

DOI: <http://dx.doi.org/10.18265/1517-0306a2021id5388>

ARTIGO ORIGINAL

## Aplicação da ANOVA e dos testes de Fisher e Tukey em dados de recalque de edifícios de múltiplos pavimentos

**RESUMO:** O comportamento do recalque de um pilar pode ser analisado utilizando métodos estatísticos. Este artigo apresenta uma aplicação da Análise de Variância (ANOVA) a partir de dados de recalque absoluto parcial, obtidos durante cinco estágios de construção de dois edifícios de múltiplos pavimentos em concreto armado, com fundações superficiais em maciço rochoso, ambos localizados na cidade de Caruaru (PE). O objetivo é verificar o comportamento do recalque de um determinado pilar em função dos demais. Para comprovação dos resultados experimentais, os testes de Fisher e Tukey foram utilizados para avaliar a menor probabilidade de rejeição da hipótese nula ( $H_0$ ), com erro do tipo I mantendo o nível de significância  $\alpha = 0,01$ . Os resultados mostraram que, para uma edificação com pilares locados de forma simétrica, os pilares de borda rejeitaram  $H_0$  e os pilares do canto possuem comportamento bastante similar nos dois testes; já quando os pilares não são locados de forma simétrica, quanto mais distante o pilar analisado estiver dos demais, maior será a diferença para os dois testes. A comparação dos pilares intermediários leva à conclusão de que a diferença sempre existe com os pilares de borda. Essa semelhança de comportamento foi encontrada para as duas torres. Os resultados obtidos mostraram que o teste de Tukey é melhor para controlar erro do tipo I, uma vez que a maior ocorrência do erro aconteceu para o Teste de Fisher.

**Palavras-chave:** análise estatística; fundações; hipótese nula; locação de pilares.

## *Application of ANOVA and Fisher and Tukey tests on settlement data of multi-story buildings*

**ABSTRACT:** The behavior of the settlement of a column can be analyzed using statistical methods. This study presents an application of Analysis of Variance (ANOVA) based on partial absolute settlement data obtained during five

SUBMETIDO 01/02/2021

APROVADO 05/04/2021


PUBLICADO ON-LINE 19/08/2021


PUBLICADO 30/09/2022

EDITORA ASSOCIADA

Nelma Mirian Chagas Araújo Meira

 Jefferson Pedro da Silva <sup>[1]</sup>

 Yago Ryan Pinheiro dos Santos <sup>[2]</sup>

 Maria Isabela Marques da Cunha Vieira Bello <sup>[3]</sup> \*

[1] [jeffersonpedro2009@hotmail.com](mailto:jeffersonpedro2009@hotmail.com)

[2] [yago\\_ryan@hotmail.com](mailto:yago_ryan@hotmail.com)

[3] [isabelamcvbello@hotmail.com](mailto:isabelamcvbello@hotmail.com)

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental do Campus do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Brasil

\*Autor para correspondência.

*stages of construction of two reinforced concrete buildings with a shallow foundation on rocky mass, both located in the city of Caruaru, Pernambuco. The objective is to verify the behavior of the settlement of a column in the function of the other columns. To prove the experimental results, Fisher and Tukey tests were used to evaluate the lowest probability of rejection of the null hypothesis ( $H_0$ ) with type 1 error by keeping the significance level  $\alpha = 0.01$ . The results showed that for a building with columns located symmetrically the edge columns have rejected the  $H_0$  and the corner columns have similar behavior in both tests; whereas when the columns are not symmetrically located, the more distant the analyzed column is from the others, the greater the difference for the two tests. The comparison of the intermediate columns leads to the conclusion that the difference always exists with the edge columns. This similarity of behavior was found in the two towers. The results obtained showed that the Tukey test is better to control type I error since the highest occurrence of the error occurred for the Fisher test.*

.....  
**Keywords:** *column location; foundations; null hypothesis; statistical analysis.*  
 .....

## 1 Introdução

Para que se tenha um projeto de uma edificação com maior segurança e durabilidade, com melhor qualidade e menor custo econômico, é fundamental que o desempenho dos sistemas de fundações, juntamente com a superestrutura, seja analisado; a este mecanismo, a NBR 6122 (ABNT, 2019) denomina interação solo-estrutura (ISE).

Sabendo-se da importância da análise desta interação, o controle e o monitoramento de recalques são essenciais para avaliar o desempenho das fundações. A partir dos dados experimentais, é possível interpretá-los para que se entenda como se comportam e qual a influência do parâmetro analisado sobre outras variáveis. Essa análise pode ser realizada por meio de métodos de inferência estatística, a qual consiste em obter conclusões a partir de informações representativas de uma amostra com o objetivo de tomar uma decisão (HUOT, 2002).

Essa inferência se baseia em uma série de dados com argumentos lógicos que levam em consideração a probabilidade de aceitar ou rejeitar uma hipótese, sendo que geralmente é escolhida a mais simples e a ela é dado o nome de hipótese nula (MARCO JÚNIOR; PAGLIA, 2009).

Segundo a NBR 6122 (ABNT, 2019), o programa de monitoramento de recalques é estabelecido pelo projeto de fundações, e deve incluir, entre outros, a frequência e o período em que as leituras dos recalques são realizadas. A partir dessas leituras, os dados experimentais foram obtidos para a análise estatística.

Este artigo apresenta uma aplicação da Análise de Variância (ANOVA) – fator único – a partir de dados de recalque absoluto parcial obtidos durante cinco estágios de construção de dois edifícios, de múltiplos pavimentos em concreto armado, com fundações superficiais em maciço rochoso, localizados na cidade de Caruaru (PE). O objetivo é verificar a influência de comportamento do recalque de determinado pilar em função dos demais pilares considerados entre os grupos investigados.

## 2 Referencial teórico

A estatística descritiva é capaz de auxiliar pesquisadores a compreender melhor como os dados são distribuídos diante de uma variedade muito grande de informações. Ela ajuda nesta compreensão mostrando se os dados tendem a se agrupar em um ponto na distribuição ou se eles se afastam de toda a gama de possíveis valores. Assim, a interpretação pode ser prejudicada e a leitura tornar-se desinteressante quando da utilização de dados brutos nas pesquisas científicas (LOETHER; MCTAVISH, 1974).

Os testes de hipótese são testes estatísticos utilizados para auxiliar nessa interpretação. Sua capacidade de aceitar ou rejeitar hipóteses pré-determinadas para um conjunto de amostra permite entender os resultados para a população de que esta é proveniente (PANSERA, 2018). Os testes de hipótese podem ser classificados em paramétricos ou não paramétricos.

A ANOVA, desenvolvida pelo britânico Sir Ronald Fisher, é um procedimento estatístico utilizado para comparar médias de duas ou mais populações. Martins (2008) a definiu como um método capaz de verificar se um determinado fator, no caso uma variável independente, produziria alguma influência sobre alguma variável de interesse – a variável dependente. A ANOVA ainda possibilita identificar possíveis diferenças entre médias populacionais devido a algumas variáveis que atuam simultaneamente sobre os elementos da população. O tipo mais simples da ANOVA é o *One-way*, ou fator único no Microsoft Excel.

