

DOI: <http://dx.doi.org/10.18265/1517-0306a2021id5050>

ARTIGO ORIGINAL

SUBMETIDO 18/11/2020

APROVADO 10/03/2021



PUBLICADO ON-LINE 14/08/2021

PUBLICADO 30/09/2022

EDITORA ASSOCIADA

Nelma Mirian Chagas Araújo Meira

Influência dos modelos idealizados de ligações no dimensionamento de treliças Howe de madeira

-  Iuri Fazolin Fraga ^{[1]*}
-  André Luis Christoforo ^[2]
-  Francisco Antonio Rocco Lahr ^[3]
-  Sérgio Augusto Mello da Silva ^[4]
-  Felipe Nascimento Arroyo ^[5]
-  Vinicius Borges de Moura Aquino ^[6]

RESUMO: Devido às suas vantagens, a madeira tem sido amplamente utilizada como elemento estrutural ao redor do mundo, principalmente em países do Hemisfério Norte. Entretanto, no Brasil, apesar de sua expressiva diversidade florestal, muito pouco desse potencial é utilizado, devido a preconceitos contra o material. Todavia ainda se verifica a recorrência de seu uso em estruturas treliçadas planas de telhados. Uma das problemáticas que envolvem o projeto de estruturas de cobertura é aquela referente aos modelos idealizados de análise. Engenheiros projetistas costumam adotar o modelo clássico de treliça na concepção estrutural. Entretanto, ao se considerar outras modelagens, diferenças significativas podem ser observadas nas dimensões finais das peças. Sendo assim, priorizando a avaliação dessas influências, uma ferramenta computacional foi desenvolvida baseada no método dos elementos finitos (MEF) e nas rotinas de dimensionamento prescritas pela revisão da NBR 7190 (ABNT, 2020). Os valores de esforços e deslocamentos foram aferidos com o software SAP2000®, resultando em notória confiabilidade. Mediante fixação da espessura, o critério de dimensionamento utilizado foi o de altura mínima dos perfis. Após simulação de três modelos idealizados, os resultados evidenciaram que os perfis realmente sofrem consideráveis mudanças em função do modelo empregado, atingindo dimensões cerca de 50% inferiores em modelos que conferem rigidez perfeita.

Palavras-chave: dimensionamento; estruturas de madeira; método dos elementos finitos; treliças planas.

Influence of the idealized linking models in the dimensioning of timber Howe truss

ABSTRACT: Due to its advantages, wood has been widely used as a structural element around the world, mainly in countries in the Northern Hemisphere. However, in Brazil, despite its expressive forest diversity, very little of this potential is used due to inherent bias toward the material. Still, there remains a usage

[1] iurifraga@outlook.com

[2] alchristoforo@ufscar.br

[5] lipe.arroyo@gmail.com
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Brasil

[3] frocco@sc.usp.br Universidade de São Paulo (USP), Brasil

[4] sergio.mello@unesp.br
Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho (UNESP), Brasil

[6] aquino.vini@hotmail.com
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (UNIFESSPA), Brasil

*Autor para correspondência.

recurrence of plane trussed roof structures. One of the problems that involves the design of roofing structures is related to the idealized models of analysis. Design engineers tend to adopt the classic truss model in structural conception. Nevertheless, when considering other models, significant differences are discernible in the final dimensions of the pieces. Thus, by primarily evaluating these influences, a computational tool was developed based on the finite element method (FEM) and the dimensioning routines prescribed by the revised version of the standard NBR 7190 (ABNT, 2020). The values of efforts and displacements were measured with the SAP2000® software, resulting in notable reliability. By setting the thickness, the chosen design benchmark was the minimum height of the pieces. After simulating three idealized models, the results pointed out that the sections really have undergone considerable changes depending on the model used, reaching dimensions about 50% lower in models that grant perfect stiffness.

Figura 1 ►

Tráfego global de dados móveis, 2017-2022.
Fonte: adaptado de Cisco (2019)

.....
Keywords: design; fnite element method; plane trusses; timber structures.
.....

1 Introdução

A madeira é um dos materiais mais antigos utilizados pelo homem na construção civil, demonstrando vantagens consideráveis ao longo do tempo. Dentre tais, sustentabilidade e excelentes propriedades mecânicas fazem dela um material alternativo a ser empregado de forma inovadora, funcional e confiável em sistemas estruturais.

Com uma produção que demanda energia inferior ao do cimento, aço e alumínio, a madeira se caracteriza por ser um material sustentável e ecologicamente viável, uma vez que constitui uma fonte renovável que traz benefícios ao meio ambiente.

Além da sustentabilidade, do ponto de vista estrutural, a madeira possui excelentes propriedades mecânicas, competindo com materiais consagrados, como o concreto e o aço. Dentre tais propriedades, Ramage *et al.* (2017) destacam sua elevada relação entre resistência mecânica e densidade, cujos quocientes podem atingir valores superiores ao do aço e do concreto armado, quando solicitados, respectivamente, à tração e à compressão (CALIL JUNIOR; DIAS, 1997; RAMAGE *et al.*, 2017). Ademais, pesquisadores atestaram que a madeira é um material tenaz (CHRISTOFORO *et al.*, 2020), isto é, tem a capacidade de resistir às solicitações de maior magnitude quando aplicadas em um curto espaço de tempo.

Devido às suas excelentes qualidades, verifica-se uma ampla utilização em países do Hemisfério Norte (EGAN CONSULTING, 2017; KIRKHAM; GUPTA; MILLER, 2014), principalmente em residências unifamiliares, construídas através do sistema *wood frame* (ARAUJO *et al.*, 2016).

Entretanto, no Brasil, o cenário é distinto daqueles países. Ter Steege *et al.* (2020) estimaram em mais de 15.000 o número de espécies de árvores somente na Amazônia. Todavia pouco dessa diversidade florestal é aproveitada em sistemas estruturais, resultado de preconceitos inerentes ao material (CALIL JUNIOR *et al.*, 2019).

A despeito de sua pouca difusão no país, quando comparada ao concreto e ao aço, verifica-se uma considerável recorrência em estruturas de coberturas residenciais, industriais e rurais, na forma de sistemas treliçados planos. A tenacidade e a elevada relação resistência/densidade reforçam que a madeira pode ser potencialmente utilizada em estruturas de cobertura, não se restringindo apenas a telhados de edificações residenciais.

Todavia, conforme outrora exposto, o uso potencializado da madeira em estruturas de cobertura é diversas vezes inibido devido aos preconceitos decorrentes de sua má utilização e insuficiente divulgação das informações tecnológicas disponíveis (CALIL JUNIOR *et al.*, 2019). Paralelamente a essa situação, o Brasil está inserido em mais outros dois cenários distintos:

- Fase de recuperação e reforço de estruturas de coberturas históricas, concebidas durante o século XX;
- Atual estágio de transição da construção em madeira, migrando do processo artesanal para o processo de pré-fabricação.

Diante de tais circunstâncias, destaca-se a necessidade de estudos referentes às estruturas de cobertura, sobretudo com abordagem no projeto e dimensionamento prescritos pelas normas técnicas vigentes. Tais iniciativas propiciarão um uso mais racional e técnico da madeira em sistemas estruturais.

No Brasil, o documento normativo que rege as diretrizes de projeto e dimensionamento de estruturas de madeira é a NBR 7190 (ABNT, 1997). Contudo, em 2020, foi proposta uma revisão normativa que introduziu algumas abordagens que estavam ausentes na versão anterior.

Por conseguinte, um estudo que envolva análise estrutural e dimensionamento atualizados certamente constituirá uma excelente contribuição no sentido de viabilizar as verificações tanto de estruturas históricas em recuperação, quanto de estruturas a serem concebidas, agora embasadas nos documentos normativos vigentes.

Um dos questionamentos que envolvem o projeto de treliças planas de cobertura é aquele referente aos modelos de análise estrutural. Engenheiros projetistas costumam adotar o modelo clássico de treliça, que, por sua vez, admite que todos os nós são perfeitamente rotulados e que as barras estão submetidas apenas a esforços axiais. Porém a literatura evidencia que, apesar de semirrígidas, certas tipologias de ligações podem apresentar um comportamento mais próximo de um caráter rígido, isto é, barras perfeitamente engastadas sujeitas a esforços de flexão composta (RIVERA-TENORIO; MOYA, 2019; SAGARA; TJONDRO; SHIDDIQ, 2017; SCHÖBER; TANNERT, 2016; VALLÉE; TANNERT; HEHL, 2011). Outro caso que ocorre frequentemente é a ocorrência de barras diagonais-montantes conectadas a banzos contínuos, caracterizando um modelo misto pórtico-treliça, que por sua vez também diverge do modelo clássico de treliça.

Ademais, verificou-se que trabalhos que analisam o comportamento e rigidez de ligações em estruturas de madeira geralmente se restringem a variáveis como carga crítica de ruptura; ductibilidade; deslocamentos; deformações; comportamento não linear etc. (CHRISTOFORO *et al.*, 2011; DORN; DE BORST; EBERHARDSTEINER, 2013; FRONTINI; SIEM; RENMÆLMO, 2018; MOYA; TENORIO, 2017; TENORIO *et al.*, 2018). Ou seja, há uma escassez de pesquisas que tratam da influência que os modelos exercem no dimensionamento das peças de madeira, considerando análise linear-elástica requerida em projetos de coberturas.

