deseja que a matriz  $\Phi$  tenha é a coerência,  $\mu(\Phi)$ , definida como  $\mu(\Phi) = \max_{1 \leq i < j \leq N} \frac{|\langle \phi_i, \phi_j \rangle|}{\|\phi_i\|_2 \|\phi_j\|_2}$ , (9)

em que  $\phi_i, \phi_j$  são as  $i$ -ésimas e  $j$ -ésimas colunas de  $\Phi$ . É possível mostrar que a faixa da coerência de uma matriz é da forma  $\mu(\Phi) \in [\sqrt{\frac{N-M}{M(N-1)}}, 1]$  (Welch, 1974). Quando  $N \gg M$ , o limitante inferior torna-se  $\mu(\Phi) \geq \frac{1}{\sqrt{M}}$ .

É possível construir matrizes de medidas  $\Phi$  obedecendo às condições da RIP descrita anteriormente.

Algumas técnicas de construção levam a um número de medidas na ordem de  $M = O(sN^\alpha)$  para algum constante  $\alpha$ . Em aplicações práticas, isso levaria a um número inaceitável de medidas  $M$ .

Felizmente, podemos contornar esse problema utilizando matrizes aleatórias com elementos independentes e identicamente distribuídos (iid). Isso significa que matrizes aleatórias com distribuições Gaussianas, de Bernoulli ou quaisquer distribuições sub-Gaussianas satisfazem a RIP com alta probabilidade. A utilização de matrizes de medidas aleatórias encontra grande aplicação na CS.

A CS consiste basicamente em três importantes passos: a construção de boas matrizes esparsas  $\Psi$ , boas matrizes de medidas  $\Phi$  e um robusto e computacionalmente eficiente algoritmo de recuperação do sinal comprimido  $\mathbf{y}_a$ . Na próxima seção será abordado o processo de reconstrução do sinal.

### 2.3.3 Reconstrução do sinal CS

Para construir um esquema de aquisição que capture o sinal em sua forma comprimida, é necessário obter os coeficientes de maior representatividade do sinal. Se a posição dos coeficientes mais significativos no domínio  $\Psi$  fosse conhecida a priori, seria possível simplesmente medir seus valores e desconsiderar a

exploração de informações adicionais, substituindo a amostragem pontual por medidas lineares mais genéricas. Cada medida  $y_a$  do sistema de aquisição corresponde a:

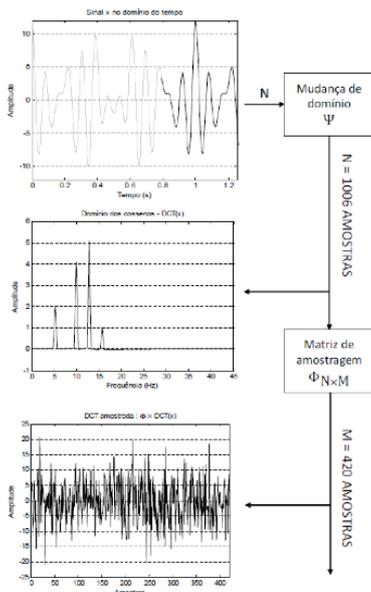
$$y_a = \Phi y^t = \Phi (x\Psi)^t = \Phi\Psi x . \quad (10)$$

Entretanto, sabe-se que as aproximações lineares geralmente não apresentam bons desempenhos. Apesar de  $y$  ser esparso em algum domínio, não se pode ter certeza a cerca da localização dos coeficientes significativos. Além disso, é desejável obter um solução não adaptativa de forma que possibilite a utilização do mesmo procedimento para a captura de outros sinais. A Figura 3 descreve o processo de aquisição de dados pela amostragem compressiva. Ou seja:

$$\hat{x} = \underset{y_a = \Phi x}{\arg \min} \| x - \hat{x} \|_p . \quad (11)$$

A solução do sistema na equação 11 torna-se muito complexa com  $N$  grande e é conhecida como soluções NP-hard. O processo resume-se em comprimir o sinal  $x(t)$  e tentar estimar o sinal  $\hat{x}(t)$  que minimiza  $\| x - \hat{x} \|_p$ . Em função disso, foram desenvolvidos algoritmos de recuperação como o *Orthogonal Matching Pursuit* (OMP) (CHEN, 1996), que é um algoritmo de minimização convexa pela norma  $l_1$ .

