

DOI: <http://dx.doi.org/10.18265/1517-0306a2021id4707>

ARTIGO ORIGINAL

SUBMETIDO 06/07/2020

APROVADO 24/06/2021

PUBLICADO ON-LINE 07/08/2021

PUBLICADO Junho de 2022

EDITORES ASSOCIADOS

Koje Daniel Vasconcelos Mishina, Marcelo Cavalcanti Rodrigues, José Carlos Lima Júnior e Adriano da Silva Marques

Análise teórico-experimental do campo de temperatura para caracterização da concentração da mistura água-álcool

 Pedro Granville Gonçalves ^[1]

 Francisco Antônio Belo ^[2]

 Dhiego Luiz Veloso ^[3]

 Carlos Cabral dos Santos ^[4]

 Fábio Araújo Lima ^[5]

 Diógenes Montenegro ^[6]

[1] pedrogranville@gmail.com.

[2] franciscoantonibelo@gmail.com.

[6] diogenesmgbs@gmail.com. Grupo de Instrumentação e Controle em Estudo de Energia e Meio Ambiente (GPICEEMA) / Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Brasil

[3] dhiego.veloso@ifpb.edu.br. Núcleo de Pesquisa e Ensino de Física (NPEF) / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), Brasil

[4] carloscabralsantos@yahoo.com.br. Laboratório de Energia Solar (LES) / Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Brasil

[5] fabio.lima@ifpb.edu.br. Unidade Acadêmica de Indústria (UNIND) / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), Brasil

RESUMO: Este trabalho tem como proposta determinar diferentes concentrações da mistura água-álcool utilizando um campo de temperatura periódico. Para isso, foi construído um dispositivo experimental com princípio de funcionamento no método de Angstrom, o qual faz uso de um fluxo de calor periódico de uma fonte controlada, gerando, assim, um campo de temperatura periódico na amostra de teste. Termopares foram instalados na amostra e num ponto de referência para captar o sinal de temperatura gerado pelo fluxo de calor periódico. A amplitude e a fase desses sinais serão obtidas por meio de um sistema de aquisição de dados. O termopar posicionado na parede do tubo foi adotado como referência em relação ao sinal térmico adquirido pelo termopar da amostra. Foram realizadas simulações computacionais com base no modelo matemático teórico, considerando a condução de calor unidimensional para obter a resposta periódica da temperatura medida no centro do tubo cilíndrico. A Técnica da Transformada Integral Generalizada (TTIG) foi utilizada para resolver o problema de difusão de calor e determinar o campo de temperatura, gerando resultados teóricos. As amostras utilizadas neste trabalho foram preparadas com frações volumétricas de 0,3%, 4,2%, 8,2%, 12,1%, 16,2% e 19,7% m/m de álcool etílico misturadas com água destilada.

Palavras-chave: campo de temperatura periódico; método de Angstrom; concentração da mistura água-álcool; TTIG.

Theoretical-experimental analysis of the temperature field to characterize the concentration of the water-alcohol mixture

ABSTRACT: This work proposes the determination of the water-alcohol

concentration using a periodic temperature field. For this, an experimental device was built with the operating principle in the Angstrom method, which makes use of a periodic heat flow from a controlled source, thus generating a periodic temperature field in the test sample. Thermocouples were installed in the sample and at a reference point to capture the temperature signal generated by the periodic heat flow. The amplitude and phase of these signals will be obtained through a data acquisition system. The thermocouple positioned on the tube wall was adopted as a reference in relation to the thermal signal acquired by the sample thermocouple. Computer simulations were performed based on the theoretical mathematical model, considering the one-dimensional heat conduction to obtain the periodic temperature response measured at the center of the cylindrical tube. The Generalized Integral Transform Technique (GITT) was used to solve the problem of heat diffusion and determine the temperature field, generating theoretical results. The samples used in this work were prepared with volumetric fractions of 0.3%, 4.2%, 8.2%, 12.1%, 16.2% and 19.7% m/m ethyl alcohol mixed with distilled water.

Keywords: periodic temperature field; Angstrom method; concentration of water-alcohol mixture; GITT.

1 Introdução

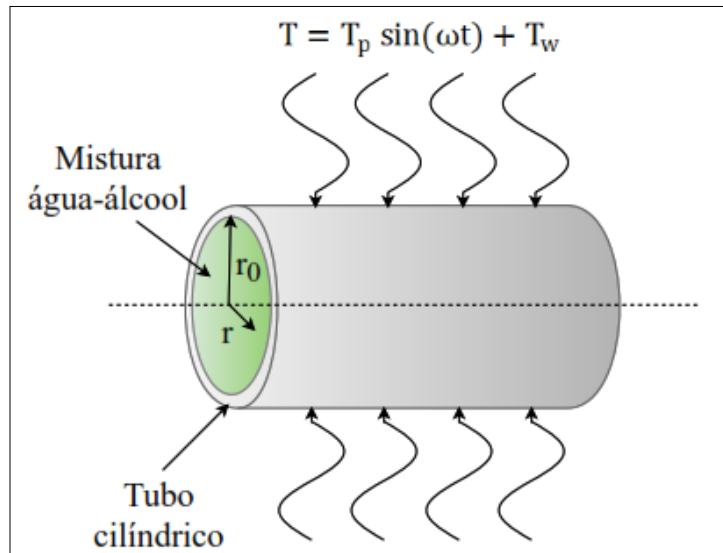
As misturas contendo água e um soluto anfifílico (molécula cuja estrutura possui uma parte hidrofílica – solúvel em água – e outra parte lipofílica – solúvel em lipídios e não em água) têm sido amplamente estudadas nos últimos anos, conforme pode ser observado em Akpa *et al.* (2012), Ball (2008), Krause *et al.* (2011) e Palo, Dagle e Holladay (2007). Esses estudos desempenham um papel importante em muitas aplicações biológicas, químicas e de engenharia; exemplos incluem envelopamento de proteínas, reações de transferência de elétrons, catálise heterogênea e tecnologia de célula de combustível e caracterização de misturas líquidas (BELO, 2002; BELO; SILVA; SILVA, 2012; BELO *et al.*, 2015).

No processo de produção de etanol, é de grande interesse mensurar com precisão o teor alcoólico. A partir do monitoramento dos parâmetros acústicos medidos, é possível detectar a qualidade do produto, a eficiência do processo e economizar energia (KRAUSE *et al.*, 2011).

Em misturas binárias, isto é, mistura de dois líquidos completamente miscíveis entre si, a técnica mais utilizada para determinar sua concentração é a medida da densidade (LIBERT, 2013). Com a medida da densidade e da temperatura, utilizando-se de uma tabela ou uma função dessas duas variáveis, encontra-se o valor correspondente da participação de cada componente. Através de um transdutor eletrônico como o ultrassônico, transforma-se o valor da densidade em um sinal elétrico, obtendo-se um medidor eletrônico de densidade.

O problema físico em questão é composto por um tubo cilíndrico de raio interno, preenchido com uma mistura de água-álcool que possui uma temperatura inicial uniforme (). A parede externa do tubo está submetida a um fluxo de calor periódico imposto por um sistema de controle de temperatura que se propaga pela mistura, gerando um campo de temperatura periódico na região da amostra, com atenuação da temperatura de pico e um ângulo de fase em relação ao sinal de temperatura da parede. A Figura 1 ilustra a representação do problema físico.

Figura 1 ►
Representação do problema físico. Fonte: elaborada pelos autores



No presente trabalho, abordamos a solução de um problema de difusão de calor – radial e periódico – via Técnica da Transformada Integral Generalizada (TTIG), descrevendo o comportamento da dinâmica de temperatura dentro de um tubo cilíndrico preenchido com frações volumétricas de 0,3%, 4,2%, 8,2%, 12,1%, 16,2% e 19,7% m/m de álcool etílico misturadas com água destilada. Também é proposta a construção de um dispositivo experimental capaz de determinar o teor alcoólico da mistura água-álcool para misturas com até 20% m/m de teor alcoólico, baseado na medida da oscilação harmônica térmica. A aplicação do método proposto pode ser estendida para caracterização de outras misturas, como, por exemplo, processos de fermentação e bebidas com baixo teor alcoólico. Os estudos que serão apresentados foram realizados a partir de simulações computacionais e procedimentos experimentais.