Diante do exposto, este trabalho teve como objetivos: desenvolver um software com processamento elástico-linear à luz do método dos elementos finitos (MEF) e dimensionamento segundo o novo projeto de norma da NBR 7190 (ABNT, 2020); simular uma treliça tipo *Howe* com quatorze metros de vão, considerando os modelos de treliça, pórtico e misto pórtico-treliça; avaliar a influência desses modelos idealizados de ligações no dimensionamento dos perfis.

2 Fundamentação teórica

Cronologicamente, para se projetar estruturas de cobertura, são necessárias cinco etapas básicas: concepção da geometria; levantamento de ações e carregamentos; análise estrutural; estimativa dos esforços e deslocamentos de cálculo; dimensionamento e detalhamento.

A primeira etapa (concepção da geometria) está em função da configuração do edifício, podendo ser realizada empiricamente ou através de técnicas de otimização, não sendo mister a este trabalho abordá-las. A última etapa (detalhamento) depende de algumas recomendações normativas ou detalhes expressivos que o projetista julgar necessário. Logo, restam os questionamentos e conceitos que norteiam as quatro etapas intermediárias, sendo de suma importância o seu esclarecimento.

2.1 Ações e carregamentos nas estruturas de cobertura em madeira

Basicamente são dois os tipos de ações que atuam nas estruturas de coberturas: permanentes e variáveis.

De acordo com a NBR 8681 (ABNT, 2003), as ações permanentes são aquelas que ocorrem com valores constantes durante praticamente toda a vida da construção, como, por exemplo, o peso próprio da estrutura principal e o peso de elementos fixos.

Também de acordo com a referida norma, as ações variáveis são aquelas que apresentam variações significativas durante a vida da construção. Nas estruturas de cobertura, os tipos mais corriqueiros são as forças devidas ao vento; sobrecargas de eventuais instalações e cargas acidentais oriundas do processo de construção (pessoas).

Uma vez levantadas as ações, seus efeitos nos elementos da estrutura devem ser analisados de forma a propiciar um comportamento estrutural adequado.

2.2 Análise estrutural pelo método dos elementos finitos (MEF)

Existem diversos métodos para se analisar uma estrutura. No caso de treliças planas, considerando uma análise computacional, um procedimento eficaz é o método dos elementos finitos (MEF). Christoforo e Lahr (2007) denotam que o MEF consiste na geração de funções de aproximação que podem ser utilizadas para interpolar deslocamentos, esforços, tensões e deformações ao longo do domínio do elemento. Sua premissa básica consiste na divisão do domínio de integração em um número finito de elementos (malha), de forma que a união destes produza a resposta aproximada do objeto.

Em treliças planas, a malha é constituída por elementos unidimensionais (barras) unidos em suas extremidades (nós) através de ligações. Em termos de comportamento momento versus rotação relativa, Pfeil e Pfeil (2003) classificam idealmente as ligações em:

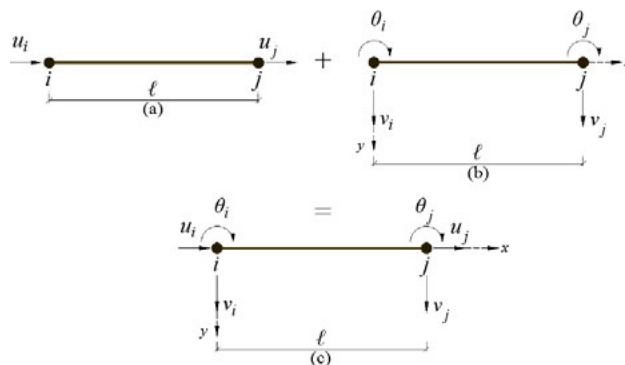
- Rótulas perfeitas (rotação relativa livre, momento transmitido nulo);
- Engastes perfeitos (rotação relativa totalmente impedida).

Se as ligações da estrutura puderem ser assimiladas a rótulas perfeitas, tem-se o modelo estrutural treliça, onde as barras são solicitadas apenas a esforços axiais, desde que as cargas estejam aplicadas somente nos nós. Do contrário, quando perfeitamente engastadas, admite-se o modelo estrutural pórtico, onde os elementos são solicitados à flexão composta. Nas estruturas reticuladas planas, a tipologia de elementos finitos depende do número de graus de liberdade, que, por sua vez, originam as solicitações. Na Figura 1, estão ilustrados três tipos, a saber: elemento de barra, de viga e de pórtico.

Figura 1 ►

- Elementos finitos em estruturas reticuladas.
(a) Elemento de barra;
(b) Elemento de viga;
(c) Elemento de pórtico.

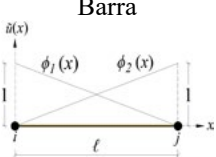
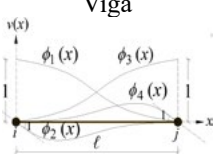
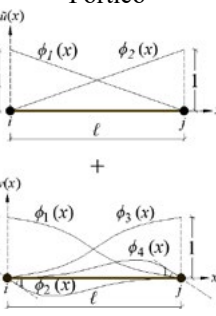
Fonte: elaborada pelos autores



No elemento de barra (Figura 1a), com a imposição de deslocamento axial (u) unitário em um dos nós da malha, mantendo-se nulo o deslocamento axial (u) no nó consecutivo (e vice-versa), torna-se possível a construção de funções base ($\phi(x)$). A integração da derivada primeira dessas funções, multiplicadas ao produto de rigidez axial ($E_i \cdot A_i$), produzirá os coeficientes ($K_{m,n}$) (linha m , coluna n) da matriz de rigidez do elemento finito (K_{ele}) _{i} , sendo E_i o módulo de elasticidade longitudinal e A_i a área da seção transversal.

Já no elemento de viga, de acordo com Figura 1b, cujos graus de liberdade consistem em uma translação (v) e uma rotação (θ) em cada nó da malha, com a imposição sucessiva de valor unitário em cada um dos graus de liberdade, mantendo-se nulos todos os demais, as funções base $[\phi(x)]$ são dadas por quatro polinômios de grau três (cada qual referente ao respectivo grau de liberdade). Os coeficientes ($K_{m,n}$) da matriz de rigidez do elemento finito (K_{ele}) _{i} são quantificados através da integração da derivada segunda das funções $[\phi(x)]$, multiplicadas ao produto de rigidez na flexão ($E_i \cdot I_{z,i}$), sendo $I_{z,i}$ o momento de inércia em relação ao eixo z .

O elemento de pórtico, ilustrado na Figura 1c, por sua vez, resulta da sobreposição de efeitos entre o elemento de barra e o elemento de viga. O Quadro 1 contém a tipologia do elemento finito, as funções base $[\phi(x)]$, a formulação dos coeficientes ($K_{m,n}$) e as matrizes de rigidez $[K_{ele}]_i$.

ELEMENTO FINITO	FUNÇÕES BASE $[\phi(x)]$ E FORMULAÇÃO DE $(K_{m,n})$	MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO $[K_{ele}]_i$
<p>Barra</p> 	$\phi_1(x) = 1 - \frac{x}{l}; \quad \phi_2(x) = \frac{x}{l}$ $K_{m,n} = E_i \cdot A_i \cdot \int_0^l \phi_m'(x) \cdot \phi_n'(x) dx$	$\begin{bmatrix} \frac{E_i \cdot A_i}{l} & -\frac{E_i \cdot A_i}{l} \\ -\frac{E_i \cdot A_i}{l} & \frac{E_i \cdot A_i}{l} \end{bmatrix}$
<p>Viga</p> 	$\phi_1(x) = 1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3}; \quad \phi_2(x) = x - \frac{2x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}$ $\phi_3(x) = \frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3}; \quad \phi_4(x) = -\frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2}$ $K_{m,n} = E_i \cdot I_{z,i} \cdot \int_0^l \phi_m''(x) \cdot \phi_n''(x) dx$	$\begin{bmatrix} \frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^3} & \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} & -\frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^3} & \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} \\ \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} & \frac{4 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l} & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} & \frac{2 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l} \\ -\frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^3} & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} & \frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^3} & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} \\ \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} & \frac{2 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l} & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} & \frac{4 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l} \end{bmatrix}$
<p>Pórtico</p> 	<p>Sobreposição de efeitos</p>	$\begin{bmatrix} \frac{E_i \cdot A_i}{l} & 0 & 0 & -\frac{E_i \cdot A_i}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^3} & \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} & 0 & -\frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^3} & \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} \\ 0 & \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} & \frac{4 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l} & 0 & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} & \frac{2 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l} \\ -\frac{E_i \cdot A_i}{l} & 0 & 0 & \frac{E_i \cdot A_i}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^3} & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} & 0 & \frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^3} & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} \\ 0 & \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} & \frac{2 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l} & 0 & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l^2} & \frac{4 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{l} \end{bmatrix}$

Quadro 1 ▲

Elementos finitos, funções base $[\phi(x)]$, formulação dos coeficientes $(K_{m,n})$ e matrizes de rigidez $[K_{ele}]_i$.

Fonte: elaborado pelos autores

Alguns dos elementos finitos de uma estrutura bidimensional podem apresentar inclinações (α) em relação aos eixos principais z e y . Dessa forma, os coeficientes locais $(K_{m,n})$ necessitam de transformação em um referencial global que seja comum a todos os elementos da estrutura. Para tal, a matriz de rigidez local $[K_{ele}]_i$ de cada elemento deve ser modificada através do produto de uma matriz de transformação $[R]$ vezes sua transposta $[R]^T$, conforme apresentado na Equação 1.

$$[K_{R,ele}]_i = [K_{ele}]_i \cdot [R] \cdot [R]^T \quad (1)$$

A matriz $[R]$ é dada pela Equação 2.