Antes do início das análises no Excel, é necessário estabelecer qual hipótese está sendo colocada à prova. Na estatística, essa hipótese é conhecida como nula ( $H_0$ ) e traduz a ausência do efeito que se quer verificar. Em contrapartida, convém explicitar a hipótese que será considerada aceitável, caso a hipótese  $H_0$  seja rejeitada. Esta hipótese é chamada de alternativa ( $H_1$ ).

Qualquer que seja a decisão tomada em relação às hipóteses estatísticas, os dados sujeitam-se a dois tipos de erros: (a) o erro do tipo I é a probabilidade de a hipótese nula ser rejeitada quando, na verdade, ela é verdadeira. A probabilidade em cometer esse erro é denominada de  $\alpha$ , que é o nível de significância definido para o teste; (b) o erro do tipo II é a probabilidade de a hipótese nula ser aceita quando ela é falsa. A probabilidade de esse erro acontecer é chamada de  $\beta$ .

Na ANOVA, algumas médias podem divergir entre si, e isso só é possível observar quando se utiliza a distribuição F para testar estatisticamente a igualdade entre as médias. A estatística F é o quociente entre duas variâncias, ou seja, quanto maior F, maior será a dispersão dos dados.

O teste F analisa as seguintes hipóteses estatísticas:

$$\sum H_0: \text{não há diferença significativa entre os tratamentos, sendo } T_i = T_j = \dots = T_k = 0;$$

$$\sum H_1: \text{há diferença em pelo menos um dos tratamentos, sendo } T_i \neq T_k, \text{ para } i \neq k.$$

Para fins de comparação, a ANOVA fornecerá o  $F_{\text{observado}}$ , e esse será comparado com o  $F_{\text{tabelado}}$  proveniente da função =  $F(\text{probabilidade; graus\_liberdade; graus\_liberdade})$ , no Excel, que envolve a probabilidade do teste apresentar diferenças não significativas ( $1-\alpha$ ) e considera dois graus de liberdade oriundos da análise de variância. Se o  $F_{\text{observado}}$  for maior que o  $F_{\text{tabelado}}$ , rejeita-se a hipótese nula ( $H_0$ ) e aceita a hipótese alternativa ( $H_1$ ); caso contrário,  $H_0$  é aceita.

Após a aplicação da ANOVA, havendo diferenças significativas, não é possível identificar quais médias estão divergindo. Para isso, costuma-se utilizar alguns

procedimentos de comparação simultânea de todos os pares de média do tratamento por meio de testes aproximados.

Vários testes podem ser aplicados, dentre eles: Tukey, Tukey-Kramer, Duncan, Scheffé, Bonferroni (PANSERA, 2018), LSD de Fisher, dentre outros. Neste estudo, optou-se pela utilização da comparação dos resultados gerados pelos testes de Tukey e Fisher para avaliar a menor probabilidade de rejeição da hipótese nula. Assim, o comportamento do recalque de um pilar seria avaliado em relação aos demais.

No Excel, a análise do teste LSD (*Least Significant Difference*) de Fisher utiliza a estatística t Student para testar a hipótese nula através da função =  $t_{\alpha; GL}$  (probabilidade; graus\_ liberdade). A partir da distribuição t, é possível encontrar a diferença mínima significativa (LSD) através da Equação 1.

$$LSD = t_{\alpha; GL} \sqrt{MQ_{dentro} \left( \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} \quad (1)$$

onde  $t_{\alpha; GL}$  é o valor da distribuição t Student com número de graus de liberdade de resíduo;  $n_i$  e  $n_j$  são os números de repetições das médias;  $MQ_{dentro}$  é o quadrado médio do resíduo obtido na tabela ANOVA gerada pelo Excel.

As médias de recalques oriundas da ANOVA são comparadas duas a duas por meio do módulo  $|\delta_{im} - \delta_{jm}|$ . Para Fisher, se  $|\delta_{im} - \delta_{jm}| \geq LSD$ , rejeita-se  $H_0$  e o teste é dito significativo, ou seja, os recalques entre os dois pilares  $P_i$  e  $P_j$  diferem entre si. Caso contrário, se  $|\delta_{im} - \delta_{jm}| < LSD$ , se aceita  $H_0$ , o teste é dito não significativo e, portanto, há semelhança de comportamento entre um recalque e outro.

O teste HSD (*Honestly Significant Difference*) de Tukey é o mais utilizado entre os pesquisadores por ser mais exato quando as médias possuem um mesmo número de repetições. A diferença honestamente significativa é determinada através da Equação 2.

$$HSD = q_{\alpha}(k, N - k) \sqrt{\left( \frac{MQ_{dentro}}{n} \right)} \quad (2)$$

onde  $q_{\alpha}(k, N - k)$  é a amplitude total estudentizada obtida em tabela, em função do número de tratamentos e do número de graus de liberdade do resíduo;  $n$  é o número de repetições no nível; e  $MQ_{dentro}$  é o quadrado médio do resíduo obtido na tabela ANOVA gerada pelo Excel.

No teste de Tukey, para a hipótese nula  $H_0: \delta_{i\pi} = \delta_{j\pi}$ , a mesma consideração para  $|\delta_{im} - \delta_{jm}|$  é válida. Isso significa que não há diferença significativa entre o recalque de um pilar e outro. Logo, a mesma comparação utilizando as médias de recalque da ANOVA deve ser feita: se  $|\delta_{im} - \delta_{jm}| \geq HSD$ , rejeita-se  $H_0$  e a hipótese  $H_1$  é aceita.

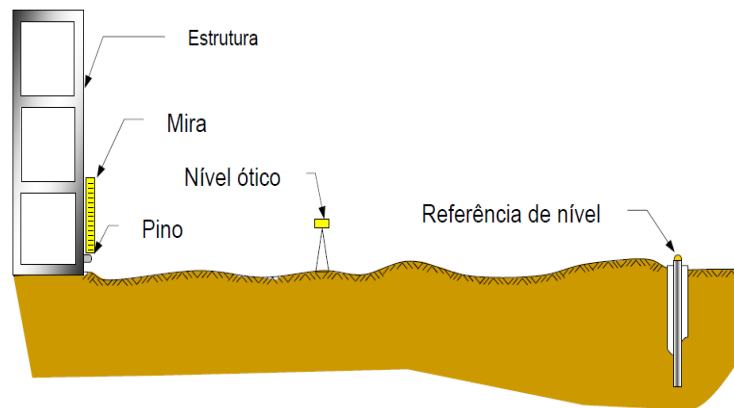
Quando as cargas mais importantes nas fundações são verticais, o acompanhamento da evolução dessas cargas, bem como dos seus correspondentes recalques, constitui um importante conhecimento para avaliação do comportamento da estrutura (ALONSO, 2019).