2 Modelagem matemática

Para a modelagem matemática do problema físico proposto, foram feitas as seguintes considerações:

- Equação de condução de calor em coordenadas cilíndricas;
- O sistema é isolado e negligencia os efeitos das perdas no ambiente;
- O sistema está inicialmente em equilíbrio térmico;
- Gradientes de temperatura nas direções longitudinal e angular não foram levados em consideração;
- Propriedades térmicas constantes;
- Comprimento do cilindro é considerado muito maior do que seu raio.

Levando-se em conta as hipóteses simplificadoras mencionadas, as equações governantes do problema físico proposto assumem as formas a seguir:

Equação da energia

$$\rho c_p \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} = \kappa \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \right) \quad (1)$$

onde ρ , c_p e κ representam, respectivamente, a massa específica, o calor específico sob pressão constante e a condutividade térmica do fluido.

Condições de contorno

$$r = 0 \rightarrow \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

$$r = r_0 \rightarrow T(r, t) = T_p \sin(\omega t) + T_w \quad (3)$$

Os termos r_0 , T_p , ω e T_w representam, respectivamente, o raio, a amplitude térmica na parede, a frequência angular e o valor médio de excitação térmica na parede.

Condição inicial

$$t = 0 \rightarrow T(r, 0) = T_0 \quad (4)$$

2.1 Adimensionalização do problema

Para a análise do problema foram definidos os seguintes parâmetros adimensionais, dados pelas Equações (5 a-c), que possibilitam resolver uma classe de problemas definidos pelo mesmo modelo proposto.

$$(a) \ R = \frac{r}{r_0} \quad (b) \ \tau = \frac{\alpha t}{r_0^2} \quad (c) \ \theta (R, \tau) = \frac{T(r,t) - T_w}{T_0 - T_w} \quad (5 \text{ a-c})$$

onde T_0 e α são, respectivamente, a temperatura inicial e a difusividade térmica do fluido.

Aplicando os parâmetros adimensionais nas Equações (1), (2), (3) e (4), encontra-se a equação principal, as condições de contorno e a condição inicial na forma adimensionalizada:

Equação da energia adimensionalizada

$$\frac{\partial \theta(R, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \theta(R, \tau)}{\partial R} \right] \quad (6)$$

Condições de contorno adimensionalizadas

$$R = 0 \rightarrow \frac{\partial \theta(R, \tau)}{\partial R} = 0 \quad (7)$$

$$R = 1 \rightarrow \theta(1, \tau) = \theta_p(\tau) = \frac{T_p \sin\left(\frac{\omega r_0^2 \tau}{\alpha}\right)}{T_0 - T_w} \quad (8)$$

Condição inicial adimensional

$$\tau = 0 \rightarrow \theta(R, 0) = 1 \quad (9)$$

2.2 Problema auxiliar de autovalor na direção radial

O problema auxiliar, ou de Sturm-Liouville, para o campo de temperatura pode ser escrito por um sistema de equações diferenciais de segunda ordem com as respectivas condições de contorno:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left[R \frac{d\psi_i(R)}{dR} \right] + \mu_i^2 \psi_i(R) = 0 \quad (10)$$

$$R = 0 \rightarrow \frac{d\psi_i(R)}{dR} = 0 \quad (11)$$

$$R = 1 \rightarrow \psi_i(R) = 0 \quad (12)$$

O método da contagem de sinal desenvolvido por Mikhailov e Vulchanov (1983) foi utilizado para a determinação dos autovalores (μ_i), das autofunções, $\psi_i(R)$, e das normas (N_i).

2.3 Transformação integral para o campo de temperatura

Prosseguindo a metodologia de uso da TTIG, definimos um par transformada-inversa com a finalidade de reduzir o problema original, que consiste em uma equação diferencial parcial, num sistema infinito e acoplado de equações diferenciais ordinárias. Num segundo momento, a fórmula da inversa pode ser utilizada para obtenção da solução do problema original (COTTA, 1993, 1998). O par transformada integral-inversa definido para esse problema é dado por:

Transformada:

$$\bar{\theta}_i(\tau) = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 R \psi_i(R) \theta(R, \tau) dR \quad (13)$$

Inversa:

$$\theta(R, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_i(R) \bar{\theta}_i(\tau)}{N_i^{1/2}} \quad (14)$$

Após tratamento analítico da Equação (6) por operadores integrais, usando a definição da transformada integral, dada pela Equação (13), bem como o problema auxiliar definido pelas Equações (10), (11) e (12), pode-se transformar o problema original em um sistema infinito de equações diferenciais ordinárias desacopladas da forma:

$$\frac{d\bar{\theta}_i(\tau)}{d\tau} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(\tau) = - \frac{1}{N_i^{1/2}} \frac{d\psi_i(1)}{dR} \theta(1, \tau) \quad (15)$$

O sistema de equações diferenciais ordinárias da Equação (15), com condição inicial dada pela Equação (9), tem como solução formal:

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_i(\tau) = & \bar{\theta}_i(0) e^{-\mu_i^2 \tau} - \frac{1}{N_i^{1/2}} \frac{d\psi_i(1)}{dR} \left(\frac{T_p}{T_0 - T_w} \right) \cdot \\ & \cdot \left[\frac{-\frac{\omega r_0^2}{\alpha} \cos\left(\frac{\omega r_0^2 \tau}{\alpha}\right) + \mu_i^2 \sin\left(\frac{\omega r_0^2 \tau}{\alpha}\right) + \frac{\omega r_0^2}{\alpha} e^{-\mu_i^2 \tau}}{\frac{\omega^2 r_0^4}{\alpha^2} + \mu_i^4} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

Transformação integral aplicada na condição inicial dada pela Equação (9):

$$\bar{\theta}_i(0) = \bar{f}_i = \int_0^1 \frac{R\psi_i(R)}{N_i^{1/2}} dR \quad (17)$$

3 Resultados teóricos

Nesta seção os resultados teóricos são apresentados e discutidos.

3.1 Medidas das propriedades termofísicas

Os valores teóricos das difusividades térmicas das misturas, adotados como parâmetro para simulação computacional, foram obtidos do *software* solucionador de equações de engenharia Engineering Equation Solver (EES). A Tabela 1 contém os valores de difusividade térmica para cada concentração analisada. Nas faixas de temperatura avaliadas no presente trabalho – de 36 °C a 52 °C –, observou-se uma pequena variação nos valores de difusividade térmica, de modo que os consideramos constantes a partir de um valor médio.

Tabela 1 ►
Valores das propriedades termofísicas para diferentes frações da mistura água-álcool obtidas com o auxílio do *software* EES. Fonte: dados da pesquisa

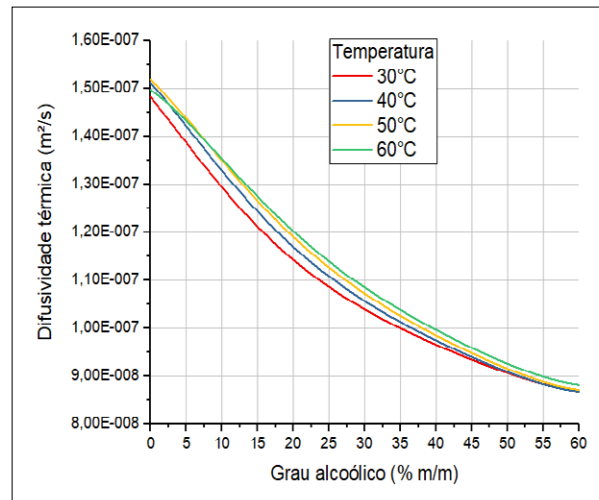
Concentração (%)	Difusividade média (m ² /s)
0	1,51 x 10 ⁻⁷
4	1,45 x 10 ⁻⁷
8	1,37 x 10 ⁻⁷
12	1,30 x 10 ⁻⁷
16	1,24 x 10 ⁻⁷
20	1,18 x 10 ⁻⁷

3.2 Difusividade térmica

Com auxílio do *software* solucionador de equações de engenharia (EES), que possui uma biblioteca própria de funções termofísicas pré-definidas, foram obtidas as difusividades das misturas analisadas. Os valores de difusividade térmica, para diferentes concentrações das misturas água-álcool em função das concentrações e temperaturas, são apresentados na Figura 2.