**Figura 3** - Diagrama simplificado do processo de amostragem realizado pelo CS.



Fonte: Dados de pesquisa.

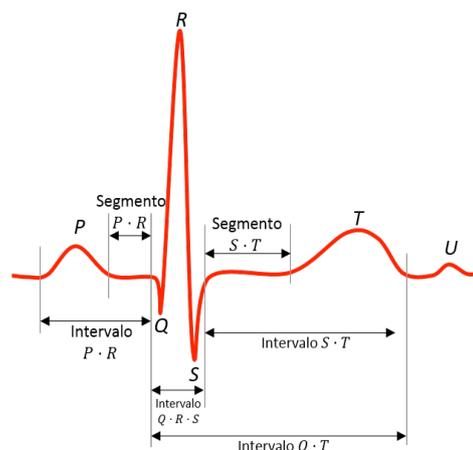
### 3 Amostragem compressiva aplicada a sinais

#### 3.1 Sinais de Eletrocardiograma

O ECG é um exame que registra a atividade elétrica do coração a partir de dois eletrodos dispostos em determinados pontos do corpo humano. Essa atividade elétrica é composta por dois eventos distintos: o potencial de repouso e o potencial de ação. O potencial de repouso consiste na diferença do potencial elétrico gerado a partir de um gradiente eletroquímico de uma membrana semipermeável. O potencial de ação refere-se às variações rápidas do potencial de repouso. Esses potenciais são definidos pela concentração dos íons de sódio (Na+) e potássio (K+).

Um sinal de ECG (Figura 4) é composto por ondas elementares (onda P, complexo QRS, onda T e onda U) que trazem informações acerca do funcionamento do coração. O ciclo cardíaco inicia-se com a onda P, que representa a ativação da musculatura atrial. Esse estímulo elétrico leva um tempo para ativar os ventrículos e é representado por uma linha de base conhecida como segmento PR (FUDUKA, 2008). O complexo QRS está relacionado com a despolarização ventricular que é sucedida por um estímulo de repolarização representado pelo segmento ST. A repolarização ventricular é representada pela onda T. A análise de constância, intensidade e período dessas ondas ajuda a auxiliar o diagnóstico das alterações estruturais e funcionais do coração (FUDUKA, 2008).

**Figura 4** - Ondas elementares de um sinal de ECG.



Fonte: Dados de pesquisa.

### 3.1.1 Experimentos

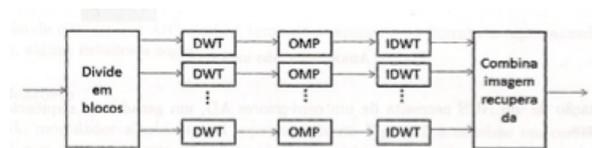
Com intuito de determinar a eficiência da CS em conseguir capturar sinais de ECG com um número inferior de amostras daquelas necessárias na amostragem convencional, foram realizadas simulações utilizando todos os 47 sinais (que são identificados por números entre 100 e 250) de ECG da base do MIT-BIH (MIT-BIH, 2014). Utilizando diferentes valores limiares, pode-se indicar a relevância de uma determinada amostra para o sistema. Desse modo, amostras cujos valores estavam abaixo desse limiar foram consideradas nulas, aumentando a esparsidade e, conseqüentemente, diminuindo a qualidade final do sinal. A cada variação desse limiar, encontra-se uma nova relação entre a qualidade e compressão do sinal, ficando a critério da aplicação determinar qual é a melhor relação entre qualidade e compressão.

As configurações testadas na produção deste trabalho foram: constante  $C_0 = 60$ , determinada experimentalmente; base de esparsidade  $\Psi =$ ; transformada discreta do cosseno (DCT); base de medição  $\Phi$  gaussiana (admitindo que a coerência máxima fosse equivalente a  $12 \times 10^{-4}$ ); comprimento do sinal  $N = 500$  amostras/quadro; algoritmo de minimização convexa OMP pela norma  $l_1$ , pela sua fácil implementação.