O termo recalque ( $\delta$ ) refere-se ao deslocamento vertical para baixo, sofrido pelos elementos discretos da fundação devido à deformação do maciço de solos ou de rochas. O recalque absoluto é definido como o deslocamento vertical descendente de um ponto da fundação, denominando-se como levantamento quando este deslocamento for ascendente. Já o recalque diferencial ( $\Delta\delta$ ) é a diferença entre os recalques absolutos de dois diferentes pontos, indicando o movimento relativo entre eles. O maior recalque diferencial observado é dito como recalque diferencial máximo ( $\Delta\delta_{máx}$ ) (GUSMÃO, 1990).

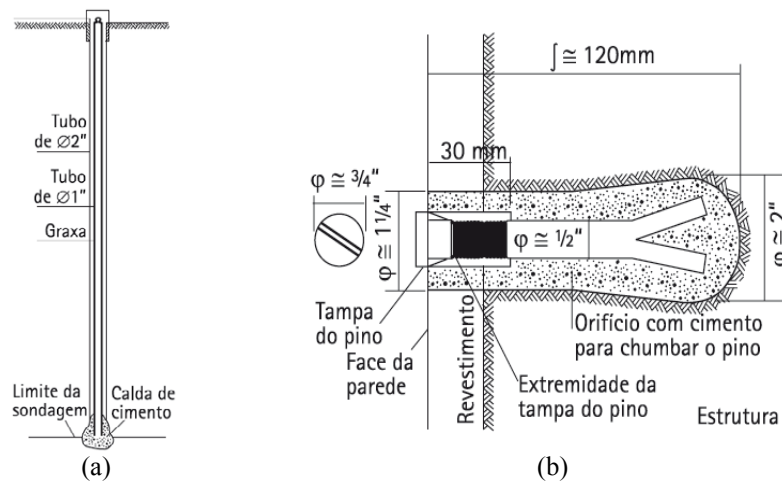
Ao submeter os elementos de fundação a um carregamento, é inevitável a ocorrência de recalques, embora seja prática corriqueira considerar, em um projeto estrutural convencional, a hipótese de apoios indeslocáveis, desprezando-se o comportamento real das camadas de suporte, tendo uma representatividade pouco realista (SANTOS, 2018).

O desempenho de uma fundação de superestruturas pode ser verificado, entre outras práticas, através do controle e monitoramento de recalques. Russo Neto (2005) apresenta um esquema do arranjo do monitoramento de recalques com o uso de nivelamento óptico (Figura 1). Tal procedimento, que segue uma instalação de controle segundo a NBR 9061 (ABNT, 1985), utiliza um nível óptico de precisão que é interligado a um marco de referência (*benchmarking*) (Figura 2(a)), além de uma mira em chapa de invar com escala graduada que é apoiada em pinos metálicos de extremidade esférica (Figura 2(b)) que são engastados nos pilares da edificação, podendo ser fixos ou removíveis.

**Figura 1** ▶  
Esquema simplificado para o monitoramento de recalques.  
Fonte: Russo Neto (2005)



**Figura 2** ▶  
(a) Marco de referência e (b) pino metálico de extremidade esférica para o monitoramento de recalques.  
Fonte: Milititsky, Consoli e Schnaid (2008), adaptado da NBR 9061 (ABNT, 1985)



Russo Neto (2005) recomenda que o nível óptico, após ter sido instalado e calado, seja protegido contra eventuais variações de temperatura, sugerindo o uso de guarda-sol para protegê-lo, minimizando os efeitos da radiação do sol. Recomenda ainda que as leituras sejam realizadas, sempre que possível, pelo mesmo operador, tanto do nível como o da mira, verificando sempre se a base da mira está limpa, e que seja feita a instalação de mais de uma referência de nível no local, de modo a contemplar a aferição de eventuais deslocamentos e propiciar um elemento de reserva contra eventuais acidentes de obra.

A partir do arranjo esquemático a ser implementado, é possível realizar leituras regulares de recalques ao longo do tempo, contemplando diversos estágios de

carregamento da obra, obtendo-se ao final, gráficos de tempo *versus* recalques. Nesse sentido, verifica-se a importância de análises estatísticas de recalques observados com o tempo.

### 3 Método da pesquisa

Para a verificação das pressuposições da análise de variância (ANOVA) e da aplicação dos testes de Fisher e Tukey, foram utilizados os dados de recalque medidos na construção de um empreendimento residencial composto por dois edifícios de múltiplos pavimentos em concreto armado intitulados torres “A” e torre “B”, localizados na cidade de Caruaru, região do semiárido de Pernambuco (Figura 3). O sistema de fundação é composto por sapatas isoladas e associadas assentes sobre maciço rochoso.

**Figura 3** ►  
Localização do caso de obra estudado.  
Fonte: Santos (2018)



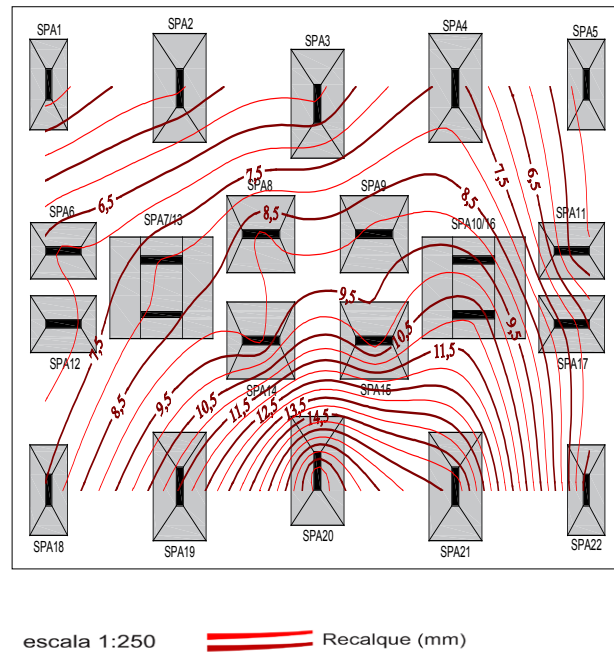
O monitoramento dos recalques foi realizado por Santos (2018), a fim de estabelecer os valores dos deslocamentos verticais da estrutura no terreno, e, portanto, realizar o estudo da interação solo-estrutura. As leituras dos recalques foram realizadas em cinco estágios: o 1º após 265 dias, o 2º, 3º, 4º e 5º, após 355, 530, 708 e 963 dias do início da obra, respectivamente. O estágio 0 refere-se ao momento em que foram instalados os pinos metálicos em cada um dos 22 pilares da torre “A” e nos 18 pilares da torre “B”, ambos no nível 1 do pavimento térreo. O pino engastado no pilar funcionou como referência para identificar os deslocamentos verticais das suas respectivas sapatas (SANTOS, 2018).

As curvas de isorrecalques foram construídas para estimar, por interpolação, os recalques que não foram registrados durante o monitoramento e aqueles registrados de maneira errada, das áreas do terreno das torres “A” e “B”. As Figuras 4 e 5 apresentam as curvas de isorrecalques das leituras 3, com os valores dos recalques observados no terreno da torre “A”, juntamente com a projeção das sapatas da fundação (SANTOS, 2018).