Figura 2 ▶

Curvas de difusividade térmica pela concentração para diferentes temperaturas. *Fonte: dados da pesquisa*



Observando as curvas de difusividade térmica, apresentadas na Figura 2, é possível perceber que seu comportamento é semelhante a uma função assintótica, ou seja, à medida que a concentração alcoólica aumenta, os valores de difusividade térmica tendem a ficar cada vez mais próximos, a partir de 20% m/m de álcool. Com o objetivo de obter maior sensibilidade de medição da concentração da mistura água-álcool, a região da curva entre 0% e 20% m/m foi a escolhida, na qual seu comportamento é aproximadamente linear.

3.3 Análise paramétrica

Dando prosseguimento, avaliou-se a influência da amplitude da oscilação térmica na parede do tubo sobre a dinâmica de temperatura no centro do tubo. Foram realizadas simulações com três valores distintos (3,0°C, 6,0°C e 9,0°C) de amplitude, raio de 4 mm e frequência de 0,006 Hz. Os resultados são apresentados nos gráficos nas Figuras 3, 4 e 5.

Figura 3 ▶

Curvas de temperatura em função do grau alcoólico para amplitude de 3,0 °C. *Fonte: dados da pesquisa*

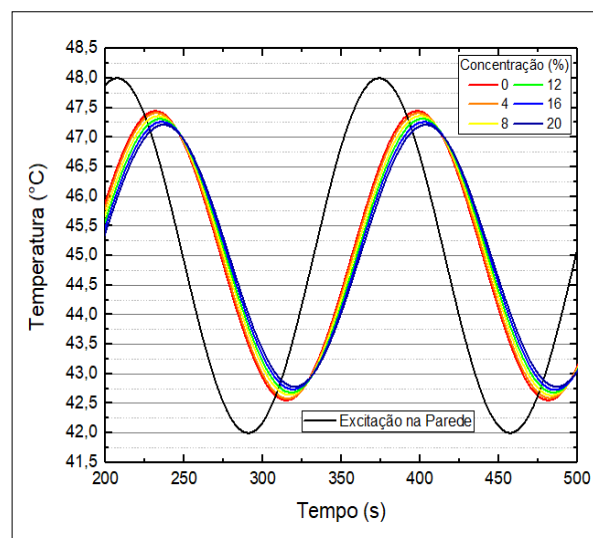


Figura 4 ▶

Curvas de temperatura em função do grau alcoólico para amplitude de 6,0 °C.
 Fonte: dados da pesquisa

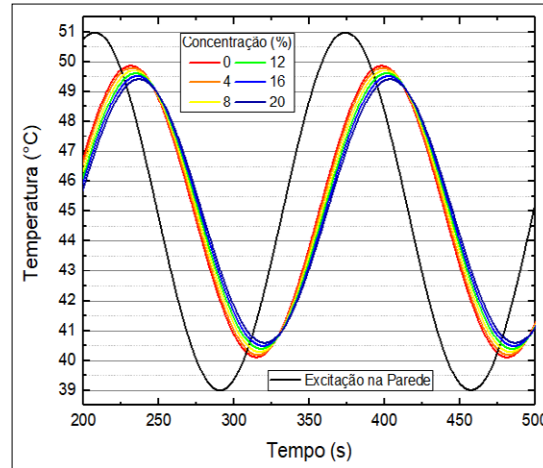
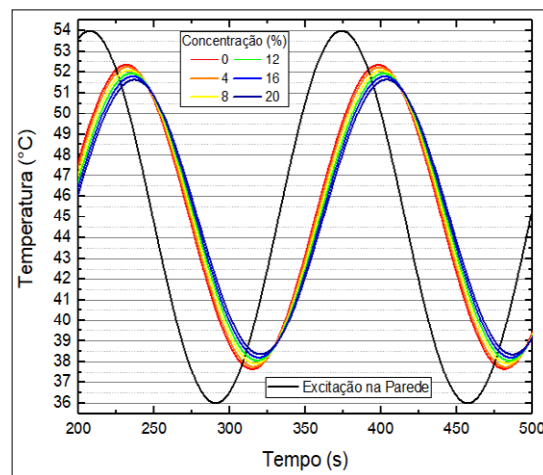


Figura 5 ▶

Curvas de temperatura em função do grau alcoólico para amplitude de 9,0 °C.
 Fonte: dados da pesquisa



As Figuras 3, 4 e 5 apresentam a relação entre as curvas de temperaturas no centro do tubo e a curva do fluxo de calor periódico na parede. Pelas figuras, pode-se observar um crescimento gradual nos valores de ΔT_{p-a} (variação da temperatura de pico entre amostra e parede) à medida que se aumenta a amplitude da excitação periódica, ou seja, os sinais adquiridos no centro tendem a aumentar a diferença de temperatura de pico para cada concentração, ao passo que os valores de $\Delta \theta_{p-a}$ (variação do ângulo de fase entre amostra e parede) se mantêm constantes. A Tabela 2 apresenta os resultados de $\Delta T_{m\acute{a}x}$ (variação máxima das temperaturas de pico entre as amostras) e $\Delta \theta_{m\acute{a}x}$ (variação máxima dos ângulos de fase entre as amostras) em função da variação da amplitude.

Tabela 2 ▶

Valores de $\Delta \theta_{m\acute{a}x}$ e $\Delta T_{m\acute{a}x}$ no centro do tubo em função da variação da amplitude, raio de 4 mm e frequência de 0,006 Hz. Fonte: elaborada pelos autores

Amplitude (°C)	3,0	6,0	9,0
TTIG $\Delta T_{m\acute{a}x}$ (°C)	0,23	0,46	0,69
NDSolve $\Delta T_{m\acute{a}x}$ (°C)	0,23	0,47	0,69
TTIG $\Delta \theta_{m\acute{a}x}$ (rad)	0,20	0,20	0,20
NDSolve $\Delta \theta_{m\acute{a}x}$ (rad)	0,21	0,20	0,20

Na Tabela 2 se tem também a comparação de $\Delta T_{\text{máx}}$ e $\Delta \theta_{\text{máx}}$, na qual se pode perceber a excelente concordância entre os resultados obtidos por meio da TTIG, implementada no FORTRAN (MICROSOFT CORPORATION, 1980), e da rotina NDSolve do *software* Mathematica (WOLFRAM RESEARCH, 2020). Observando a Tabela 2, pode-se afirmar também que maiores amplitudes do fluxo de calor periódico provocam maiores valores de $\Delta T_{\text{máx}}$. No entanto, valores de amplitude muito elevados provocam grandes variações térmicas que, na prática, tornam-se mais difíceis de se reproduzir experimentalmente devido a limitações na dinâmica do sistema de controle de temperatura.

No intuito de perceber a influência que a frequência da oscilação térmica provocaria nos sinais térmicos medidos pelo termopar imerso na amostra, foram realizadas simulações considerando as seguintes frequências de excitação: 0,012 Hz e 0,024 Hz. Nas Figuras 6 e 7, podem ser visualizados os resultados das curvas de temperatura, provocadas pela oscilação térmica na parede, para as simulações das frequências analisadas.