### 3.2 Imagens

Para exemplificar o uso da CS em imagens, considere uma imagem com tamanho 512 x 512 pixels. Como a priori não se pode garantir que essa imagem seja esparsa, vamos utilizar a transformada de wavelet discreta (*Discrete Wavelet Transform – DWT*) para obter uma representação esparsa. O esquema do exemplo está representado na Figura 5. Seguindo o que foi proposto em Sermwuthisarn, Auethavekiat e Patanavijit (2009), a imagem foi dividida em blocos, e, em seguida, realizadas a DWT, a amostragem compressiva e a transformada de wavelet inversa (*Inverse Discrete Wavelet Transform – IDWT*) em cada bloco para cada conjunto de dados.

Figura 5 - Esquema baseado em blocos.



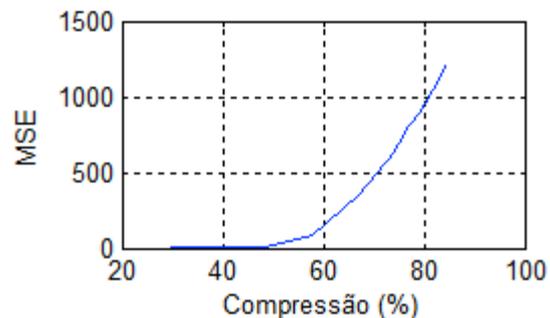
Fonte: Dados de pesquisa.

Em Sermwuthisarn, Auethavekiat e Patanavijit (2009) foram testadas várias formas de se adquirir os conjuntos de dados que encontrassem os melhores resultados para as imagens após a CS. As formas testadas foram blocos de 8 X 8, 16 X 16, 32 X 32 e 64 X 64. Os 50 menores coeficientes da DWT foram considerados insignificantes e, assim, zerados. Foram encontradas imagens com baixa qualidade e apresentando um ruído em toda a imagem.

## 4 Conclusões

As simulações geraram diversos sinais com diferentes níveis de compressão e qualidade. A Figura 6 mostra o erro quadrático médio (MSE) para os sinais testados com diferentes níveis de compressão.

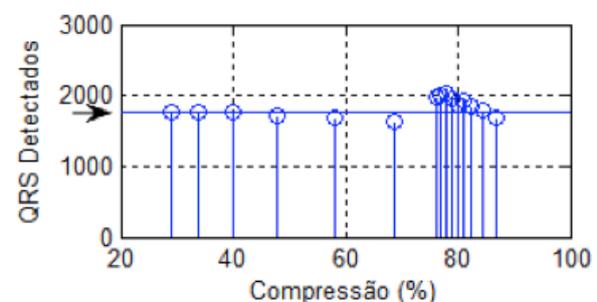
Figura 6 - Erro Médio Quadrático (MSE) para diferentes níveis de compressão provenientes da CS.



Fonte: Dados de pesquisa.

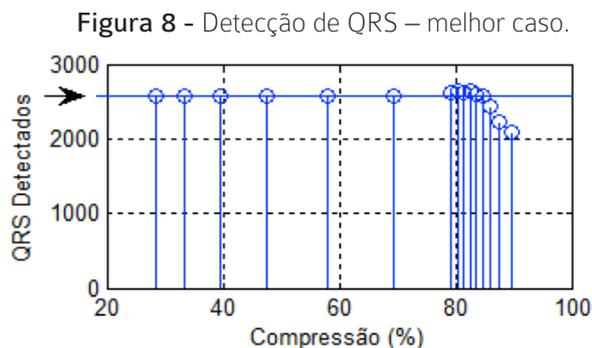
Para determinar qual o nível de compressão que a técnica consegue atingir sem que descaracterize as principais características do sinal, foi utilizado o algoritmo de detecção QRS da própria base do MIT-BIH. Os resultados, descritos nas Figuras 7 e 8, mostram o número de detecções para diferentes níveis de compressão, em que a seta indica o número de picos encontrados no sinal.

Figura 7 - Detecção de QRS – pior caso.



Fonte: Dados de pesquisa.

Na Figura 7, que representa o número de QRS detectado pela taxa de compressão do sinal "114", pode-se observar que para taxas de compressão acima de 40% não há a detecção correta do número de QRS. Também pode ser observado que para taxas próximas de 80% o número de QRS é superior ao número de QRS correto. Isso ocorre pela inserção de novos picos no sinal.