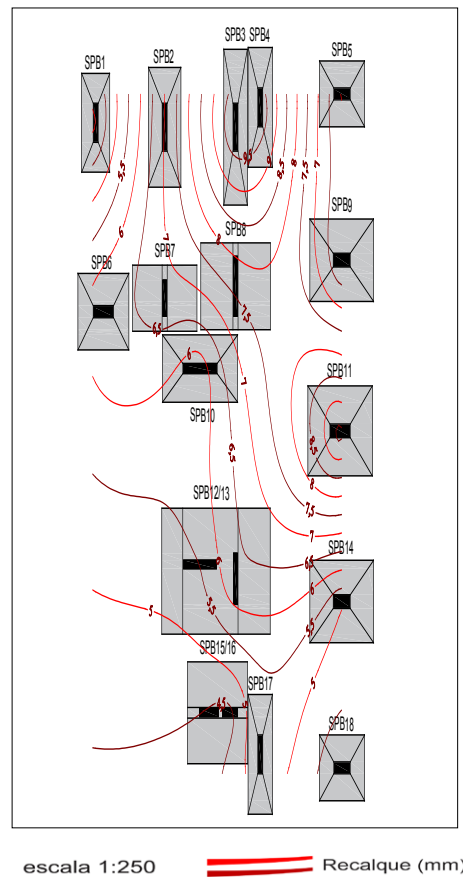
Na Tabela 1 são indicados os valores dos recalques absolutos parciais obtidos nas leituras dos pinos de recalques das torres “A” e “B”, já com os valores estimados pelas curvas de isorrecalques.

Os dados do estágio 1 ao 5, para cada uma das torres, foram definidos como intervalo de entrada da análise de dados na ferramenta de análise ANOVA (fator único), função de criação de dados aleatórios do Microsoft Excel 2010.

**Figura 4** ▶  
Curvas de isorrecalques  
torre "A" – Estágio 3.  
*Fonte:Santos (2018)*



**Figura 5** ▶  
Curvas de isorrecalques  
torre "B" – Estágio 3.  
*Fonte:Santos (2018)*



**Tabela 1 ▼**

Recalques absolutos parciais – Torre “A” e Torre “B”.

Fonte: adaptado de Santos (2018)

Pilar	Estágio 0	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3	Estágio 4	Estágio 5
	(0 DIA) 14/11/2013	(265 DIAS) 06/08/2014	(355 DIAS) 04/11/2014	(530 DIAS) 28/04/2015	(708 DIAS) 23/10/2015	(963 DIAS) 04/07/2016
<b>TORRE “A”</b>						
PA01	0	0,61	1,22*	3,61	3,2	15*
PA02	0	1,81	2,4*	4,94	4,44	13,5*
PA03	0	2,28	3,25*	6,04	5,59	12*
PA04	0	3,29	3,4*	7,74	7,51	10*
PA05	0	1,59	2,25*	4,62	4,21	8,75*
PA06	0	2,76	3,25*	7,11	7,09	15,75*
PA07	0	3,21	4,4*	8,04	7,68	14,5*
PA08	0	3,51	4,35*	9,13	9,42	13*
PA09	0	3,94	5,2*	9,22	9,27	11,25*
PA10	0	4,12	5,8*	9,59	10,64	9,75*
PA11	0	2,42	3,09	5,23	5,27	8,5*
PA12	0	2,63	4,2*	6,58	6,33	16,25*
PA13	0	3,26	5,44	8,12	8,5*	14,8*
PA14	0	3,7	5,96	8,88	10,9*	13,25*
PA15	0	4,51	6,88	9,66	12,6*	11,25*
PA16	0	5,02	7,43	10,9	11,89	13,38
PA17	0	1,72	2,51	7,11	6,75*	8,25*
PA18	0	3,32	5,25	7,54	8,25*	17,75*
PA19	0	5,79	8,76	11,44	10,75*	15,4*
PA20	0	9,84	14,48	18,37	13,75*	12,4*
PA21	0	8,28	11,95	15,33	17,38	18,99
PA22	0	2,32	3,73	6,09	6,03	6,52
<b>TORRE “B”</b>						
PB01	0	1,84	1,8	3,87	3,92	8,5*
PB02	0	4,6	4,5	6,93	7,5*	9,2*
PB03	0	5,9	6,98	9,9	11,02	10*
PB04	0	6,51	7,18	9,91	11,11	10,6*
PB05	0	4,23	7,3*	5,97	11*	12*
PB06	0	3,15	3,57	6,45	6,91	7,25*
PB07	0	4,17	4,43	6,81	7,39	7,8*
PB08	0	4,9	5,27	7,57	8,1	8,35*
PB09	0	4,17	7,2*	6,01	11*	9,25*
PB10	0	3,31	3,4	5,64	7,72	7,4*
PB11	0	6,27	7,1	9,69	10,5	12,15
PB12	0	3,02	3,74	5,45	5,65	6,25*
PB13	0	3,34	3,97	6,35	6,35	6,35*
PB14	0	2,61	2,5	5,02	5,41	6,18
PB15	0	1,68	1,75	4,3*	4,63	6,2*
PB16	0	2,13	2,6*	4,29	4,45	4,51
PB17	0	2,92	3,5	5,48	6,66	6,62
PB18	0	2,37	2,3	4,11	4,91	5,01

\*Estimados pelas curvas de isorrecalques.



Mediante a análise de variância aplicada, os testes utilizados para avaliar a menor probabilidade de rejeição da hipótese nula foram LSD de Fisher e Teste de Tukey. Assim, o comportamento do recalque de um pilar seria avaliado em relação aos demais.

O procedimento que leva a uma decisão acerca da hipótese de que existe diferença entre os recalques ( $\delta$ ) gerados por dois pilares foi determinado a partir do seguinte teste:

- $H_0 = \delta_{i:m} = \delta_{j:m}$ ,
- $H_1 = \delta_{i:m} \neq \delta_{j:m}$ .

onde  $i$  e  $j$  são a identificação do pilar, e  $m$  identifica se é torre A ou B.

Os recalques absolutos parciais provocados por cada pilar foram comparados aos pares. Por exemplo, foi verificado se a diferença de recalque do pilar 1 ( $\delta_{1A}$ ) com o pilar 2 ( $\delta_{2A}$ ), ambos da Torre A, é estatisticamente significativa. Para isso é utilizada a estatística de teste, denominada F. Neste teste,  $H_0$  sendo rejeitada, significa que existem diferenças entre os grupos de recalque dos pilares. Uma característica desejável é que os testes apresentem controle da taxa de erro tipo I, com rejeição da hipótese nula  $H_0$ , afirmando existir diferença entre os tratamentos, quando esta deveria ser aceita. A probabilidade máxima de se rejeitar erroneamente uma hipótese nula é determinada pelo nível de significância do teste e fundamenta o erro tipo I. Neste estudo, utilizou-se o nível de 1% de probabilidade,  $\alpha = 0,01$ , para os testes de Fisher e Tukey.