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Uma vez transformados os coeficientes $(K_{m,n})$ de cada elemento, faz-se necessária sua locação na matriz de rigidez da estrutura $[K_{est}]$. Para tal, é necessária a imposição de coordenadas matriciais globais que interceptem todos os elementos. Essas coordenadas ou índices gerais (I_G) são quantificadas com base nos graus de liberdade correspondentes. Por exemplo, em um elemento de pórtico cujo par de nós é dado por i e j , os índices gerais de cada grau de liberdade (u , v e θ) são quantificados por meio da Equação 3.

$$\begin{aligned} I_{G,u}(i) &= 3 \cdot i - 2 & ; & & I_{G,u}(j) &= 3 \cdot j - 2 \\ I_{G,v}(i) &= 3 \cdot i - 1 & ; & & I_{G,v}(j) &= 3 \cdot j - 1 \\ I_{G,\theta}(i) &= 3 \cdot i & ; & & I_{G,\theta}(j) &= 3 \cdot j \end{aligned} \quad (3)$$

Portanto, os coeficientes ($K_{m,n}$) da matriz de rigidez da estrutura $[K_{est}]$ são obtidos por intermédio do somatório de todos os campos cujas coordenadas matriciais (I_G) são idênticas, conforme apresentado na Equação 4.

$$K_{m,n} = \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(m,n)} \quad (4)$$

As condições de contorno podem ser aplicadas na matriz de rigidez da estrutura $[K_{est}]$ através da técnica dos “zeros e um”, cuja regra de formação é dada pela Equação 5.

$$\begin{aligned} K_{G(m,n)} &= 0; \quad m \neq n \text{ (Linha } m) \\ K_{G(m,m)} &= 1; \text{ Diagonal principal} \\ K_{G(n,m)} &= 0; \quad m \neq n \text{ (Coluna } m) \end{aligned} \quad (5)$$

Ou seja, em todo nó onde houver apoios, o coeficiente da diagonal principal (relativo à direção restringida m) assume o valor unitário e os demais coeficientes naquela linha e coluna assumem valores nulos.

Com a matriz de rigidez da estrutura $[K_{est}]$ completamente ajustada, o vetor dos graus de liberdade nodais $[U_{est}]$ pode ser quantificado por meio da Equação 6, sendo $[F_{est}]$ a matriz coluna das forças-reações nodais.

$$[K_{est}] \cdot [U_{est}] = [F_{est}] \Rightarrow [U_{est}] = [F_{est}] \cdot [K_{est}]^T \quad (6)$$

De posse dos resultados da matriz $[U_{est}]$, os valores de deslocamentos (u); translações (v); rotações relativas (θ); esforços solicitantes (N , V , M); tensões (σ) e deformações (ε) podem ser interpolados em cada elemento finito mediante equações apresentadas no Quadro 2.

Solicitação	Funções de interpolação
Esforços axiais (barra)	$\tilde{\theta}(x) = \tilde{\varepsilon}(x) = u_i \cdot \phi_1' + u_j \cdot \phi_2', \quad 0 \leq x \leq \ell$ $\tilde{\theta}(x) = \tilde{\varepsilon}(x) = u_i \cdot \left(-\frac{1}{\ell}\right) + u_j \cdot \left(\frac{1}{\ell}\right) = \frac{u_j - u_i}{\ell}$ <p>Lei de Hooke $\Rightarrow \tilde{\sigma}_N(x) = E_i \cdot \tilde{\varepsilon}(x) = E_i \cdot \left(\frac{u_j - u_i}{\ell}\right)$</p> $\tilde{N}_i = \tilde{\sigma}_N(x) \cdot A_i \Rightarrow \tilde{N}_i = E_i \cdot A_i \cdot \left(\frac{u_j - u_i}{\ell}\right) \therefore \tilde{N}_j = -E_i \cdot A_i \cdot \left(\frac{u_j - u_i}{\ell}\right)$
Flexão simples (viga)	$\tilde{\theta}(x) = v_i \cdot \phi_1' + \theta_i \cdot \phi_2' + v_j \cdot \phi_3' + \theta_j \cdot \phi_4', \quad 0 \leq x \leq \ell$ $\tilde{\theta}(x) = v_i \cdot \left(-\frac{6}{\ell^2} \cdot x + \frac{6}{\ell^3} \cdot x^2\right) + \theta_i \cdot \left(1 - \frac{4}{\ell} \cdot x + \frac{3}{\ell^2} \cdot x^2\right) + v_j \cdot \left(\frac{6}{\ell^2} \cdot x - \frac{6}{\ell^3} \cdot x^2\right) + \theta_j \cdot \left(-\frac{2}{\ell} \cdot x + \frac{3}{\ell^2} \cdot x^2\right), \quad 0 \leq x \leq \ell$ $\tilde{M}(x) = -E_i \cdot I_{z,i} \cdot (v_i \cdot \phi_1'' + \theta_i \cdot \phi_2'' + v_j \cdot \phi_3'' + \theta_j \cdot \phi_4''), \quad 0 \leq x \leq \ell$ $\tilde{M}(x) = -E_i \cdot I_{z,i} \cdot \left[v_i \cdot \left(-\frac{6}{\ell^2} + \frac{12}{\ell^3} \cdot x\right) + \theta_i \cdot \left(-\frac{4}{\ell} + \frac{6}{\ell^2} \cdot x\right) + v_j \cdot \left(\frac{6}{\ell^2} - \frac{12}{\ell^3} \cdot x\right) + \theta_j \cdot \left(-\frac{2}{\ell} + \frac{6}{\ell^2} \cdot x\right) \right], \quad 0 \leq x \leq \ell$ $\tilde{V}(x) = -E_i \cdot I_{z,i} \cdot (v_i \cdot \phi_1''' + \theta_i \cdot \phi_2''' + v_j \cdot \phi_3''' + \theta_j \cdot \phi_4'''), \quad 0 \leq x \leq \ell$ $\tilde{V}(x) = -E_i \cdot I_{z,i} \cdot \left[v_i \cdot \left(\frac{12}{\ell^3}\right) + \theta_i \cdot \left(\frac{6}{\ell^2}\right) + v_j \cdot \left(-\frac{12}{\ell^3}\right) + \theta_j \cdot \left(\frac{6}{\ell^2}\right) \right], \quad 0 \leq x \leq \ell$
Flexão composta (pórtico)	Sobreposição de efeitos

Quadro 2 ▲
Funções de interpolação.
Fonte: elaborado pelos
autores

Nota-se, no Quadro 2, que a tensão (σ) e o esforço normal (N) são obtidos através da Lei de Hooke, originariamente definida para materiais homogêneos e isotrópicos. Apesar de a madeira ser um material heterogêneo e anisotrópico, essa simplificação não levaria a variações consideráveis, haja vista que, em situações de projeto (regime elástico-linear), a consideração da homogeneidade do material não levaria a influências significativas (PALMA, 1994).

2.3 Esforços e deslocamentos de cálculo

No processo de análise estrutural, cada ação produzirá valores distintos tanto de deslocamentos, quanto de esforços solicitantes. A fim de garantir que o projeto seja executado com margem de segurança, esses resultados devem ser combinados entre si através de dois possíveis estados limites: ELU (estados limites últimos) e ELS (estados limites de serviço).

Segundo a NBR 8681 (ABNT, 2003), o ELU se refere ao colapso ou qualquer outra forma de ruína estrutural que resulte na paralisação do uso da estrutura. A formulação das combinações últimas normais referentes a esse estado limite é dada pela Equação 7, sendo F_d o esforço solicitante de cálculo; $F_{Gi,k}$, o valor característico das ações permanentes; $F_{Qi,k}$, o valor característico da ação variável tida como a principal para a combinação; e $\psi_{0,j} \cdot F_{Qj,k}$, o valor reduzido de combinação para cada uma das demais ações variáveis tidas como secundárias.

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} \cdot F_{Gi,k} + \gamma_{q1} \cdot F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \gamma_{qj} \cdot \psi_{0,j} \cdot F_{Qj,k} \quad (7)$$

O novo projeto de norma da NBR 7190 (ABNT, 2020) propõe uma modificação da Equação 7 quando houver a incidência de apenas duas ações variáveis, sendo o vento (W_k) a principal delas (Equação 8):

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} \cdot F_{Gi,k} + 0,75 \cdot \gamma_w \cdot W_k + \gamma_{q1} \cdot \psi_{0,1} \cdot F_{Q1,k} \quad (8)$$

Os coeficientes de ponderação (γ_g e γ_q), bem como o coeficiente de redução (ψ_0), são extraídos das Tabelas 1, 2, 4, 5 e 6 da NBR 8681 (ABNT, 2003).

Já o ELS se refere ao aspecto estético, durabilidade e utilização da estrutura, de modo a evitar que esta apresente, em seu período de vida útil, deformações ou deslocamentos excessivos. Para tal, os deslocamentos máximos dos elementos devem ser combinados e posteriormente aferidos com os limites estabelecidos por norma. O novo projeto da NBR 7190 (ABNT, 2020) admite duas hipóteses, a saber: deslocamentos instantâneos (δ_{inst}) (Equação 9) e deslocamentos finais ou efetivos (δ_{fin}) (Equação 10), onde ϕ é o coeficiente de fluência da madeira, dado pela NBR 7190 (ABNT, 2020), e ψ_1 e ψ_2 , os fatores de redução de ações variáveis obtidos através da Tabela 5 da NBR 8681 (ABNT, 2003).

$$\delta_{inst} = \sum_{i=1}^m \delta_{inst,Gi,k} + \delta_{inst,Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{1,j} \cdot \delta_{inst,Qj,k} \quad (9)$$

$$\delta_{fin} = \delta_{inst} + \phi \cdot \left(\sum_{i=1}^m \delta_{inst,Gi,k} + \psi_{2,1} \cdot \delta_{inst,Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{2,j} \cdot \delta_{inst,Qj,k} \right) \quad (10)$$

2.4 Dimensionamento e verificações

De posse dos valores combinados de esforços solicitantes e deslocamentos, todas as peças da estrutura devem ser dimensionadas para ambos os estados limites.