Figura 6 ►
Variação da temperatura de pico em função do grau alcoólico para um tubo com raio de 4 mm, frequência de 0,012 Hz e amplitude de 9,0°C.
Fonte: dados da pesquisa

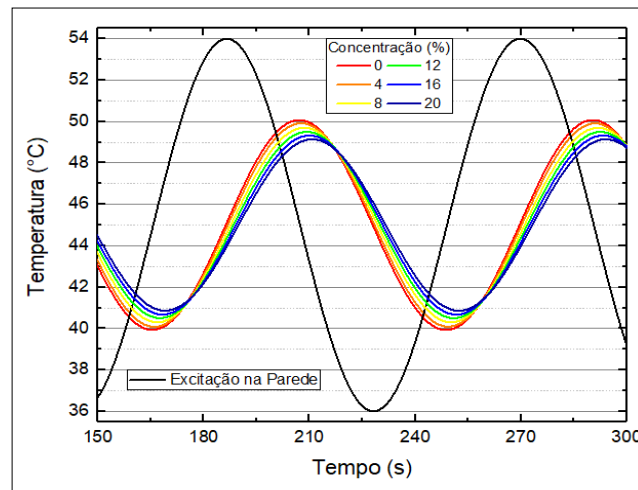
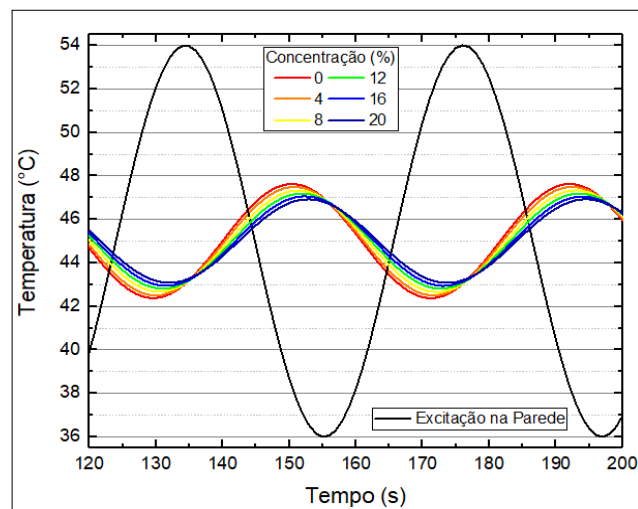


Figura 7 ►
Variação da temperatura de pico em função do grau alcoólico para um tubo com raio de 4 mm, frequência de 0,024 Hz e amplitude de 9,0°C.
Fonte: dados da pesquisa



A partir das Figuras 6 e 7, pode-se verificar a dinâmica de temperatura no centro do tubo para diferentes frequências da oscilação térmica na parede. As curvas de temperatura das amostras mostram que determinados valores de frequência provocam diferentes valores de ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$. Uma variação de mais acentuada pode ser observada na Figura 6. A Tabela 3 indica os resultados de $\Delta T_{m\acute{a}x}$ e $\Delta \theta_{m\acute{a}x}$ em função da variação da frequência.

Tabela 3 ►

Valores de $\Delta T_{m\acute{a}x}$ e $\Delta \theta_{m\acute{a}x}$ no centro do tubo em função da frequência, raio de 4 mm e amplitude de $9,0^{\circ}\text{C}$.
Fonte: dados da pesquisa

Frequência (Hz)	0,006	0,012	0,024
TTIG $\Delta T_{m\acute{a}x}$ ($^{\circ}\text{C}$)	0,69	0,91	0,69
NDSolve $\Delta T_{m\acute{a}x}$ ($^{\circ}\text{C}$)	0,69	0,92	0,70
TTIG $\Delta \theta_{m\acute{a}x}$ (rad)	0,20	0,27	0,37
NDSolve $\Delta \theta_{m\acute{a}x}$ (rad)	0,20	0,27	0,37

A partir dos valores apresentados na Tabela 3, pode-se constatar que, na frequência de 0,006 Hz, o $\Delta T_{m\acute{a}x}$ é de $0,69^{\circ}\text{C}$ e o $\Delta \theta_{m\acute{a}x}$ é de 0,20 radianos. Na frequência de 0,012 Hz, o $\Delta T_{m\acute{a}x}$ é de $0,91^{\circ}\text{C}$ e o $\Delta \theta_{m\acute{a}x}$ é de 0,27 radianos. Na frequência de 0,024 Hz, o $\Delta T_{m\acute{a}x}$ é de $0,69^{\circ}\text{C}$ e o $\Delta \theta_{m\acute{a}x}$ é de 0,37 radianos. Os valores mostram que, à medida que diminuimos a frequência de excitação na parede, as curvas de temperatura da amostra tendem a se alongar, aproximando-se do sinal de excitação; por outro lado, aumentando a frequência da perturbação na parede, as curvas de temperatura da amostra se deslocam para baixo perdendo amplitude, aproximando-se da temperatura média do sinal de excitação. Os resultados exibidos na Tabela 3 permitem concluir que a frequência mais adequada para realização dos experimentos é de 0,012 Hz, por esta apresentar maior $\Delta T_{m\acute{a}x}$ que, em termos práticos, significa maior amplitude de leitura da temperatura medida na amostra.

Com o objetivo de avaliar o diâmetro do tubo que fosse capaz de fornecer a melhor resposta para o sistema em estudo e apontasse o melhor dimensionamento mecânico, foram realizadas simulações com os raios de 6 mm e 8 mm de comprimento. Os resultados são apresentados nas Figuras 8 e 9.

Figura 8 ►

Varição da temperatura de pico em função do grau alcoólico para um tubo com raio de 6 mm, frequência de 0,012 Hz e amplitude de $9,0^{\circ}\text{C}$.
Fonte: dados da pesquisa

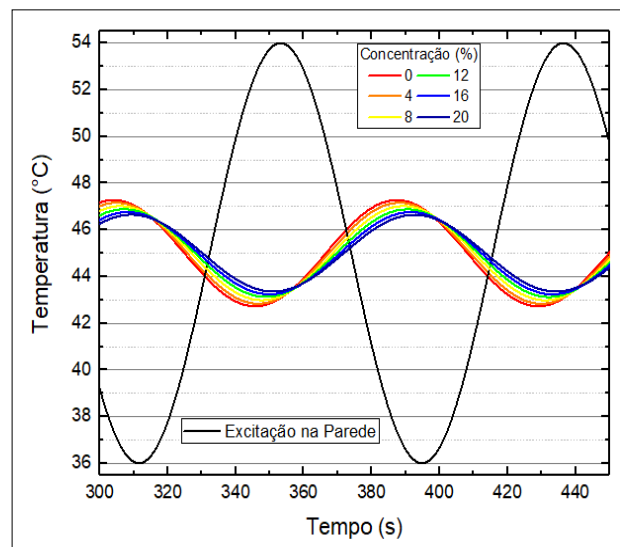
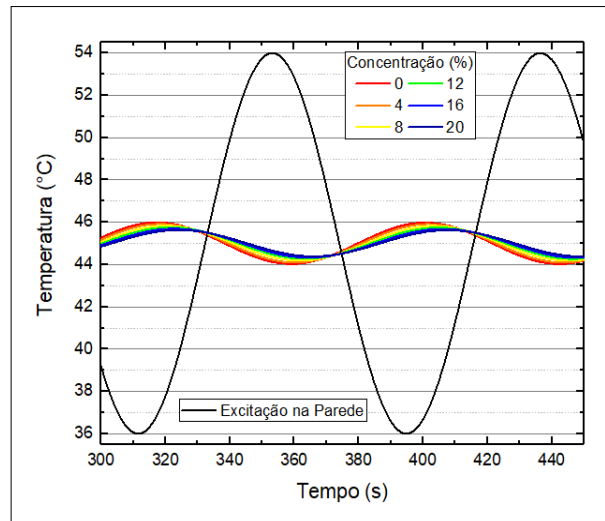


Figura 9 ▶

Varição da temperatura de pico em função do grau alcoólico para um tubo com raio de 8 mm, frequência de 0,012 Hz e amplitude de 9,0°C.
 Fonte: dados da pesquisa



A partir das curvas exibidas nas Figuras 8 e 9, percebe-se que as temperaturas medidas no centro do tubo apresentam uma diferença considerável tanto na temperatura de pico quanto no ângulo de fase, para as diferentes concentrações, em relação ao sinal de excitação térmica na parede do tubo. Pode-se verificar também que o raio do tubo reflete diretamente na dinâmica de temperatura no centro do tubo. Essas diferenças ocorrem devido ao atraso da propagação térmica provocado pela distância entre a fonte de excitação e o sensor de medição da amostra.