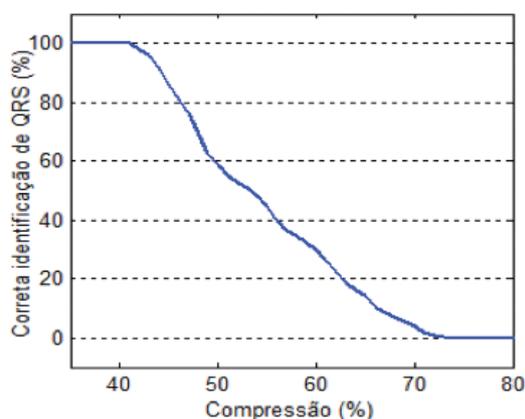


Fonte: Dados de pesquisa.

A Figura 8 representa o número de QRS detectado pela taxa de compressão para o sinal "120". Nesta Figura pode-se observar que o número de QRS detectado correto foi conseguido com a taxa de compressão de até 79%.

Para uma melhor observação dos resultados, foi traçado um gráfico do número de sinais com detecção do QRS correto, em porcentagem, pela porcentagem de compressão do sinal, conforme apresentado na Figura 9.

**Figura 9 – Taxa de identificação de onda QRS pelo nível de compressão nos sinais do MIT-BIH.**



Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa Figura é observado que, para o nível de compressão de 40%, foi detectado o QRS em todos os sinais analisados, enquanto para 70% nenhum sinal teve a detecção correta de QRS.

A Amostragem Compressiva ainda é novidade e vem sendo refinada e adaptada em diversos ramos da engenharia. Realizamos simulações e procuramos evidenciar a viabilidade dessa técnica aplicada em sinais de ECG. Observamos que o MSE sobe de maneira exponencial de acordo com a compressão desejada (Figura 6). O aumento do MSE descaracteriza o sinal e, conseqüentemente, mascara características primordiais como o complexo QRS.

Para as configurações citadas, observou-se nos sinais testados que foi possível manter as características do sinal de ECG com uma compressão de 41% para o pior caso (Figura 7) e de 69% para o melhor caso (Figura 8). Esses resultados demonstram a eficiência da técnica nessa classe de sinais. É possível ainda melhorar os resultados utilizando técnicas de processamento digital de sinais.

#### 4.1 Aplicação em imagens

Para tentar demonstrar a capacidade da CS, foi desenvolvido um programa capaz de reamostrar imagens pelo método da CS. Para tanto, optou-se por utilizar a DCT como matriz de esparsidade ( $\Psi$ ) e a gaussiana como matriz de medição ( $\Phi$ ).

As imagens de resolução 512 X 512 no formato tiff foram obtidas pelo site da University of Southern California. Com intuito de facilitar o processamento, optou-se por dividi-las em blocos de tamanho reduzido (64 X 64), nos quais os *pixels* estão altamente correlacionados entre si. Como o número de elementos no bloco é pequeno, o universo de busca também o é, o que diminui o tempo necessário para realizar a busca por OMP (mesmo com o aumento na grande quantidade de miniblocos). O resultado desse experimento foi submetido à avaliação da métrica de imagem PSNR.

Percebe-se que, embora precise de mais refinamentos, esses resultados preliminares da CS revelaram que o método conseguiu realizar uma compressão de até 92,4% com poucas perdas de similaridade. Mesmo para o pior dos casos, que tem abruptas transações entre os níveis de luminância de seus *pixels*, a compressão ainda conseguiu superar a marca dos 50%.

Utilizando as mesmas figuras, foram realizados outros testes com a matriz de esparsidade equiva-

lente a DCT ( $\psi$ ), variando o tamanho do bloco de processamento, com diferentes matrizes de medição ( $\Phi$ ).

Nota-se que, pelos resultados descritos na Tabela 1, o tamanho do bloco processado influencia na qualidade final da recuperação (PSNR em dB). À medida que o tamanho do bloco aumenta, a taxa de compressão tende a aumentar, a recuperação com a máxima coerência tende a diminuir e com a máxima incoerência tende a aumentar. A PSNR final da recuperação também variou de acordo com o tamanho do bloco.