Na verificação das solicitações no ELU, a revisão da NBR 7190 (ABNT, 2020) estabelece que as dimensões mínimas de peças principais isoladas devem ser de 50 cm^2 , para área da seção transversal, e 5 cm para a espessura.

Quanto aos parâmetros de resistência (f) e rigidez (E), a referida norma apresenta classes de resistência para o grupo das Coníferas e Folhosas, ressaltando que os valores propostos estão na condição padrão de referência, ou seja, teor de umidade (U) igual a 12%.

O método dos estados limites parte da premissa de majoração dos esforços solicitantes e minoração das resistências (f) e rigidezes (E). A NBR 7190 (ABNT, 2020) propõe essa redução através da utilização dos coeficientes de modificação (k_{mod}) e dos coeficientes de ponderação das resistências (γ_w), conforme apresentado na Equação 11, sendo X o valor correspondente à resistência (f) ou à rigidez (E); $k_{mod,1}$, o coeficiente parcial de modificação que leva em conta a classe de carregamento e o tipo de material empregado; e $k_{mod,2}$, o coeficiente parcial de modificação que leva em conta a classe de umidade e o tipo de material empregado.

$$X_d = k_{mod,1} \cdot k_{mod,2} \cdot \frac{X_k}{\gamma_w} \quad (11)$$

Quadro 3 ▼

Dimensionamento e verificações em função do tipo de sollicitação atuante.
 Fonte: NBR 7190 (ABNT, 2020)

Vale ressaltar que o coeficiente de ponderação das resistências (γ_w) assume valores distintos de acordo com a tensão atuante, sendo 1,4 para tensões normais e 1,8 para tensões cisalhantes.



Com as resistências (f) e rigidezes (E) de cálculo, o dimensionamento e verificações são realizados de acordo com o tipo de sollicitação atuante, conforme apresentado no Quadro 3.

Sollicitação	Dimensionamento/verificação
Flexão oblíqua (terças de cobertura)	<p>Tensões normais: $\tau_{x,d} = \frac{V_{x,d} \cdot S_y}{b \cdot I_y} \leq f_{v0,d}$ e $\tau_{x,d} = \frac{V_{x,d} \cdot S_y}{b \cdot I_y} \leq f_{v0,d}$</p> <p>Tensões cisalhantes: $\tau_{x,d} = \frac{V_{x,d} \cdot S_y}{b \cdot I_y} \leq f_{v0,d}$ e $\tau_{y,d} = \frac{V_{y,d} \cdot S_x}{b \cdot I_x} \leq f_{v0,d}$</p> <p>Estabilidade lateral: $\frac{L_1}{b} \leq \frac{E_{0,ef}}{\beta_M \cdot f_{c0,d}}$ ou $\sigma_{c,d} \leq \left(\frac{L_1}{b}\right) \cdot \beta_M$</p>
Esforços axiais (modelo estrutural treliça)	<p>Tração simples: $\sigma_{Nt,d} = \frac{N_{t,d}}{A} \leq f_{t0,d}$ Compressão simples: $\sigma_{Nc,d} = \frac{N_{c,d}}{A} \leq f_{c0,d}$</p>
Flexão composta (modelo estrutural pórtico)	<p>Flexotração: $\frac{\sigma_{Nt,d}}{f_{t0,d}} + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0$ e $\frac{\sigma_{Nt,d}}{f_{t0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0$</p> <p>Flexocompressão: $\left(\frac{\sigma_{Nc,d}}{f_{c0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0$ e $\left(\frac{\sigma_{Nc,d}}{f_{c0,d}}\right)^2 + k_M \cdot \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0$</p>
<p>$\sigma_{Mx,d}$ e $\sigma_{My,d}$: tensões máximas devidas às componentes de flexão atuantes segundo os eixos principais da seção; $f_{b,d}$: resistência de cálculo na flexão; k_M: coeficiente de correção igual a 0,7 para vigas de seção retangular; $\tau_{x,d}$ e $\tau_{y,d}$: valores de cálculo das máximas tensões de cisalhamento; V_d: valor de cálculo do esforço cortante atuante; S: momento estático da parte da seção transversal (em relação ao seu centro de gravidade) situada abaixo (ou acima) da posição na qual se determina a tensão de cisalhamento; b: largura da seção transversal na posição considerada; I: momento de inércia da seção transversal no eixo indicado; $f_{v0,d}$: valor de cálculo da resistência ao cisalhamento paralelo às fibras; L_1: distância entre os pontos adjacentes com deslocamentos laterais impedidos; $E_{0,ef}$: valor efetivo (de cálculo) do módulo de elasticidade médio paralelo à direção das fibras; β_M: coeficiente em função da relação h/b, dado pela NBR 7190 (ABNT, 2020); $f_{c0,d}$: valor de cálculo da resistência à compressão paralela às fibras; $\sigma_{Nt,d}$: valor de cálculo da tensão atuante de tração; $N_{t,d}$: valor de cálculo da força de tração; $f_{t0,d}$: valor de cálculo da resistência à tração paralela às fibras; $\sigma_{Nc,d}$: valor de cálculo da tensão atuante de compressão; $N_{c,d}$: valor de cálculo da força de compressão.</p>	

Peças solicitadas à compressão simples e à flexocompressão devem ser verificadas quanto à sua estabilidade. Isso se deve ao fato do surgimento de esforços de segunda ordem à medida que a esbelteza do elemento se eleva, originando excentricidades. A verificação do ELU de estabilidade proposta pela NBR 7190 (ABNT, 2020) é aquela apresentada no Quadro 4. Sua dispensa é permitida quando a esbelteza relativa (λ_{rel}) na direção crítica for menor ou igual a 0,3.

Quadro 4 ▶

Rotina de verificação da estabilidade de peças comprimidas e flexocomprimidas.
Fonte: NBR 7190 (ABNT, 2020)

Parâmetro	Equação
Índices de esbeltez das peças (λ)	$\lambda_x = \frac{L_{0,x}}{\sqrt{\frac{I_x}{A}}}; L_{0,x} = K_E \cdot L_x$
Comprimentos de flambagem (L_0)	$L_{0,x} = K_E \cdot L_x; L_{0,y} = K_E \cdot L_y$
Coefficientes (K_E) para modos de flambagem	$K_E = 1,00$ para barras totalmente rotuladas  $K_E = 0,85$ para barras totalmente rígidas 
Índice de esbeltez limite (λ_{lim})	$\lambda_{lim} = 175$ para peças tracionadas ou flexotracionadas $\lambda_{lim} = 140$ para peças comprimidas ou flexocomprimidas
Índices de esbeltez relativa (λ_{rel})	$\lambda_{rel,x} = \frac{\lambda_x}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}}; \lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}}$ Para $\lambda_{rel,crit} \leq 0,3$, dispensa-se a verificação do ELU de estabilidade
Valor característico do módulo de elasticidade paralelo às fibras ($E_{0,05}$)	Na falta de ensaios de caracterização: $E_{0,05} = 0,70 \cdot E_{c0,m}$
Verificações gerais (as duas devem ser satisfeitas)	$\frac{\sigma_{Nc,d}}{k_{cx} \cdot f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0$ e $\frac{\sigma_{Nc,d}}{k_{cy} \cdot f_{c0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0$
Coefficientes (k_{cx}) e (k_{cy})	$k_{cx} = \frac{1}{k_x + \sqrt{(k_x)^2 - (\lambda_{rel,x})^2}}; k_{cy} = \frac{1}{k_y + \sqrt{(k_y)^2 - (\lambda_{rel,y})^2}}$
Valores de (k_x) e (k_y)	$k_x = 0,5 \cdot \left[1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,x} - 0,3) + (\lambda_{rel,x})^2 \right]; k_y = 0,5 \cdot \left[1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,y} - 0,3) + (\lambda_{rel,y})^2 \right]$
Fator para peças estruturais que atendem aos limites de divergência de alinhamento (β_c)	$\beta_c = 0,2$ para madeira maciça serrada e peças roliças $\beta_c = 0,1$ para madeira lamelada colada (MLC) e madeira microlaminada (LVL)
$E_{c0,m}$: valor médio do módulo de elasticidade paralelo às fibras	

Por fim, os valores de deslocamentos (δ_{inst} e δ_{fin}) referentes ao ELS devem ser aferidos com os limites pré-estabelecidos pela NBR 7190 (ABNT, 2020), ressaltando que estes últimos estão em função da configuração estática da estrutura. Seus valores estão impressos no Quadro 5.

Quadro 5 ▶

Valores limites de deslocamentos para elementos correntes fletidos.

Fonte: NBR 7190 (ABNT, 2020)

TIPO	δ_{inst}	δ_{fin}
Vigas biapoiadas ou contínuas	$L/300$ a $L/500$	$L/150$ a $L/300$
Vigas em balanço	$L/150$ a $L/250$	$L/75$ a $L/150$
Treliças	$L/300$	$L/150$

Portanto, objetivando o uso de uma peça de madeira em um sistema estrutural, todos os requisitos mínimos estipulados pelas referidas normas técnicas devem ser atingidos.