Os resultados indicam que os sinais de temperatura no centro são atenuados à medida que o raio do tubo aumenta em decorrência do aumento da distância entre atuador e sinal medido. No entanto, existe uma limitação de construção mecânica para tubos com raios muito pequenos, uma vez que um sensor de temperatura será posicionado no centro do tubo. A Tabela 4 indica os resultados de $\Delta T_{\text{máx}}$ e $\Delta \theta_{\text{máx}}$ em função da variação do raio.

Tabela 4 ▶

Valores de $\Delta \theta_{\text{máx}}$ e $\Delta T_{\text{máx}}$ no centro do tubo em função da variação do raio, frequência de 0,012 Hz e amplitude de 9,0°C.
 Fonte: dados da pesquisa

Raio (mm)	4,0	6,0	8,0
TTIG $\Delta T_{\text{máx}}$ (°C)	0,91	0,64	0,35
NDSolve $\Delta T_{\text{máx}}$ (°C)	0,92	0,63	0,35
TTIG $\Delta \theta_{\text{máx}}$ (rad)	0,27	0,39	0,52
NDSolve $\Delta \theta_{\text{máx}}$ (rad)	0,27	0,39	0,52

A partir da Tabela 4, pode-se verificar de forma detalhada que, para um raio de 8 mm, o $\Delta T_{\text{máx}}$ é de 0,35°C e o $\Delta \theta_{\text{máx}}$ é de 0,52 radianos. Para o caso em que o tubo possui raio de 6 mm, o $\Delta T_{\text{máx}}$ é de 0,6°C e o $\Delta \theta_{\text{máx}}$ é de 0,39 radianos. Para o raio de 4 mm, o $\Delta T_{\text{máx}}$ é de 0,91°C e o $\Delta \theta_{\text{máx}}$ é de 0,27 radianos. As diferenças expostas na Tabela 4 corroboram os comportamentos das curvas de temperatura apresentadas nos gráficos das Figuras 8 e 9, concluindo-se que o tubo com raio interno de 4 mm apresentou a configuração experimental mais favorável devido à maior amplitude de leitura da temperatura da amostra. Os resultados teóricos apresentados mostram que pequenas mudanças em cada um dos parâmetros analisados correspondem a diferenças notáveis observadas na temperatura de pico e no ângulo de fase dos sinais de temperatura.

4 Aparato experimental

Este trabalho envolve estudos teóricos e experimentais a partir do desenvolvimento de um controle térmico e eletrônico de transdução. Para realização experimental deste estudo, foi desenvolvido um aparato experimental capaz de determinar o teor alcoólico para misturas com teor de até 20% m/m de álcool. Uma fotografia do equipamento de ensaio com seus elementos é apresentada na Figura 10. Esses elementos são: bloco do equipamento (1) com as pastilhas Peltiers (2) para controle de arrefecimento e aquecimento, um recipiente (3) contendo a amostra a ser analisada, uma bomba (4), situada na entrada do equipamento, capaz de aspirar a amostra que irá preencher todo o tubo e um recipiente (5) de descarte da amostra analisada.

Figura 10 ►

Bancada experimental.
Fonte: acervo dos autores

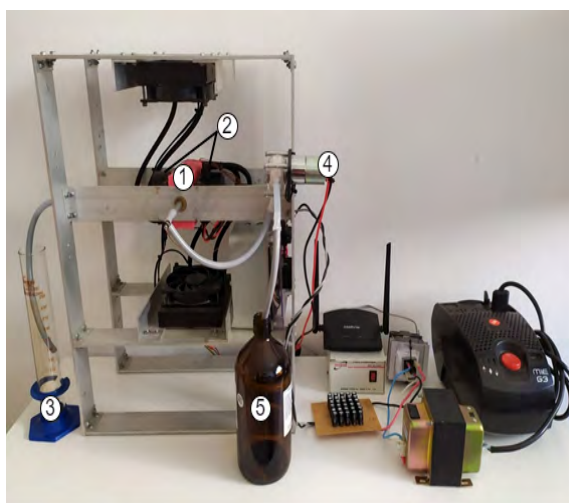
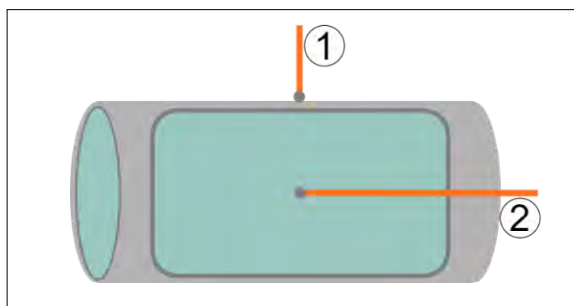


Figura 11 ►

Configuração dos termopares no tubo: (1) termopar da parede e (2) termopar da amostra.
Fonte: elaborada pelos autores



A Figura 11 ilustra a região do tubo onde a amostra é caracterizada. Para realizar as medidas do grau alcoólico, a bomba é ligada por um instante de tempo suficiente para expulsar bolhas e resíduos na parede interna do tubo e preencher completamente o sistema com a amostra. Uma dada mistura específica terá um valor característico de difusividade térmica, de modo que diferentes concentrações dessas misturas apresentam valores diferentes de difusividade térmica.

4.1 Caracterização das amostras

Para caracterização, foram utilizadas amostras de álcool etílico anidro (AEA) grau PA e água destilada. O AEA grau PA e a água destilada foram adquiridos em lojas de produtos químicos. As especificações do AEA grau PA, de acordo com nota técnica da Agência Nacional do Petróleo (ANP), são apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5 ▶
Especificações do AEA grau PA, segundo ANP.
Fonte: Regulamento Técnico ANP nº 2/2015

Substância	AEA grau PA
Densidade (kg.m ³)	791,5 máx.
Teor alcoólico (% m/m)	99,5 mín.
Temperatura (°C)	20

A participação de cada componente da mistura é apresentada na Tabela 6.

Tabela 6 ▶
Caracterização das amostras preparadas com AEA grau PA e água destilada. Fonte: dados da pesquisa

Composição da amostra	Grau alcoólico (% m/m)	Temperatura (°C)
Água destilada sem adições (1)	0,30	30,20
Água destilada + 52 ml de AEA (2)	4,20	30,20
Água destilada + 102 ml de AEA (3)	8,20	30,20
Água destilada + 149 ml de AEA (4)	12,10	30,20
Água destilada + 200 ml de AEA (5)	16,20	30,20
Água destilada + 242 ml de AEA (6)	19,70	20,10

As densidades das amostras foram determinadas a partir de um densímetro, um termômetro e uma proveta. O densímetro é calibrado para realizar medidas na temperatura de 20°C; para medição em temperatura ambiente é necessário realizar a correção da medição através da medida de temperatura.

As medidas de teor alcoólico foram obtidas por meio de um *software* de tabelas alcoolométricas. Os parâmetros de entrada do programa são a massa específica em e a temperatura em .

A caracterização das amostras teve como objetivo determinar a fração de cada componente da mistura e confrontar os dados obtidos pelo método tradicional – obtenção do grau alcoólico por meio da densidade – com os dados obtidos a partir do método estudado.