O teste de Fisher, ou LSD, foi utilizado para comparar todos os pares de médias dos recalques dos pilares a partir dos dados gerados pela ANOVA. Este teste controla a taxa de erro ao nível de significância  $\alpha$  para cada comparação dos recalques de dois pilares, dois a dois. No entanto, o teste não controla a taxa de erro do experimento. No Excel, a diferença mínima significativa é calculada através da Equação 1 apresentada na seção 2 deste artigo.

Por ser um teste rigoroso, assim como o teste de Fisher, para o teste de Tukey foi aplicado o nível  $\alpha$  de 1% de probabilidade. Isso significa que, quando não há nenhuma diferença, um valor tão extremo para a estatística de teste é esperado em menos de 1% das vezes. Para tamanhos de amostras iguais, a Equação 2, apresentada na seção anterior, foi aplicada para encontrar a diferença honestamente significativa para Tukey.

O procedimento de calcular a diferença em módulo entre as médias foi realizado 231 vezes para a torre A e 153 vezes para a torre B. A Tabela 2 mostra parte do modelo de tabela montada no Excel.

**Tabela 2 ▼**

Diferença absoluta entre recalques médios da Torre A e da Torre B.  
Fonte: dados da pesquisa

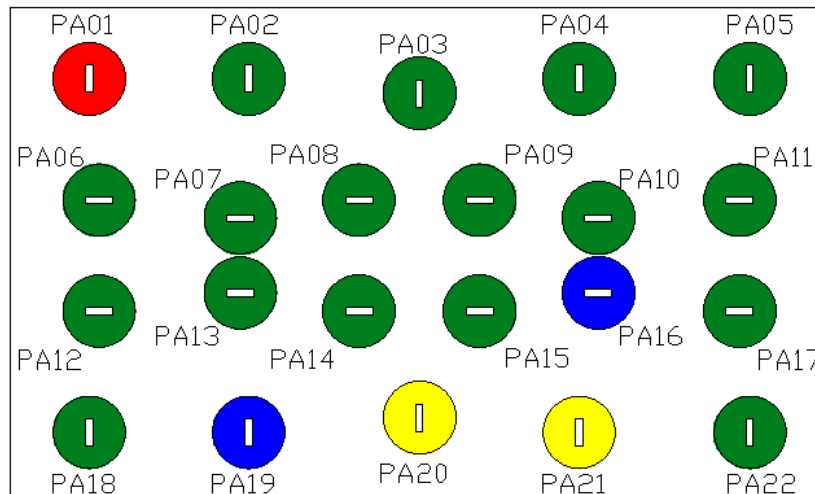
Torre A (continua – 231 repetições realizadas)		Torre B (continua – 153 repetições realizadas)	
Recalque médio	$ \delta_{iA} - \delta_{jA} $	Recalque médio	$ \delta_{iB} - \delta_{jB} $
$\delta_{1A}$ e $\delta_{2A}$	0,69	$\delta_{1B}$ e $\delta_{2B}$	2,56
$\delta_{1A}$ e $\delta_{3A}$	1,104	$\delta_{1B}$ e $\delta_{3B}$	4,774
$\delta_{1A}$ e $\delta_{4A}$	1,66	$\delta_{1B}$ e $\delta_{4B}$	5,076
$\delta_{1A}$ e $\delta_{5A}$	0,444	$\delta_{1B}$ e $\delta_{5B}$	4,114

Os valores encontrados para as Equações 1 e 2 foram comparados com as diferenças de recalque médio obtidas na Tabela 2, em cada um dos testes, para as Torres A e B. Se os valores de LSD e HSD derem maior que a diferença absoluta, não há diferença entre os recalques dos pilares comparados e, por isso,  $H_0$  deve ser aceita. Esse procedimento foi realizado no Excel para os dois testes estudados.

Depois de realizadas todas as iterações, foi analisado se, a partir da locação de um determinado pilar, sua diferença de recalque é estatisticamente significativa em relação aos demais; ou seja,  $H_0$  sendo aceita significa dizer que não existe diferença entre os recalques analisados.

A Figura 6 mostra uma das simulações realizadas para o recalque do pilar 1 da Torre A. Essas simulações foram realizadas 22 vezes para a Torre A e 18 vezes para a Torre B. A cor vermelha indica o pilar que tem seu recalque sendo comparado aos demais; a verde indica que houve semelhança nos testes de Fisher e Tukey ( $H_0$  foi aceita); a amarela, que houve diferença nos dois testes ( $H_1$  foi aceita) e azul, que houve semelhança no teste de Tukey e diferença no teste de Fisher ( $H_0$  foi aceita para Tukey e  $H_1$  foi aceita para Fisher).

**Figura 6** ►  
 Comparação do recalque do pilar 1 da Torre A com o recalque dos demais pilares.  
 Fonte: Dados da pesquisa



- Pilar com recalque comparado ao recalque dos demais pilares.
- Semelhança de recalque nos testes de Fisher e Tukey.
- Diferença de recalque nos testes de Fisher e Tukey.
- Semelhança de recalque nos testes de Fisher e diferença para o teste de Tukey.

#### 4 Resultados da pesquisa

Considerando o teste da ANOVA, os resultados mostraram para a Torre A que o  $F_{observado} < F_{tabelado}$  ( $2,2908 < 3,54$ ) com significância de 1%. Assim, a hipótese nula é aceita, ou seja, os recalques médios dos pilares não são estatisticamente significantes entre os cinco estágios analisados.

Já para a Torre B,  $F_{\text{observado}} > F_{\text{tabelado}}$  ( $4,2799 > 3,59$ ). Neste caso, a hipótese nula é rejeitada e as diferenças de recalques médios são estatisticamente significantes entre os cinco estágios. Para localizar tais diferenças, é necessário realizar uma comparação entre o recalque de um determinado pilar e os demais. As Tabelas 3 e 4 ilustram parte dessa comparação para os testes de Fisher e Tukey para as Torres A e B. O resumo do número de aceitações das hipóteses propostas para o recalque gerado pelo pilar considerado é mostrado nas Tabelas 5 e 6 para as Torres A e B, respectivamente.