3 Material e métodos

Como a pesquisa se caracteriza como um estudo numérico-analítico, a solução adotada para a obtenção dos resultados foi o desenvolvimento de uma ferramenta computacional. Os aspectos fundamentais (ações e carregamentos, análise estrutural pelo MEF, combinações de ações e dimensionamento) foram todos implementados no software intitulado iTruss, desenvolvido através da linguagem VB.NET – plataforma do Visual Studio Community 2019. Nos tópicos a seguir, será apresentado um levantamento de dados de um projeto típico de treliça pré-fabricada de madeira, com vão de 14 metros, destinada à edificação industrial. Ressalta-se ainda que todo o processo de dimensionamento é baseado no documento normativo revisado da NBR 7190 (ABNT, 2020).

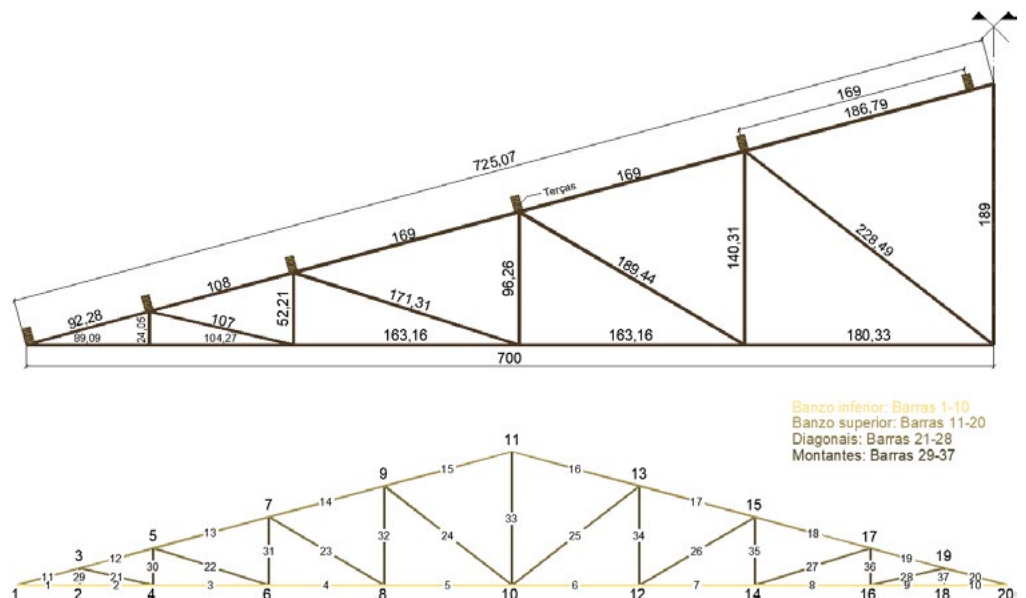
3.1 Geometria e configuração das barras

Por ser um tipo de cobertura recorrente em duas águas simétricas, a geometria adotada para a treliça foi a do tipo Howe. A disposição das barras depende da inclinação do telhado e do tipo de telha empregada. Portanto, para efeitos de projeto, foi adotada uma inclinação de 27%, com telhas de fibrocimento – espessura igual a 6 mm. Em consulta aos catálogos do fabricante, para sobreposição mínima entre telhas de 14 cm, balanço longitudinal máximo de 25 cm e terças distando em no máximo 1,69 m, tem-se a configuração final das barras ilustradas na Figura 2, bem como o esquema de nós, barras e grupos.

Figura 2 ▶

Dimensões das barras e esquema de nós, barras e grupos (cotas em centímetros).

Fonte: dados da pesquisa



É importante ressaltar que, para o cálculo da estrutura, é necessário subdividir o plano de aplicação de cargas (banzo superior) em áreas de influência, calculadas através da divisão da distância entre as barras montantes (barras 29 a 37) por dois. Considerando uma distância entre treliças igual a 3 m, o software gerou os valores das áreas de influência contidos na Tabela 1.

Tabela 1 ►
Áreas de influência.
Fonte: dados da pesquisa

NÓ	A_{inf} (m ²)
1 = 20	1,384
3 = 19	3,004
5 = 17	4,155
7 = 15	5,070
9 = 13	5,070
11	$2 \times 3,069$

3.2 Ações e carregamentos

As ações permanentes que atuam na treliça são aquelas provenientes do peso da estrutura de madeira e dos materiais de revestimento da cobertura. Para se estimar a ação devida ao peso próprio da estrutura, é comum a utilização de fórmulas empíricas ou dedução prévia de seções para as diferentes posições da treliça. Todavia essas técnicas foram descartadas, haja vista que o software iTruss adapta seções mínimas para cada grupo de barras, atualizando automaticamente o peso próprio da estrutura a cada iteração. Portanto, as únicas cargas permanentes aqui estimadas são as devidas ao peso dos materiais fixados na estrutura, cujo valor foi estimado em aproximadamente 0,25 kN/m² (peso das telhas = 0,18 kN/m²; 30% por absorção de água da chuva = 0,054 kN/m²; Ferragens = 0,010 kN/m²).

No cálculo dos esforços e deslocamentos de cálculo, as ações permanentes foram consideradas conjuntamente, assumindo os seguintes coeficientes de ponderação, extraídos do Quadro 6 da NBR 8681 (ABNT, 2003): $\gamma_g = 1,40$ para efeitos desfavoráveis (mesmo sentido da aceleração da gravidade) e $\gamma_g = 1,00$ para efeitos favoráveis (sentido contrário à gravidade).

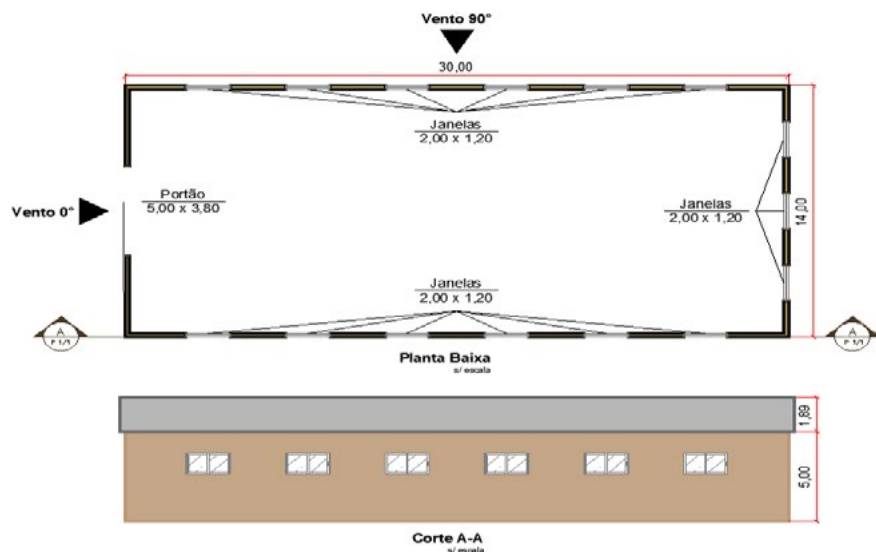
As ações variáveis atuantes são as cargas acidentais devido ao processo de construção (pessoas), ação do vento e sobrecarga na cobertura. A revisão da NBR 7190 (ABNT, 2020) prescreve que, na ausência de cargas atípicas, deve ser prevista uma sobrecarga característica mínima de 0,25 kN/m² de área construída, em projeção horizontal. Como o cosseno de 15° (inclinação de 27%) é aproximadamente igual a 1, a decomposição dessa carga no plano inclinado foi dispensada, mantendo-se, portanto, seu valor puro de 0,25 kN/m².

Em coberturas de estruturas de madeira, as cargas acidentais decorrentes do processo de construção são aplicadas nas terças e nas barras do banzo superior, seguindo recomendações do item 6.4 da NBR 6120 (ABNT, 2019). A referida norma também prescreve que essa carga deve ser considerada atuando de forma isolada das demais ações variáveis no cálculo das combinações. Para sua estimativa, a metodologia empregada foi a de carga uniforme equivalente, cujo valor encontrado foi de aproximadamente 0,22 kN/m².

Sabendo que a carga acidental de pessoas-construção é tratada separadamente nas combinações de esforços e deslocamentos, seu valor foi desprezado no cálculo da treliça, uma vez que é inferior ao da sobrecarga na cobertura de $0,25 \text{ kN/m}^2$ ($0,22 < 0,25$). Entretanto, para as combinações de esforços nas terças, verificou-se seu efeito no ponto mais desfavorável do elemento (meio do vão).

Já a ação devida ao vento na estrutura foi calculada seguindo as recomendações normativas da NBR 6123 (ABNT, 1988), para edificações com planta retangular com telhado em duas águas simétricas. A Figura 3 contém a planta baixa, corte transversal e esquema de aberturas adotadas para o edifício.

Figura 3 ▶
Planta baixa, corte transversal e esquema de aberturas na edificação (cotas e dimensões em metros).
Fonte: dados da pesquisa



Os parâmetros utilizados no cálculo da pressão dinâmica do vento (q) estão contidos no Quadro 6.