4.2 Análise experimental

Diferentemente das medidas obtidas por simulações que consideram condições ideais, na realização dos ensaios experimentais foi observado que frequências maiores demandam intensa troca de calor, isto é, retirar e colocar grande quantidade de calor num intervalo de tempo muito curto, além da capacidade de troca de calor do sistema térmico. Dessa forma, foi necessário reduzir a amplitude de oscilação na parede à proporção que se aumentou a frequência de excitação. Considerando as previsões produzidas pelas simulações teóricas e as limitações do sistema físico, foram realizados três casos experimentais com as seguintes amplitudes e frequências: 7,7°C – 0,0059 Hz; 5,5°C – 0,0119 Hz e 3,8°C – 0,0238 Hz. Os resultados são apresentados nos gráficos e tabelas que seguem:

Figura 12 ►
Curvas de ΔT_{p-a} e $\Delta\theta_{p-a}$ em função da concentração com frequência de 0,0059 Hz e amplitude de 7,7 °C.
Fonte: dados da pesquisa

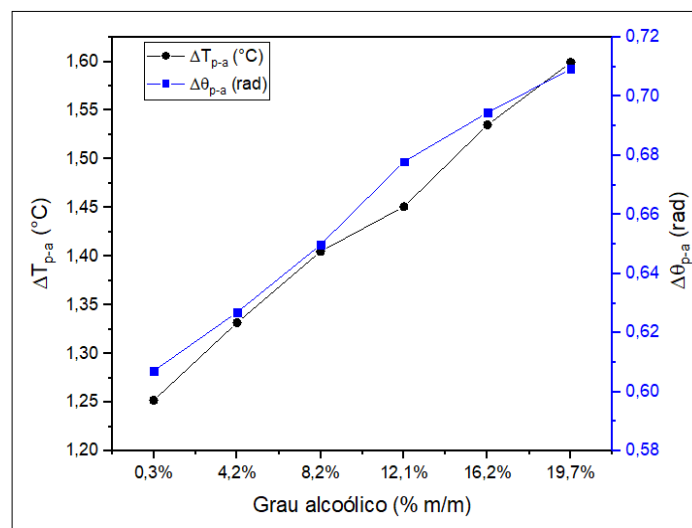


Figura 13 ►
Curvas de ΔT_{p-a} e $\Delta\theta_{p-a}$ em função da concentração de álcool com frequência de 0,0119 Hz e amplitude de 5,5°C.
Fonte: dados da pesquisa

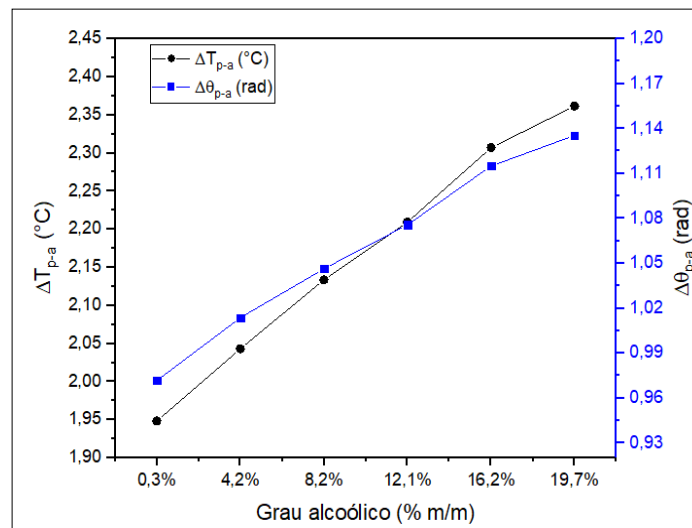
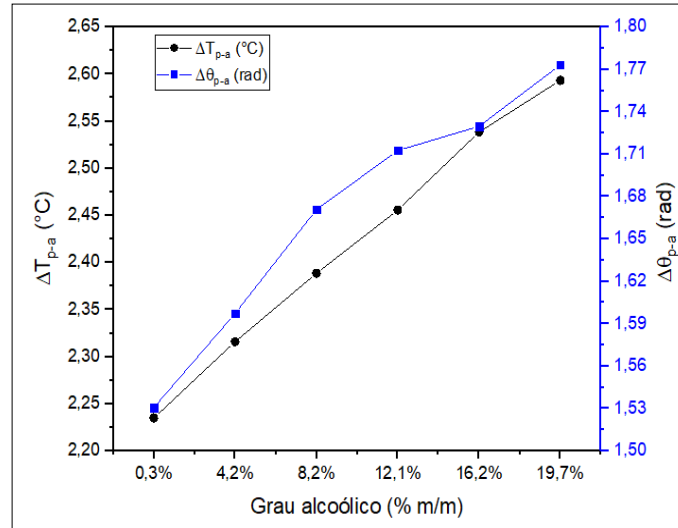


Figura 14 ▶

Curvas de ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$ em função da concentração de álcool com frequência de 0,0238 Hz e amplitude de 3,8°C. Fonte: dados da pesquisa



Percebeu-se nas simulações que os valores de ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$ podem crescer ou decrescer de acordo com o valor de difusividade térmica das amostras, ao passo que a fração de álcool presente em cada mistura aumenta ou diminui. Maiores variações em ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$ podem ser observadas nas misturas que apresentam menor difusividade térmica.

Observa-se nas Figuras 12, 13 e 14 que os valores experimentais de ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$ aumentaram para misturas com maior concentração de álcool devido ao decréscimo da difusividade térmica em consequência do aumento da fração alcoólica presente em cada amostra. Pode-se afirmar que o comportamento para os valores experimentais de ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$ está de acordo com o observado nas simulações. Os valores experimentais expostos nos gráficos das Figuras 12, 13 e 14 são apresentados nas Tabelas 7, 8, 9 e 10:

Tabela 7 ▶

Valores experimentais de ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$ na amostra em função da variação da frequência e da amplitude. Fonte: dados da pesquisa

Amplitude = 7,7 °C e frequência = 0,0059 Hz		
Teor alcoólico (% m/m)	ΔT_{p-a} (°C)	$\Delta \theta_{p-a}$ (rad)
0,30	1,252	0,607
4,20	1,331	0,627
8,20	1,405	0,650
12,10	1,451	0,678
16,20	1,535	0,694
19,70	1,599	0,709

Tabela 8 ▶

Valores experimentais de ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$ na amostra em função da variação da frequência e da amplitude. Fonte: dados da pesquisa

Amplitude = 3,8 °C e frequência = 0,0238 Hz		
Teor alcoólico (% m/m)	ΔT_{p-a} (°C)	$\Delta \theta_{p-a}$ (rad)
0,30	2,235	1,531
4,20	2,316	1,597
8,20	2,389	1,671
12,10	2,456	1,713
16,20	2,539	1,730
19,70	2,593	1,773

Tabela 9 ►

Valores experimentais de ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$ na amostra em função da variação da frequência e da amplitude. *Fonte: dados da pesquisa*

Amplitude = 5,5°C e frequência = 0,0119 Hz		
Teor alcoólico (% m/m)	ΔT_{p-a} (°C)	$\Delta \theta_{p-a}$ (rad)
0,30	1,949	0,972
4,20	2,043	1,014
8,20	2,134	1,046
12,10	2,209	1,076
16,20	2,307	1,115
19,70	2,362	1,135

Tabela 10 ►

Valores de $\Delta T_{máx}$ e $\Delta \theta_{máx}$ na amostra em função da variação da frequência e amplitude. *Fonte: dados da pesquisa*

Amplitude (°C)	7,7	5,5	3,8
Frequência (Hz)	0,0059	0,0119	0,0238
$\Delta T_{máx}$ (°C)	0,347	0,413	0,358
$\Delta \theta_{máx}$ (rad)	0,102	0,164	0,243

A partir das simulações, observou-se que ocorre um crescimento em $\Delta T_{máx}$ e $\Delta \theta_{máx}$ ao aumentar-se a amplitude de excitação. Por outro lado, esses valores tendem a diminuir em baixa frequência. Também se observou que, na maior frequência, os valores tendem a diminuir, uma vez que as curvas de temperatura tendem a atenuar-se e se aproximar do valor médio de temperatura da excitação térmica da parede. Nota-se nos experimentos realizados, com valores expostos nas Figuras 12, 13 e 14 e na Tabela 10, o mesmo comportamento das simulações. O primeiro e terceiro casos, independente da amplitude, são os que apresentam os menores valores de $\Delta T_{máx}$, assim como, no segundo caso, tem-se o maior valor de $\Delta T_{máx}$ em função do efeito exercido pela frequência de excitação na parede. As curvas referentes ao segundo caso (5,5°C – 0,0119 Hz), na Figura 13, foram escolhidas para discussão por apresentarem melhor amplitude de leitura.

4.3 Comparação entre as variações de temperatura de pico e ângulo de fase experimental e teórico

Os resultados teóricos foram comparados com as medidas obtidas experimentalmente com o objetivo de avaliar se o modelo matemático proposto representa bem o fenômeno físico. Nas Figuras 15 e 16, são apresentadas as curvas estimada e experimental dos valores de ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$ em função do grau alcoólico.