**Tabela 3 ▼**

Comparação da diferença absoluta com os valores encontrados de LSD e TSD – Torre A.  
Fonte: dados da pesquisa

Recalque médio	$ \delta_{iA} - \delta_{jA} $	Fisher	Conclusão - Fisher		Tukey	Conclusão - Tukey	
$\delta_{1A}$ e $\delta_{2A}$	0,69	4,633	semelhança	Aceita $H_0$	5,934	semelhança	Aceita $H_0$
$\delta_{1A}$ e $\delta_{3A}$	1,104	4,633	semelhança	Aceita $H_0$	5,934	semelhança	Aceita $H_0$
$\delta_{1A}$ e $\delta_{4A}$	1,66	4,633	semelhança	Aceita $H_0$	5,934	semelhança	Aceita $H_0$
$\delta_{1A}$ e $\delta_{5A}$	0,444	4,633	semelhança	Aceita $H_0$	5,934	semelhança	Aceita $H_0$

**Tabela 4 ▼**

Comparação da diferença absoluta com os valores encontrados de LSD e TSD – Torre B.  
Fonte: dados da pesquisa

Recalque médio	$ \delta_{iB} - \delta_{jB} $	Fisher	Conclusão - Fisher		Tukey	Conclusão - Tukey	
$\delta_{1B}$ e $\delta_{2B}$	2,56	2,409	diferença	Aceita $H_0$	3,104	semelhança	Aceita $H_0$
$\delta_{1B}$ e $\delta_{3B}$	4,774	2,409	diferença	Aceita $H_0$	3,104	diferença	Aceita $H_1$
$\delta_{1B}$ e $\delta_{4B}$	5,076	2,409	diferença	Aceita $H_0$	3,104	diferença	Aceita $H_1$
$\delta_{1B}$ e $\delta_{5B}$	4,114	2,409	diferença	Aceita $H_0$	3,104	diferença	Aceita $H_1$

Fonte: dados da pesquisa

**Tabela 5 ▼**

Resumo das hipóteses  
para os Testes de  
Fisher e Tukey – Torre A.  
Fonte: dados da pesquisa

Recalque do pilar	Aceita $H_0$ (semelhança)		Aceita $H_1$ (diferença)		Aceita $H_1$ (diferença) Fisher/Tukey
	Fisher	Tukey	Fisher	Tukey	
$\delta_{1A}$	17	19	4	2	2
$\delta_{2A}$	5	7	16	14	2
$\delta_{3A}$	5	6	16	15	1
$\delta_{4A}$	4	7	17	14	3
$\delta_{5A}$	13	16	8	5	3
$\delta_{6A}$	15	15	6	6	0
$\delta_{7A}$	16	17	5	4	1
$\delta_{8A}$	16	17	5	4	1
$\delta_{9A}$	16	16	5	5	0
$\delta_{10A}$	16	17	5	4	1
$\delta_{11A}$	15	18	6	3	3
$\delta_{12A}$	17	17	4	4	0
$\delta_{13A}$	16	17	5	4	1
$\delta_{14A}$	16	18	5	3	2
$\delta_{15A}$	15	18	6	3	3
$\delta_{16A}$	14	19	7	2	5
$\delta_{17A}$	16	19	5	2	3
$\delta_{18A}$	15	17	6	4	2
$\delta_{19A}$	13	15	8	6	2
$\delta_{20A}$	4	10	17	11	6
$\delta_{21A}$	3	6	18	15	3
$\delta_{22A}$	15	18	6	3	3

**Tabela 6 ▼**

Resumo das hipóteses para os Testes de Fisher e Tukey – Torre B.  
 Fonte: dados da pesquisa

Recalque do pilar	Aceita $H_0$ (semelhança)		Aceita $H_1$ (diferença)		Aceita $H_1$ (diferença) Fisher/Tukey
	Fisher	Tukey	Fisher	Tukey	
$\delta_{1B}$	10	12	7	5	2
$\delta_{2B}$	11	17	6	0	6
$\delta_{3B}$	6	7	11	10	1
$\delta_{4B}$	5	7	12	10	2
$\delta_{5B}$	7	11	10	6	4
$\delta_{6B}$	13	14	4	3	1
$\delta_{7B}$	13	17	4	0	4
$\delta_{8B}$	12	15	5	2	3
$\delta_{9B}$	10	12	7	5	2
$\delta_{10B}$	13	14	4	3	1
$\delta_{11B}$	5	7	12	10	2
$\delta_{12B}$	12	13	5	4	1
$\delta_{13B}$	13	14	4	3	1
$\delta_{14B}$	11	12	6	5	1
$\delta_{15B}$	10	11	7	6	1
$\delta_{16B}$	9	11	8	6	2
$\delta_{17B}$	12	14	5	3	2
$\delta_{18B}$	10	12	7	5	2

A partir dos testes de Fisher e Tukey, os resultados da Tabela 5 mostram que, para a Torre A, ao nível de significância de 1%, os recalques gerados pelos pilares 02, 03, 04, 20 e 21 apresentaram pouca semelhança com os demais recalques. Quanto às solicitações iniciais, esses cinco pilares são classificados como pilares de borda e estão localizados, geometricamente, em posições opostas na planta da Torre A.

Os resultados da Tabela 6 mostram que, para o teste de Fisher, os recalques gerados pelos pilares 03, 04, 05 e 11 apresentaram pouca semelhança com os demais recalques.

A Figura 7 apresenta os recalques gerados por pilares da torre A, com maior diferença para os Testes de Fisher e Tukey. Os pilares 02, 03, 04, 20 e 21, em relação aos demais, apontaram maior diferença para os dois testes (cor amarela).

A Figura 8 mostra os recalques gerados por pilares de canto da torre A, com comportamento similar entre si para os testes Fisher e Tukey. Verifica-se uma maior semelhança para os dois testes (cor verde), em relação aos pilares 01, 05, 18 e 22. O comportamento dos recalques nos pilares de canto é muito similar em relação aos pilares centrais e de borda apresentando comportamento bastante similar para os dois testes.