Quadro 6 ▶
Parâmetros para o cálculo da pressão dinâmica do vento (q).
Fonte: dados da pesquisa

Parâmetro	Valor
Finalidade	Depósito de sacos de café
Velocidade básica	Alfenas-MG ($V_0 = 40 \text{ m/s}$)
Fator topográfico S_1	$S_1 = 1,00$
Dimensões da edificação	0° – classe A ($b < 20$)
	90° – classe B ($20 < a < 50$)
Fator S_2	$S_{2,0^\circ} = 0,91$; $S_{2,90^\circ} = 0,89$
Fator topográfico S_3	Edificação grupo 3 $\therefore S_3 = 0,95$
Velocidade característica (V_k)	$V_{k,0^\circ} = 34,41 \text{ m/s}$
	$V_{k,90^\circ} = 33,66 \text{ m/s}$

Portanto, a pressões dinâmicas finais (q), em ambas as direções (0° e 90°), são dadas pela Equação 12.

$$q = 6,13 \cdot 10^{-4} \cdot V_k^2 \Rightarrow \begin{cases} q_{0^\circ} = 0,73 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ q_{90^\circ} = 0,69 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \end{cases} \quad (12)$$

Para determinar as cargas devidas ao vento no edifício, os valores de pressão dinâmica, para ambas as direções, devem ser combinados com os coeficientes de pressão e de forma.

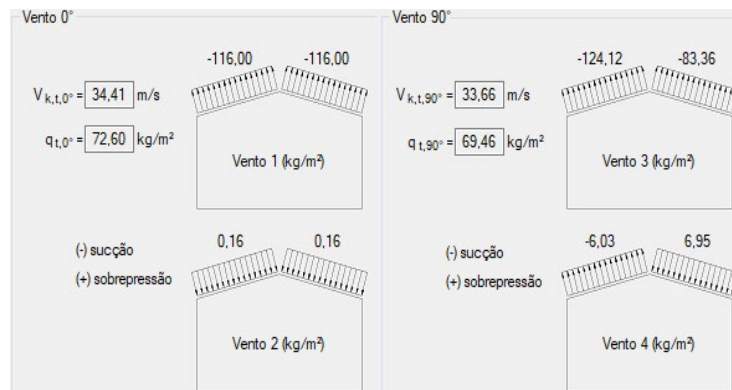
A NBR 6123 (ABNT, 1988) prevê coeficientes externos (C_e) para telhados e paredes. Para uma razão a/b (comprimento/largura) igual a 2,14, razão h/b (altura das paredes/largura) igual a 0,36 e um ângulo de inclinação de aproximadamente 15° , o software iTruss gerou os coeficientes de forma externos (C_e) das paredes e do telhado, extraídos das Tabelas 4 e 5 da NBR 6123 (ABNT, 1988), respectivamente.

Já os coeficientes de forma internos (C_i) foram quantificados por hipóteses de abertura dominante em diferentes regiões do edifício. Admitiu-se que este se encontra perfeitamente vedado no encontro dos elementos, não possuindo aberturas fixas. Portanto, os coeficientes de forma internos (C_i) foram determinados conforme item 6.2.5 da NBR 6123 (ABNT, 1988).

Por fim, os carregamentos (w_k) gerados pelo programa (Figura 4) foram calculados mediante Equação 13.

$$w_k = (C_e - C_i) \cdot q \quad (13)$$

Figura 4 ►
Forças devidas ao vento na cobertura.
Fonte: dados da pesquisa



Nas combinações dos esforços e deslocamentos, diferentes das permanentes, as ações variáveis foram consideradas separadamente, assumindo os seguintes coeficientes, extraídos das Tabelas 4 e 6 da NBR 8681 (ABNT, 2003): $\gamma_q = 1,50$; $\psi_0 = 0,7$; $\psi_1 = 0,6$; $\psi_2 = 0,4$ para sobrecarga na cobertura e $\gamma_q = 1,40$; $\psi_0 = 0,6$; $\psi_1 = 0,3$; $\psi_2 = 0$ para ação do vento.

3.3 Modelos idealizados de análise estrutural

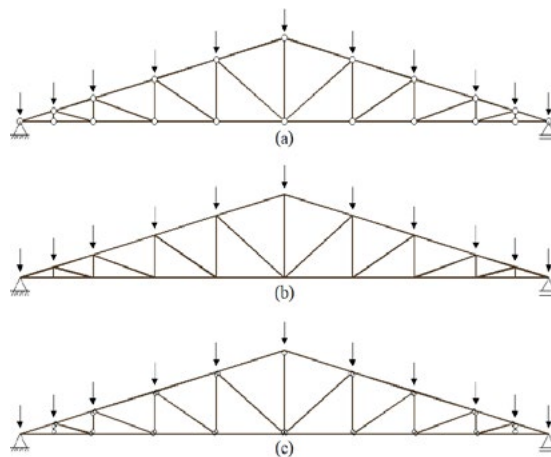
Tratando-se da tipologia de elementos finitos, na elaboração dos modelos idealizados, admitiram-se três possíveis hipóteses:

- A: as barras são perfeitamente rotuladas (modelo treliça);
- B: as barras estão perfeitamente engastadas (modelo pórtico);
- C: os banzos são contínuos, apoiados em cada encontro de barras. Barras diagonais-montantes são perfeitamente rotuladas.

Para todas as hipóteses, admitiu-se que a ação devida ao peso próprio é descarregada nos pontos de aplicação de carga (nós onde há terças). Para tanto, é calculado o somatório do produto da densidade \times área da seção transversal \times comprimento de todas as barras

com posterior aplicação pontual nas respectivas áreas de influência, acrescido o peso das terças. A seguir, na Figura 5, são apresentados os esquemas estáticos de cada modelo.

Figura 5 ▶
Esquemas estáticos dos
modelos idealizados.
(a) Modelo I; (b) Modelo II;
(c) Modelo III.
Fonte: dados da pesquisa



3.4 Perfis e dimensionamento

A espécie de madeira adotada para as peças foi a do grupo das Folhosas, classe D40. Seus valores de resistência ($f_{c0,k} = 40$ MPa e $f_{v0,k} = 6$ MPa); rigidez ($E_{c0,m} = 19.500$ MPa) e massa específica aparente ($\rho = 9,5$ kN/m³) foram extraídos da NBR 7190 (ABNT, 2020). Seguindo recomendações da referida norma, na ausência de caracterização das resistências à tração ($f_{t0,k}$) e à flexão ($f_{b,k}$), admitiu-se que $f_{t0,k} = f_{b,k} = f_{c0,k}$.

Os coeficientes de modificação (k_{mod}) foram estimados de acordo com a classe de carregamento, tipo de material empregado e classe de umidade. Seus valores foram extraídos da NBR 7190 (ABNT, 2020), considerando carregamento de longa duração, madeira serrada e classe de umidade (1). Nessas condições, o coeficiente de modificação (k_{mod}) é 0,70.

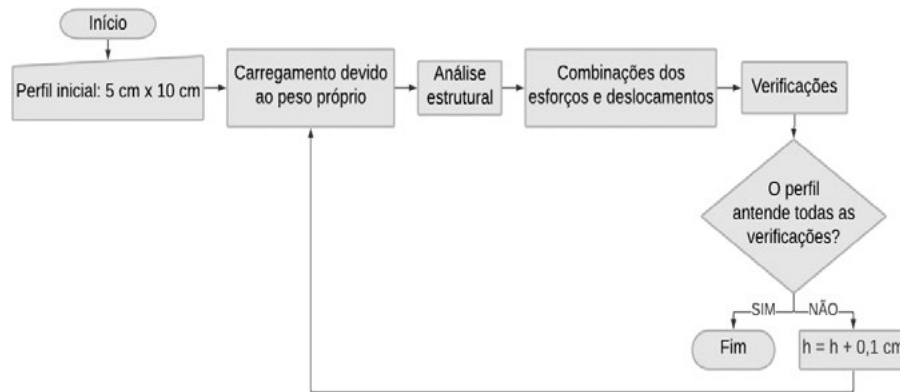
Para iniciar de fato o processo de dimensionamento das treliças, é necessário determinar previamente os perfis que irão compor as terças. Embora façam parte do peso próprio da estrutura de madeira, devem ser dimensionadas antes da treliça, para que seu carregamento real seja previsto e aplicado adequadamente aos nós onde estão localizadas. O software iTruss contempla esse procedimento prévio, tratando esses elementos como vigas isostáticas biapoias, cujo vão teórico é igual à distância entre as treliças.

Após o processamento, constatou-se que a seção de 6 x 12 cm atende a todas as verificações. Portanto, seu peso próprio é igual 0,2052 kN ($9,5 \cdot 0,06 \cdot 0,12 \cdot 3$). Logo, em cada nó onde há uma terça, aplicou-se uma carga pontual de 0,2052 kN, ressaltando que há duas terças no nó da cumeeira, assumindo, neste local, o valor de 0,4104 kN.

Os processos de análise estrutural, combinações e dimensionamento foram executados para cada modelo de cálculo, via métodos iterativos. O critério áureo empregado no processo foi o de altura mínima do perfil (h). Para tal, fixou-se um valor mínimo de espessura ($b = 5$ cm) para uma seção transversal retangular simples. Em seguida, através de um código de repetição com passo de 0,10 cm, estimou-se a menor altura (h) cuja área atendessem a todos os critérios de verificação. A rotina descrita pode ser melhor compreendida observando o fluxograma da Figura 6, ressaltando que, a cada iteração, a carga devida ao peso próprio é atualizada, resultando em notável precisão nas dimensões encontradas.

Figura 4 ▶

Rotina do critério de altura mínima do perfil.
Fonte: dados da pesquisa



3.5 Metodologia de validação dos resultados

Para testar a confiabilidade do programa, os valores de análise estrutural foram aferidos com o software SAP2000®.