**Tabela 1** – Relações de compressão para diversas matrizes medição  $\Phi$ , com diferentes valores de PSNR em dB.

Matriz $\Phi$	DCT	Gaussiana	Hadamard	Identidade	M/N
N=2	33,4	32,54	33,03	25,67	26,75%
N=4	27,79	4,03	5,73	15,48	10,19%
N=8	23,65	6,5	8,2	8,66	8,24%
N=16	19,88	6,68	6,13	5,49	8,76%
N=32	16,91	15,13	4,62	5,14	8,7%
N=64	15,45	22,59	6,89	5,11	7,6%

Fonte: Dados de pesquisa.

## 5 Conclusões

Este trabalho descreveu de forma sucinta o processo da CS. Na aplicação dessa técnica abordou a utilização da CS em sinais de eletrocardiogramas e imagens, realizando uma simulação que mostrou o erro provocado pela CS para diferentes níveis de compressão. A análise do erro procurou evidenciar, com métricas mais objetivas, o quanto é possível comprimir o sinal sem que este perca suas principais características.

Como a vida de pacientes dependem de identificações precisas, procura-se adotar a postura do pior caso possível, levando à conclusão que essa técnica consegue recuperar sinais com compressão de até 41%, abrindo um novo leque para construção de equipamentos voltados para telemedicina.

É válido ressaltar que os métodos apresentados neste trabalho ainda carecem de refinamento. A procura de novas bases de esparsidade e medição

devem otimizar ainda mais o processo de compressão e a qualidade final do sinal.

Os resultados deste trabalho revelaram que foi possível obter compressões de até 92,4% com poucas perdas qualidade e similaridade. Mas vale ressaltar que essa técnica nem sempre será a mais indicada para uma dada aplicação. As pesquisas por métodos mais eficientes continuam. A CS é um campo relativamente novo que promete muito desenvolvimento.

## 6 Agradecimentos

Os autores deste trabalho agradecem a Pró-Reitoria de Pesquisa, Inovação e Pós-Graduação e ao Campus João Pessoa do IFPB, pelo suporte financeiro.

## REFERÊNCIAS

- ACANDÈS, E. J.; TAO, T.. Decoding by linear programming. **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 51, n. 12, p. 4203–4215, dez. 2005.
- \_\_\_\_\_. Near optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 52, n. 12, p. 5406–5425, dez. 2006.
- CHEN, S. S.; DONOHO, D. L.; SAUNDERS, M. A. Atomic decomposition by basis pursuit. **SIAM Rev.**, v. 43, n. 1, p. 129–159, 2001. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1137/S003614450037906X>>. Acesso em: 2 mar. 2014
- DONOHO, D. L. Compressed sensing. **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 52, n. 4, p. 1289–1306, abr. 2006.
- ELDAR, Y. C.; KUTYNIOK, G (Ed.). **Compressed sensing: theory and applications**. Nova York: Cambridge University Press, 2012.
- FUKUDA, F. H. **Sistema inteligente para o pré-processamento de sinais de eletrocardiograma em plataformas de computação pervasiva**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Civil)–Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

GURJÃO, E. C. Introdução à amostragem compressiva. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES, 31., 2013, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: 2013.

HAYKIN, S. S.; VEEN, B. V. **Sinais e Sistemas**. Bookman, 2001.

LLAVE, B. C. **Aplicação do método do gradiente espectral projetado ao problema de compressive sensing**. 2012. 66 f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Computação)—Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

MIT-BIH. **Arrhythmia data base**. Disponível em: <<http://www.physionet.org/physiobank/database/mitdb>>. Acesso em: 2 mar. 2014.

NYQUIST, H. Certain topics in telegraph transmission theory. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 47, n. 2, p. 617–644, fev. 1928.

SERMWUTHISARN, P.; AUETHAVEKIAT, S.; PATANAVIJIT, V. A fast image recovery using compressive sensing technique with block based orthogonal matching pursuit. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INTELLIGENT SIGNAL PROCESSING AND COMMUNICATION SYSTEMS, 2009, Kanazawa. **Anais...** Kanazawa: 2009.

WELCH, L. Lower bounds on the maximum cross correlation of signals. **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 20, n. 3, p. 397–399, 1974.