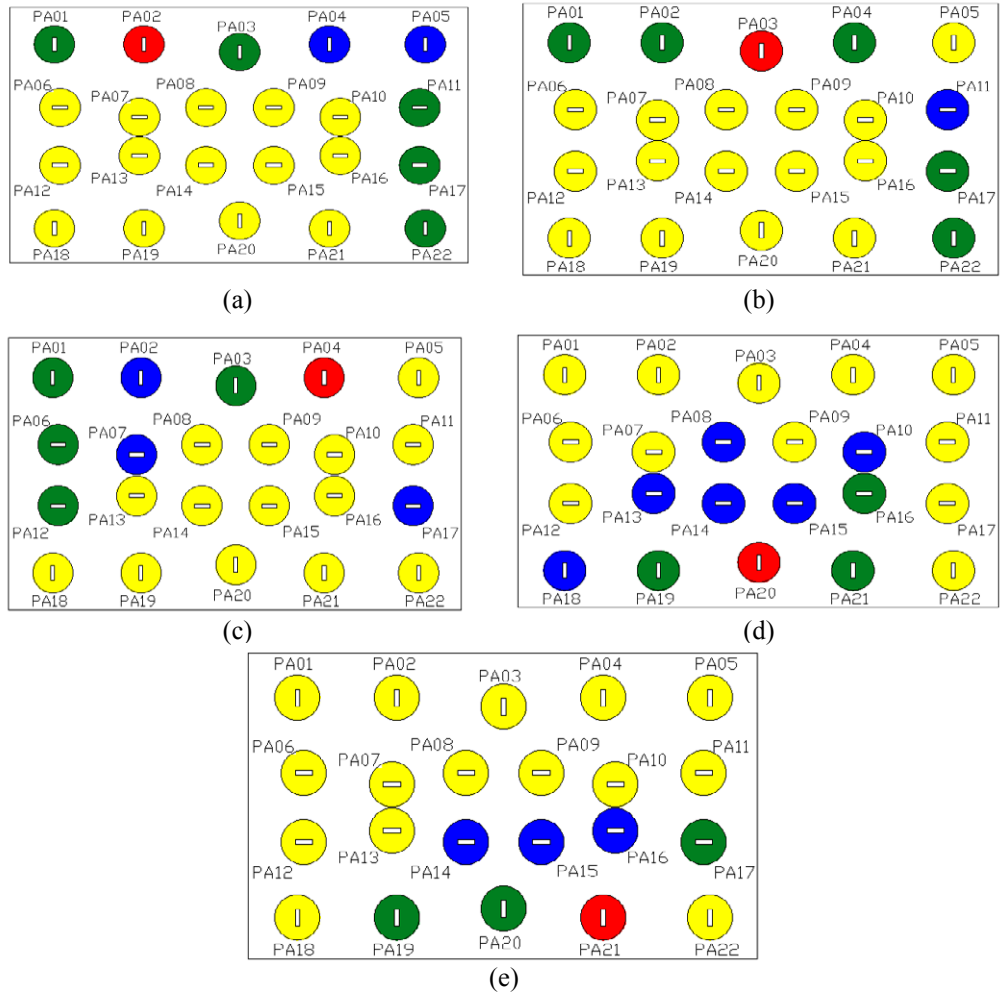
**Figura 7** ▶

Recalques gerados por pilares com maior diferença para os Testes de Fisher e Tukey – Torre A.

- (a) Pilar PA02. (b) Pilar PA03.
- (c) Pilar PA04. (d) Pilar PA20.
- (e) Pilar PA21.

Fonte: dados da pesquisa

- Pilar com recalque comparado ao recalque dos demais pilares.
- Semelhança de recalque nos testes de Fisher e Tukey.
- Diferença de recalque nos testes de Fisher e Tukey.
- Semelhança de recalque nos testes de Fisher e diferença para o teste de Tukey.



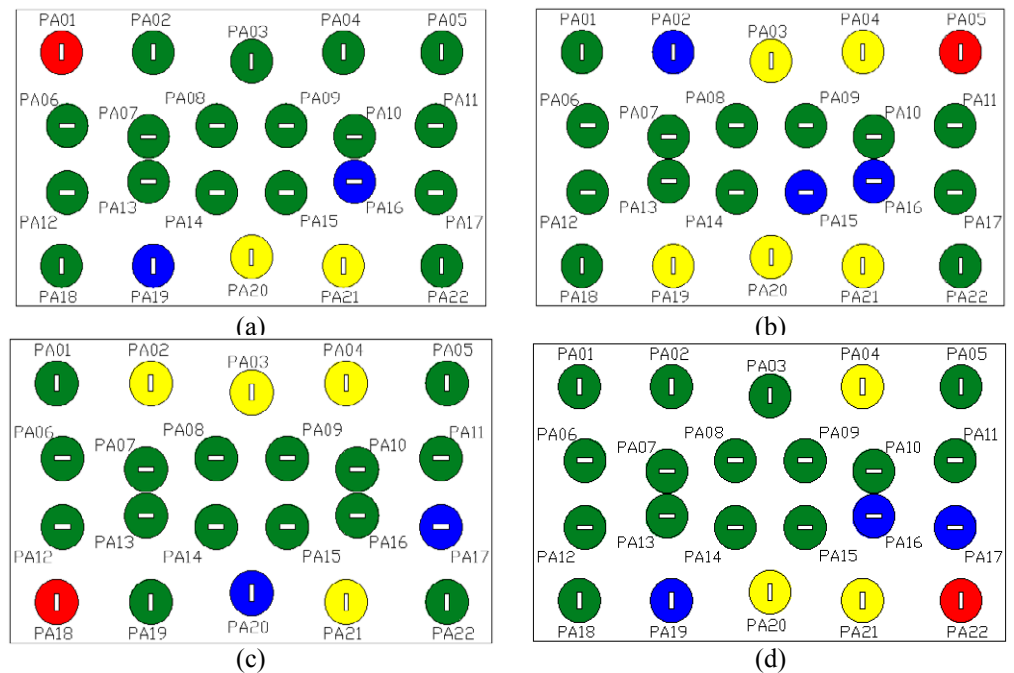
**Figura 8** ▶

Recalques gerados por pilares de canto apresentando comportamento similar entre si para os testes Fisher e Tukey – Torre A.

- (a) Pilar PA01. (b) Pilar PA05.
- (c) Pilar PA18. (d) Pilar PA22.

Fonte: dados da pesquisa

- Pilar com recalque comparado ao recalque dos demais pilares.
- Semelhança de recalque nos testes de Fisher e Tukey.
- Diferença de recalque nos testes de Fisher e Tukey.
- Semelhança de recalque nos testes de Fisher e diferença para o teste de Tukey.