De forma a abranger todos os modelos de cálculo, optou-se por validar os esforços e deslocamentos decorrentes da ação devido ao peso próprio da treliça com terças inclusas. Assim, apenas para efeito de validação, foram fixadas seções mínimas de 5 x 10 cm em todas as barras, sem a preocupação de atendimento às verificações. Para as terças, a seção de 6 x 12 cm foi mantida.

4 Resultados e discussão

Neste capítulo, serão apresentados os resultados de validação e simulação dos três modelos de cálculo para a tipologia apresentada, bem como resultados intermediários de esforços e deslocamentos de cálculo.

4.1 Validação dos resultados de análise estrutural

A análise matricial pelo MEF possui a vantagem de se processar a estrutura global em um único sistema linear. Dessa forma, é desnecessária a aferição de todos os elementos da treliça, haja vista que a confiabilidade do programa pode ser comprovada por meio de uma amostra de barras. Portanto, para fins de validação, selecionou-se aleatoriamente a barra 5. Considerando as diretrizes estabelecidas no item 3.5, os resultados obtidos pelos softwares iTruss e SAP2000® estão impressos na Tabela 2.

Tabela 2 ▶

Aferição da barra 5 com o software SAP2000®.
Fonte: dados da pesquisa

Software-modelo	$\delta_{k,m\acute{a}x}$ (mm)	$N_{k,m\acute{a}x}$ (kN)	$V_{k,m\acute{a}x}$ (kN)	$M_{k,m\acute{a}x}$ (kN · cm)
iTruss-I	-3,537	5,252	0	0
iTruss-II	-3,404	5,230	-0,009	1,357
iTruss-III	-3,429	5,239	-0,005	0,804
SAP2000®-I	-3,537	5,252	0	0
SAP2000®-II	-3,404	5,230	-0,009	1,357
SAP2000®-III	-3,429	5,239	-0,005	0,804

$\delta_{k,m\acute{a}x}$: deslocamento máximo da barra – trecho onde a rotação (θ) é nula; $N_{k,m\acute{a}x}$: máxima força normal solicitante característica; $V_{k,m\acute{a}x}$: máxima cortante solicitante característica; $M_{k,m\acute{a}x}$: máximo momento fletor solicitante característico

4.2 Esforços e deslocamentos de cálculo

Como mencionado anteriormente, o software iTruss dimensiona de acordo com os grupos de barras, ou seja, estima uma seção transversal mínima que atenda às verificações de todos os elementos naquela posição da treliça. Portanto, durante o processamento, haverá barras que se destacarão sobre outras, aqui chamadas de barras críticas. É importante ressaltar que nem sempre a barra crítica é aquela cujo esforço de cálculo é o maior de seu respectivo grupo. No processo de dimensionamento, existem outras variáveis em análise, como, por exemplo, a estabilidade, que, por sua vez, resulta da análise conjunta entre resistência e esbeltez dos elementos. Diante do exposto, cada modelo de cálculo apresentou barras críticas diferentes nos quatro respectivos grupos. Seus valores de esforços de cálculo estão impressos na Tabela 3.

Tabela 3 ►
Esforços solicitantes de cálculo.
Fonte: dados da pesquisa

Barra-modelo	N_d^+ (kN)	N_d^- (kN)	V_d (kN)	M_d (kN · cm)
BI 8-I	66,559	-52,878	0	0
BS 18-I	49,259	-59,316	0	0
D 25-I	11,116	-12,675	0	0
M 33-I	14,678	-13,653	0	0
BI 10-II	53,297	-46,727	-2,189	194,501
BS 20-II	49,327	-55,762	-1,982	183,442
D 28-II	3,668	-3,023	0,244	37,232
M 37-II	2,788	-3,174	5,142	-71,833
BI 10-III	57,759	-51,123	-1,387	120,049
BS 19-III	57,800	-63,874	1,061	142,337
D 25-III	11,304	-11,669	0	0
M 33-III	13,588	-14,017	0	0

BI: banzo inferior; BS: banzo superior; D: diagonal; M: montante; N_d^+ : força normal solicitante de cálculo devida à tração; N_d^- : força normal solicitante de cálculo devida à compressão; V_d : cortante solicitante de cálculo; M_d : momento fletor solicitante de cálculo

De forma a garantir que a treliça trabalhasse em regime elástico-linear, seus deslocamentos instantâneos e efetivos (δ_{inst} e δ_{fin}) foram restringidos aos limites estabelecidos pela NBR 7190 (ABNT, 2020) de $L/300$ ($\delta_{inst,lim}$) e $L/150$ ($\delta_{fin,lim}$). A ação do vento sobre a estrutura não foi considerada nas combinações de serviço, por ser de curta duração e não afetar o uso normal da estrutura. Portanto, os valores apresentados na Tabela 4 referem-se às combinações entre cargas de longa duração, considerando apenas ações permanentes e sobrecarga na cobertura.

Tabela 4 ►
Deslocamentos instantâneos e efetivos.
Fonte: dados da pesquisa

BARRA-MODELO	δ_{inst} (mm)	$\delta_{inst,lim}$ (mm)	δ_{fin} (mm)	$\delta_{fin,lim}$ (mm)
BI 5-I	-9,173	46	-13,831	93
BI 5-II	-14,551	46	-21,863	93
BI 5-III	-15,892	46	-23,870	93

Observando, em primeira instância, os modelos II e III da Tabela 4, nota-se uma contradição, considerando trabalhos apresentados na literatura, como o de Sagara, Tjondro e Shiddiq (2017), cuja afirmação é a de que ligações rígidas configuram menores deslocamentos em relação às flexíveis. Porém ressalta-se que, nesta pesquisa, é introduzida a variável dos perfis de madeira, em que simples mudanças desencadeiam diferentes deslocamentos, atualizando todo o sistema linear em função de seus momentos de inércia ($I_{z,i}$).

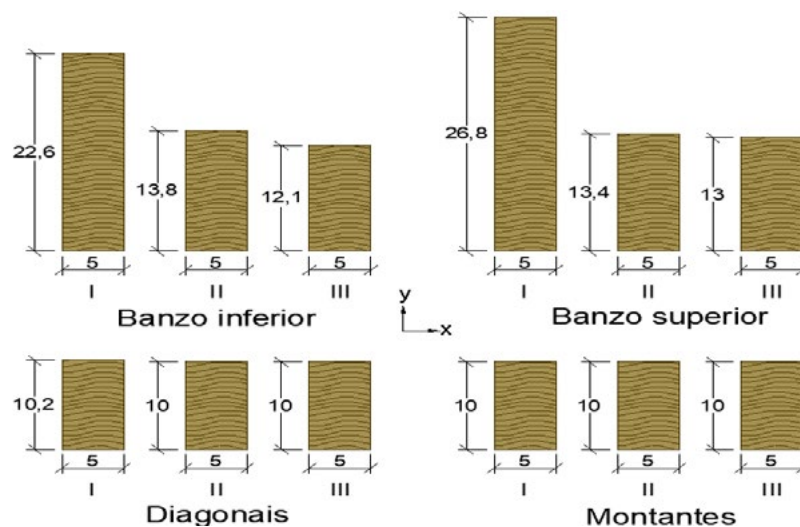
4.3 Influência dos modelos idealizados de ligações

Processada a estrutura, os perfis finais encontrados pelo software iTruss, em cada grupo de barras, para cada modelo de análise, são ilustrados na Figura 7.

Figura 7 ►

Perfis dimensionados em função dos grupos de barras e modelos de análise (dimensões em centímetros).

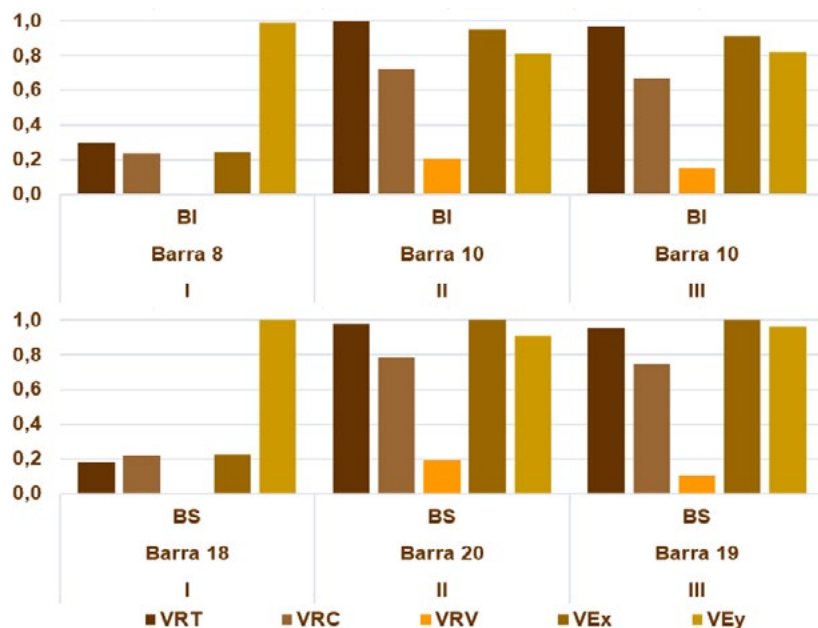
Fonte: dados da pesquisa



Nota-se que os perfis pouco se alteram quando localizados nas barras diagonais-montantes. Pela Tabela 3, verifica-se que os esforços combinados desses elementos são muito pequenos em relação aos outros grupos. Porém fica evidente a expressiva divergência encontrada nas seções que compõem os banzos, exigindo, portanto, uma análise mais aprofundada para estes casos. Observando grosso modo a Tabela 3, não é difícil supor que os modelos II e III possam apresentar perfis superiores em relação ao modelo I, visto que seus esforços normais são semelhantes entre si, porém com incidência significativa de momentos fletores nos dois primeiros (II e III). No entanto os resultados evidenciam o contrário, parecendo a estabilidade ter uma influência relevante quando comparada às resistências no modelo I.