Figura 15 ►

Curvas estimada e experimental dos valores de ΔT_{p-a} em função do grau alcoólico. Fonte: dados da pesquisa

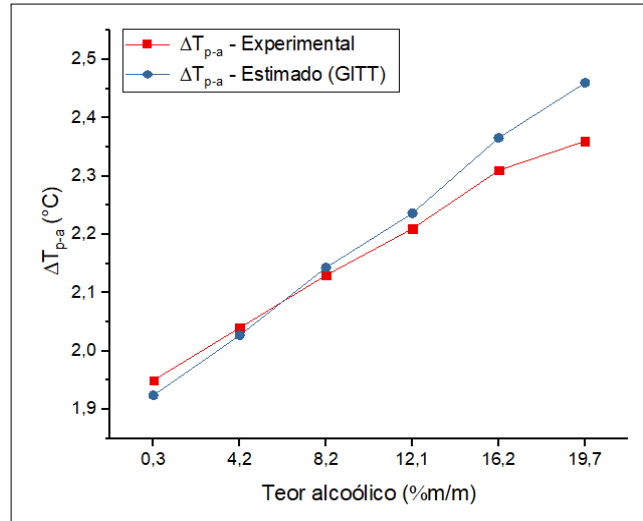
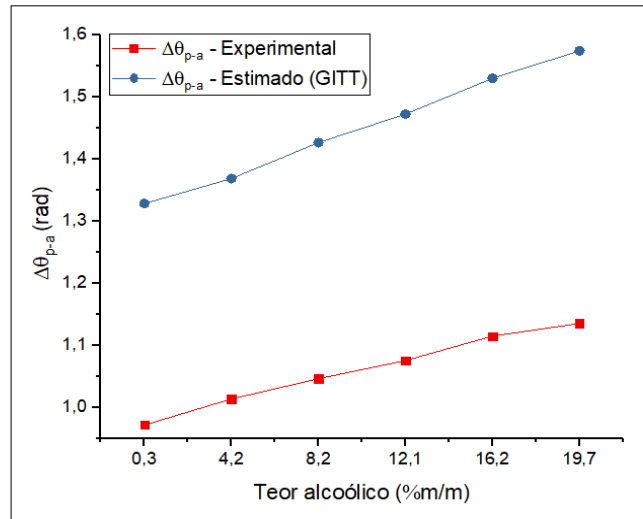


Figura 16 ►

Curvas estimada e experimental dos valores de $\Delta \theta_{p-a}$ em função do grau alcoólico. Fonte: dados da pesquisa



Analisando o gráfico da Figura 15, observa-se uma diferença de 4,15% nos valores de ΔT_{p-a} para a mistura de 19,7% m/m. Isso provavelmente está associado à maior amplitude de leitura das temperaturas de pico que os resultados teóricos apresentaram. As curvas apresentam o mesmo comportamento; nelas existe o aumento de ΔT_{p-a} associado ao aumento da concentração. Observa-se, na Figura 16, que os valores de $\Delta \theta_{p-a}$ experimentais apresentam diferenças de 36,73%, para a mistura com menor concentração, e 38,70% para a mistura com maior concentração. Contudo, as curvas mantêm o mesmo padrão de comportamento dos valores estimados. Essas diferenças podem ser associadas às assimetrias mecânicas inerentes à implementação do sistema físico. Os valores experimentais e estimados (TTIG) expostos nos gráficos das Figuras 15 e 16 são apresentados nas Tabelas 11 e 12:

Tabela 11 ►

Valores experimental e estimado de ΔT_{p-a} em função do teor alcoólico.
 Fonte: dados da pesquisa

Teor alcoólico (% m/m)	Experimental ΔT_{p-a} (°C)	Estimado (TTIG) ΔT_{p-a} (°C)	Erro absoluto (°C)	Erro relativo (%)
0,30	1,949	1,924	0,024	1,24
4,20	2,043	2,027	0,041	2,01
8,20	2,134	2,143	0,010	0,45
12,10	2,209	2,236	0,027	1,22
16,20	2,307	2,366	0,058	2,53
19,70	2,362	2,460	0,098	4,15

Tabela 12 ►

Valores experimental e estimado de $\Delta \theta_{p-a}$ em função do teor alcoólico.
 Fonte: dados da pesquisa

Teor alcoólico (% m/m)	Experimental $\Delta \theta_{p-a}$ (rad)	Estimado (TTIG) $\Delta \theta_{p-a}$ (rad)	Erro absoluto (°C)	Erro relativo (%)
0,30	0,972	1,329	0,36	36,73
4,20	1,014	1,369	0,36	35,05
8,20	1,046	1,427	0,38	36,36
12,10	1,076	1,473	0,40	36,92
16,20	1,115	1,530	0,42	37,24
19,70	1,135	1,575	0,44	38,70

Nota-se, a partir das Tabelas 11 e 12, que o aumento do teor alcoólico das misturas provocou o crescimento nos valores de ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$. Ao avaliar os resultados apresentados, pode-se afirmar que o modelo teórico proposto foi capaz de prever de maneira bem sucedida o efeito provocado pela diferença de teor alcoólico em cada amostra analisada.

4.4 Comparação entre as variações de temperatura de pico e ângulo de fase com grau alcoólico

Os resultados obtidos pelo método proposto foram confrontados com as medidas de grau alcoólico, de referência, adquiridas pelo método tradicional por meio da densidade. Nas Figuras 17 e 18, são traçadas as curvas de ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$, respectivamente, e grau alcoólico de acordo com a amostra em estudo. Sabe-se que o álcool etílico possui valores de difusividade térmica e densidade mais baixos que o da água. O aumento da fração de álcool faz com que os valores de difusividade térmica das amostras fiquem cada vez menores, provocando a atenuação e atraso do fluxo de calor na região da amostra.

Figura 17 ►

Curvas dos valores de ΔT_{p-a} e grau alcoólico de referência para cada amostra. Fonte: dados da pesquisa

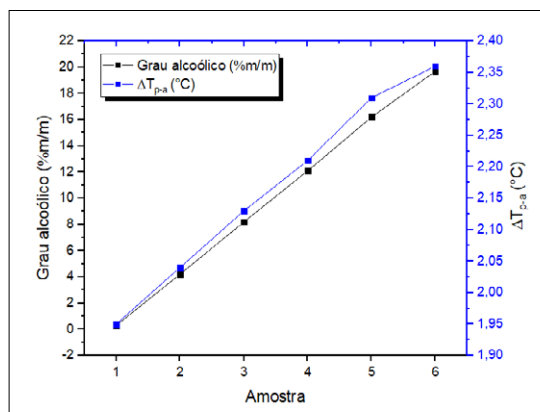
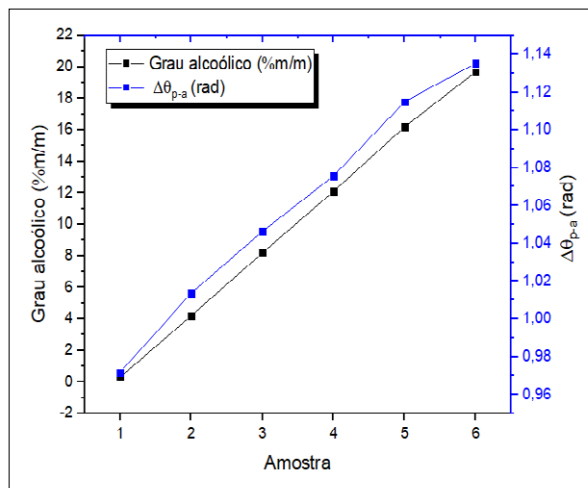


Figura 18 ►

Curvas dos valores de $\Delta\theta_{p-a}$ e grau alcoólico de referência para cada amostra. *Fonte: dados da pesquisa*



Nota-se que os valores de ΔT_{p-a} e $\Delta\theta_{p-a}$ crescem, devido a atenuação da temperatura de pico na amostra, à medida que a densidade da mistura diminui. Pelos resultados apresentados nas Figuras 17 e 18, as curvas de ΔT_{p-a} e $\Delta\theta_{p-a}$ tiveram comportamento similar ao da curva de grau alcoólico, ou seja, crescem com o aumento da participação de álcool na amostra.