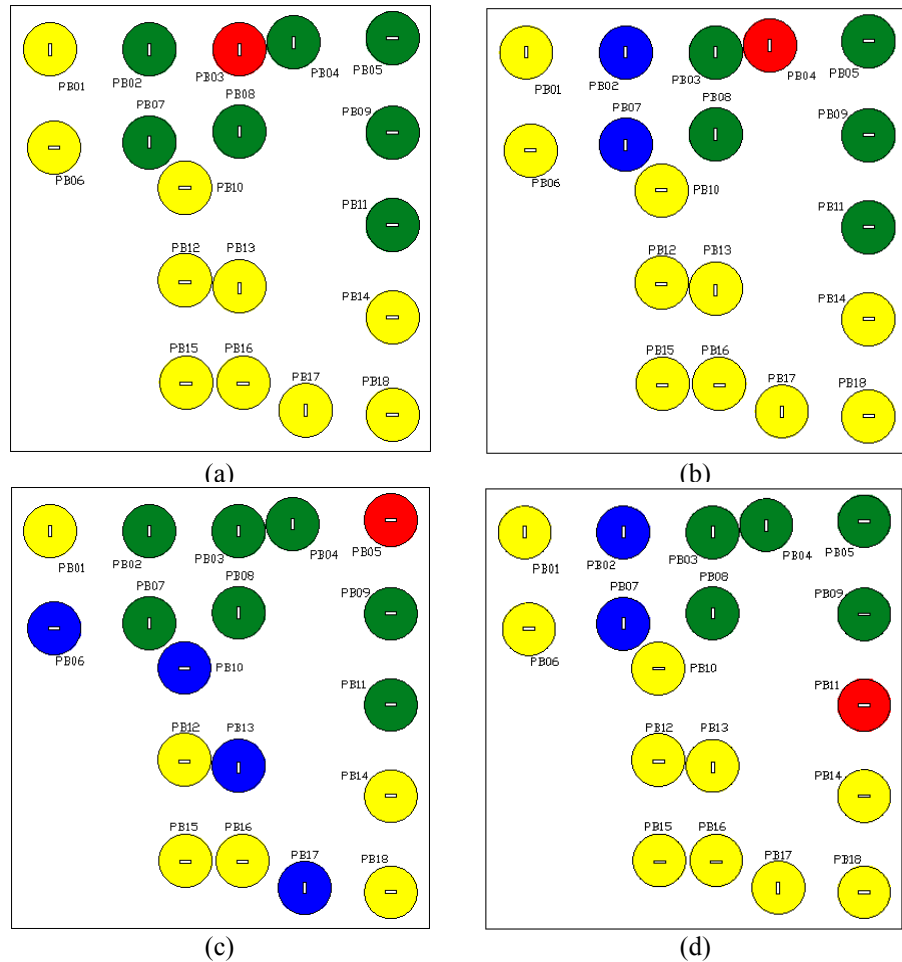


A Figura 9 ilustra o comportamento dos pilares 03, 04, 05 e 11 da torre B. Para o teste de Tukey, dos quatro pilares analisados, apenas o pilar 05, que é um pilar de canto, apresentou semelhança com mais de 50% dos demais pilares.

O comportamento do pilar 05 apresentou semelhança nos dois testes com os pilares 02, 03, 04, 07, 08, 09 e 11, que são os pilares mais próximos. Já para o teste de Tukey, apresentou semelhança com os pilares 06, 10, 13 e 17.

**Figura 9** ►

Recalques gerados por pilares com maior diferença de recalque para os testes de Fisher e Tukey – Torre B.  
(a) Pilar PA03. (b) Pilar PA03.  
(c) Pilar PA04. (d) Pilar PA11.  
*Fonte: dados da pesquisa*



- Pilar com recalque comparado ao recalque dos demais pilares.
- Semelhança de recalque nos testes de Fisher e Tukey.
- Diferença de recalque nos testes de Fisher e Tukey.
- Semelhança de recalque nos testes de Fisher e diferença para o teste de Tukey.

## 5 Conclusões

A avaliação dos recalques em fundações é de extrema importância para a verificação da segurança e do desempenho das edificações, fato em que as análises estatísticas auxiliam nesses processos. Este estudo estatístico mostrou que a melhor forma de comparar um conjunto de médias de recalques, sofrido por sapatas, é mediante a análise de suas variâncias por meio da ANOVA. A interpretação de recalques provocados por pilares deve ser fundamentada na interpretação estatística.

Observou-se que para a Torre A, que possui seus pilares locados de forma simétrica devido à disposição em planta dos pavimentos da edificação, os recalques gerados pelos pilares de borda, mostraram pouca semelhança com os demais recalques, ou seja, a hipótese nula foi mais rejeitada para os Testes de Fisher e Tukey. Foi possível observar ainda que os quatro pilares do canto possuem comportamento muito similar para os dois testes quando comparados aos pilares centrais e de borda.

Para a Torre B, que não possui seus pilares locados de forma simétrica, é possível perceber que, quanto mais longe do pilar analisado, os recalques dos demais pilares apresentam diferença para os testes de Fisher e Tukey (em amarelo). Percebe-se tal comportamento para todos os pilares da Torre B, onde houve diferença para os dois testes, com exceção dos pilares 11 e 14 que estão muito próximos em planta.

Para as duas torres, quando os recalques dos pilares intermediários são comparados, a diferença sempre acontece para os testes de Fisher e Tukey quando a comparação é com os pilares de borda.

Os resultados mostram que, para a Torre A, os testes de Fisher e Tukey foram mais conservadores do que a Torre B, uma vez que possuem menor probabilidade de rejeição da hipótese nula, mantendo o nível de significância para experimentos em 1%. O teste de Tukey apresentou maior poder para controle do erro tipo I. A maior ocorrência do erro tipo I foi observada no teste de Fisher.

Embora o sistema de fundações da obra em avaliação seja em sapatas isoladas e associadas, é importante ressaltar que o estudo estatístico apresentado aqui pode ser analisado para outros sistemas de fundação. Ainda na fase de projetos, depois de realizadas análises numéricas, esse estudo estatístico possibilita mapear as regiões possíveis de recalques, trazendo ao projetista a possibilidade de redimensionar os elementos de fundação de modo a combater possíveis prejuízos à edificação, para o caso deste mapeamento apontar recalques cuja magnitude possam gerar manifestações patológicas como emperramento de portas e janelas, ruptura de tubulações, trincas e fissuras nos elementos arquitetônicos e estruturais de edifícios.

## Referências

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 9061**: Segurança de escavação a céu aberto. Rio de Janeiro: ABNT, 1985.

ALONSO, U. R. **Previsão e controle das fundações**: uma introdução ao controle da qualidade em fundações. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2019. ISBN 978-85-212-1388-8 (impresso).

GUSMÃO, A. D. **Estudo da interação solo-estrutura e sua influência em recalques de edificações**. 1990. 189 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 1990. Disponível em: <https://pantheon.ufrj.br/handle/11422/3934>. Acesso em: 10 mai. 2020.

HUOT, R. **Métodos quantitativos para as ciências humanas**. Lisboa: Instituto Piaget, 2002. ISBN 978-972-771-546-6.

LOETHER, H.; McTAVISH, D. **Descriptive statistics for sociologists**. Boston: Allyn and Bacon, 1974. ISBN 0205037364.

MARCO JÚNIOR, P.; PAGLIA, A. P. Parte 1: Estatística e interpretação de dados. *In*: **Material de apoio para análises estatísticas**. Goiânia, Abr. 2009. p. 2-22. Disponível



em: [https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/85/o/Apostila\\_de\\_estat%C3%ADstica.pdf](https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/85/o/Apostila_de_estat%C3%ADstica.pdf). Acesso em: 19 abr. 2022.

MARTINS, G. A. **Estatística geral e aplicada**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2008. ISBN 9788522441723.

MILITITSKY, J.; CONSOLI, N. C.; SCHNAID, F. **Patologia das fundações**. São Paulo: Oficina de Textos, 2008. 2. ed. 207 p. Disponível em: <http://ofitexto.arquivos.s3.amazonaws.com/Patologia-das-fundacoes-2ed-DEG.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2020. ISBN 978-85-7975-183-7.

PANSERA, V. **Modelagem matemática do tempo de vida de baterias utilizando modelos analíticos**. 2018. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2018. Disponível em: <http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/handle/123456789/5158>. Acesso em: 19 abr. 2022.

RUSSO NETO, L. **Interpretação de deformação e recalque na fase de montagem de estrutura de concreto com fundação em estaca cravada**. Tese (Doutorado em Geotecnia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005. DOI: <https://dx.doi.org/10.11606/T.18.2005.tde-21092005-154731>.

SANTOS, Y. R. P. **Estudo da interação solo-estrutura de um caso de obra de edifícios com fundações em maciço rochoso**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/31862>. Acesso em: 19 abr. 2022.