Com o intuito de atestar o fator decisivo nas diferenças encontradas, foram utilizados os seguintes códigos associados às verificações, que serão utilizados para a compreensão da Figura 8: verificação da resistência à tração ou flexotração (VRT), verificação da resistência à compressão ou flexocompressão (VRC), verificação da resistência ao cisalhamento (VRV), verificação da estabilidade em relação ao eixo x (VEx) e verificação da estabilidade em relação ao eixo y (VEy).

Figura 8 ►
Verificações das barras dos banzos.
Fonte: dados da pesquisa



Em ambos os banzos, para o modelo I, o fator decisivo no dimensionamento foi a estabilidade, definindo valores de verificação muito próximos de 1. No entanto as seções para esses modelos não são totalmente aproveitadas, uma vez que há uma discrepância entre verificações de resistência e estabilidade. Sabendo que a condição crítica ocorre em relação ao eixo y , uma solução seria aumentar a espessura (b) da seção transversal, permitindo seu melhor aproveitamento.

Já nos modelos II e III, as tensões normais e verificações de estabilidade são melhor distribuídas, configurando um bom desempenho do perfil dimensionado.

De maneira geral, é possível apontar que as diferenças encontradas nos modelos devem-se principalmente às verificações de estabilidade, mais especificamente pelo comprimento de flambagem (L_0). Com a imposição de $L_0 = 0,65 \cdot L$ para barras perfeitamente rígidas, seus vãos teóricos são drasticamente reduzidos, configurando um melhor desempenho estável da barra quando submetida a esforços de compressão.

5 Considerações finais

Este trabalho teve como objetivo principal avaliar a influência que os modelos idealizados de análise estrutural têm no dimensionamento de estruturas treliçadas de madeira para coberturas. Para tanto, foi desenvolvido um software de análise estrutural elástica linear, denominado iTruss, programado à luz do método dos elementos finitos (MEF) em conjunto com as rotinas de dimensionamento prescritas pelo novo projeto de norma da NBR 7190 (ABNT, 2020).

Após a simulação de um caso real de projeto, foi possível apontar as seguintes considerações:

- Quando aferida com o software SAP2000®, a ferramenta computacional mostrou-se confiável para a geometria simulada. Ademais, garantiu-se a condição de trabalho em regime elástico-linear.

- Nos grupos do banzos, a divergência foi mais significativa que nas diagonais-montantes. As maiores diferenças percentuais estão na ordem de 51% na parte superior e 46% na inferior, evidenciando que os modelos que conferem rigidez perfeita configuram melhor aproveitamento dos perfis. O fator decisivo no dimensionamento foi a verificação da estabilidade, mais precisamente o comprimento da flambagem (L_0). Quando esse valor é reduzido em 35%, no caso de ligações perfeitamente rígidas ou barras contínuas, as verificações de resistência e estabilidade são melhor distribuídas entre si.
- É possível concluir também que, de fato, as ligações rígidas apresentam deslocamentos inferiores em relação às flexíveis, desde que os perfis que compõem as barras sejam os mesmos para as duas condições. Quando as dimensões nos modelos rígidos são reduzidas, as variáveis de rigidez das peças de madeira se modificam, produzindo deslocamentos superiores aos do modelo perfeitamente flexível.

Referências

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123**. Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190**. Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro, 1997.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190**. Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro, 2020.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**. Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ARAUJO, V. A.; CORTEZ-BARBOSA, J.; GAVA, M.; GARCIA, J. N.; SOUZA, A. J. D.; SAVI, A. F.; MORALES, E. A. M.; MOLINA, J. C.; VASCONCELOS, J. S.; CHRISTOFORO, A. L.; LAHR, F. A. R. Classification of wooden housing building systems. **BioResources**, v. 11, n. 3, p. 7889-7901, 2016. DOI: <https://doi.org/10.15376/biores.11.3.DeAraujo>.

CALIL JUNIOR, C.; DIAS, A. A. Utilização da madeira em construções rurais. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 1, n. 1, p. 71-77, 1997. DOI: <https://doi.org/10.1590/1807-1929/agriambi.v1n1p71-77>.

CALIL JUNIOR, C.; LAHR, F. A. R.; MARTINS, G. C. A.; DIAS, A. A. **Estruturas de madeira**: Projetos, dimensionamento e exemplos de cálculo. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.

CHRISTOFORO, A. L.; DE ALMEIDA, D. H.; VARANDA, L. D.; PANZERA, T. H.; LAHR, F. A. R. Estimation of wood toughness in Brazilian tropical tree species. **Engenharia Agrícola**, v. 40, n. 2, p. 217-224, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1590/1809-4430-eng.agric.v40n2p232-237/2020>.

CHRISTOFORO, A. L.; LAHR, F. A. R. Determinação do módulo de elasticidade longitudinal em estruturas planas de madeira do tipo treliça. **Revista Minerva**, São Carlos, v. 4, n. 2, p. 217-224, 2007. Disponível em: [http://www.fipai.org.br/Minerva%2004\(02\)%2011.pdf](http://www.fipai.org.br/Minerva%2004(02)%2011.pdf). Acesso em: 15 jul. 2020.

CHRISTOFORO, A. L.; ROMANHOLO, G. A.; PANZERA, T. H.; BORGES, P. H. R.; LAHR, F. A. R. Influence of stiffness in bolted connections in wooden plane structure of truss type. **Engenharia Agrícola**, v. 31, n. 5, p. 998-1006, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0100-69162011000500017>.

DORN, M.; DE BORST, K.; EBERHARDSTEINER, J. Experiments on dowel-type timber connections. **Engineering Structures**, v. 47, n. 1, p. 67-80, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.09.010>.

EGAN CONSULTING. **Annual Survey of UK Structural Timber Markets**: Market Report. Alloa: Structural Timber Association, 2017.

FRONTINI, F.; SIEM, J.; RENMÆLMO, R. Load-Carrying capacity and stiffness of softwood wooden dowel connections. **International Journal of Architectural Heritage**, v. 14, n. 3, p. 376-397, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1080/15583058.2018.1547798>.

KIRKHAM, W. J.; GUPTA, R.; MILLER, T. H. State of the art: Seismic behavior of wood-frame residential structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 140, n. 4, p. 1-19, 2014. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000861](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000861).

MOYA, R.; TENORIO, C. Strength and displacement under tension and compression of wood joints fastened with nails and screws for use in trusses in Costa Rica. **Wood Research**, v. 62, n. 1, p. 139-156, 2017. Disponível em: <http://www.woodresearch.sk/cms/strength-and-displacement-under-tension-and-compression-of-wood-joints-fastened-with-nails-and-screws-for-use-in-trusses-in-costa-rica/>. Acesso em: 12 jul. 2020.

PALMA, H. A. L. **Determinação de parâmetros elásticos e de resistência e a influência da madeira nas propriedades de compensados de *Pinus elliottii* Engelm. e *Pinus taeda* L.** 1994. 167 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1994. Disponível em: <https://acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/25385/T%20-%20PALMA%2C%20HERNANDO%20ALFONSO%20LARA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 20 jul. 2020.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de madeira**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

RAMAGE, M. H.; BURRIDGE, H.; BUSSE-WICHER, M.; FEREDAY, G.; REYNOLDS, T.; SHAH, D. U.; WU, G.; YU, L.; FLEMING, P.; DENSLEY-TINGLEY, D.; ALLWOOD, J.; DUPREE, P.; LINDEN, P. F.; SCHERMAN, O. The wood from the trees: The use of timber in construction. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 68, p. 333-359, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2016.09.107>.

RIVERA-TENORIO, M.; MOYA, R. Stress, displacement joints of *Gmelina arborea* and *Tectona grandis* wood with metal plates, screws and nails for use in timber truss connections. **CERNE**, v. 25, n. 2, p. 172-183, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1590/01047760201925022641>.

SAGARA, A.; TJONDRO, J. A.; SHIDDIQ, H. A. Experimental study on strength and stiffness connection of wooden truss structure. **MATEC Web of Conferences**, v. 101, n. 1, 01015, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1051/mateconf/201710101015>.

SCHOBER, K. U.; TANNERT, T. Hybrid connections for timber structures. **European Journal of Wood and Wood Products**, v. 74, n. 3, p. 369-377, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00107-016-1024-3>.

TENORIO, C.; MOYA, R.; CARRANZA, M.; NAVARRO, A.; SAENZ, M.; PANIAGUA, V. Mechanical performance in flexure for two spans of trusses from *Hieronyma alchorneoides* and *Gmelina arborea* woods fastened with nails and screws. **Journal of Tropical Forest Science**, v. 30, n. 3, p. 330-341, 2018. DOI: <https://doi.org/10.26525/jtfs2018.30.3.330341>.

TER STEEGE, H.; PRADO, P. I.; DE LIMA, R. A. F.; POS, E.; COELHO, L. S.; LIMA FILHO, D. A.; FLORES, B. M. *et al.* Biased-corrected richness estimates for the Amazonian tree flora. **Scientific Reports**, v. 10, n. 1, 10130, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-020-66686-3>.

VALLÉE, T.; TANNERT, T.; HEHL, S. Experimental and numerical investigations on full-scale adhesively bonded timber trusses. **Materials and Structures**, v. 44, n. 10, p. 1745-1758, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1617/s11527-011-9735-8>.