4.5 Avaliação das medidas experimentais

Prosseguindo os estudos dos resultados experimentais, com o objetivo de estabelecer uma relação entre as variáveis de entrada (ΔT_{p-a} e $\Delta\theta_{p-a}$) e a variável de saída (grau alcoólico), utilizou-se o modelo de regressão quadrático. As Figuras 19 e 20 exibem a distribuição dos valores do grau alcoólico em função de ΔT_{p-a} e $\Delta\theta_{p-a}$ experimentais para aproximação quadrática.

Figura 19 ►

Correlação entre grau alcoólico e ΔT_{p-a} . *Fonte: dados da pesquisa*

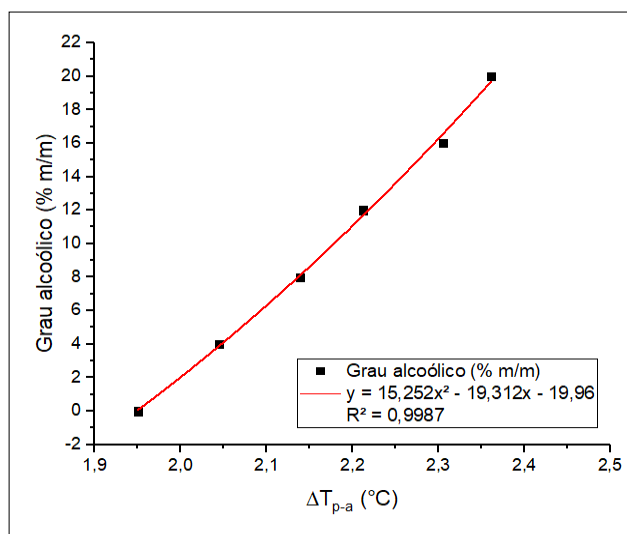
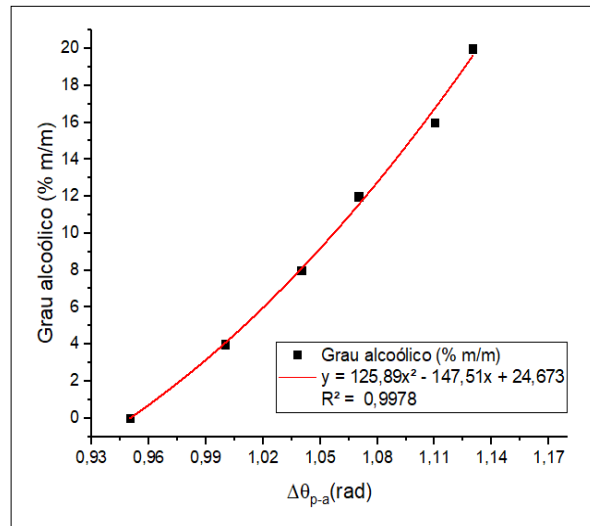


Figura 20 ►
Correlação entre grau alcoólico e $\Delta\theta_{p-a}$.
Fonte: dados da pesquisa



A partir do coeficiente de correlação, é possível observar a forte correlação (acima de 99%) entre ΔT_{p-a} e $\Delta\theta_{p-a}$ e o grau alcoólico, como também que o modelo de aproximação quadrático descreveu adequadamente essa correlação.

Os valores de ΔT_{p-a} e $\Delta\theta_{p-a}$ obtidos com o ensaio das amostras foram aplicados nas equações das curvas de calibração das regressões quadráticas com o objetivo de determinar o grau alcoólico das misturas. Os resultados são mostrados nas Tabelas 13 e 14.

Tabela 13 ►
Resultado das análises do grau alcoólico das misturas a partir do modelo quadrático com ΔT_{p-a} . Fonte: dados da pesquisa

$y = 15,252x^2 - 19,312x - 19,96$		
Amostra (% m/m)	ΔT_{p-a}	y = Teor de álcool (% m/m)
0,30	1,949	0,40
4,20	2,043	4,28
8,20	2,134	8,30
12,10	2,209	11,82
16,20	2,307	16,66
19,70	2,362	19,50

Tabela 14 ►
Resultado das análises do grau alcoólico das misturas a partir do modelo quadrático com $\Delta\theta_{p-a}$. Fonte: dados da pesquisa

$y = 125,89x^2 - 147,51x + 24,673$		
Amostra (% m/m)	$\Delta\theta_{p-a}$	y = Teor de álcool (% m/m)
0,30	0,30	0,30
4,20	4,20	4,20
8,20	8,20	8,20
12,10	12,10	12,10
16,20	16,20	16,20
19,70	19,70	19,70

Os experimentos realizados no presente trabalho mostram que é possível determinar o grau alcoólico de misturas com diferentes concentrações de água e álcool – de 0% m/m a 20% m/m de álcool – a partir da correlação dos valores de ϵ e θ com as respectivas medidas reais de concentração alcoólica.

5 Considerações finais

O presente trabalho utilizou modelagem teórica e simulação computacional que contribuíram para a compreensão de diversos comportamentos observados experimentalmente.

A partir dos valores de ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$ experimentais e simulados, observou-se que as excitações harmônicas na parede do tubo tendem a se propagar pelo fluido até chegar ao centro do tubo com diferentes amplitudes e fases, de acordo com a concentração analisada. Os modelos de regressão quadrática expressaram adequadamente a variação dos dados com valores de coeficiente de determinação R^2 superiores a 0,99 na correlação com ΔT_{p-a} e $\Delta \theta_{p-a}$, representando de maneira significativa a relação entre as variáveis analisadas. A aplicação do TTIG é eficaz na resolução do problema proposto, apresentando diferença percentual máxima de 4,15% nos valores de ΔT_{p-a} , mostrando a influência de variáveis como raio do tubo, frequência e amplitude do sinal de excitação e concentração de álcool na dinâmica da temperatura da mistura. Os resultados mostraram que é possível detectar mudanças no desenvolvimento do campo térmico quando ocorrem variações nos valores de concentração da mistura água-álcool. Os dados apresentados comprovam a potencialidade do método utilizado na caracterização de misturas líquidas binárias cuja difusividade térmica apresente variação de acordo com a fração de seus componentes.

Este trabalho demonstrou que é possível determinar o grau alcoólico de misturas com diferentes concentrações de água e álcool – no intervalo em estudo de 0% m/m a 20% m/m –, com bom nível de precisão, utilizando o método proposto. A escolha do intervalo de análise teve como objetivo a validação do método apresentado. Para obter maior sensibilidade de medição da concentração da mistura água-álcool, foi escolhida a região onde o comportamento das curvas de difusão em função do grau alcoólico é aproximadamente linear. A aplicação do método aqui proposto pode ser estendida para outras faixas de concentração, na dependência da precisão da instrumentação aplicada no dispositivo de medição, pois seria necessário substituir sensores e atuadores, gerando elevações de custos de projeto.

Referências

AKPA, B. S.; D'AGOSTINO, C.; GLADDEN, L. F.; HINDLE, K.; MANYAR, H.; MCGREGOR, J.; LI, R.; NEUROCK, M.; SINHA, N.; STITT, E. H.; WEBER, D.; ZEITLER, J. A.; ROONEY, D. W. Solvent effects in the hydrogenation of 2-butanone. **Journal of Catalysis**, v. 289, p. 30-41, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcat.2012.01.011>.

ANP – AGÊNCIA NACIONAL DO PETRÓLEO, GÁS NATURAL E BIOCOMBUSTÍVEIS. **Regulamento Técnico ANP nº 2/2015**. Brasília, DF: ANP, 2015. Disponível em: http://www.fiscosoft.com.br/objetos/Res_19_ANP_2015. Acesso em: 12 abr. 2022.

BALL, P. Water: an enduring mystery. *Nature*, v. 452, p. 291-292, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1038/452291a>.

BELO, F. A. **Protótipo do analisador de mistura pela polarização dipolar**. Apresentação na Feira Mundial Rio Oil & Gas, Rio de Janeiro, Brasil, 2002.

BELO, F. A.; SILVA, T. A. B.; SILVA, D. M. G. B. **Analisador de mistura de material dipolar e medidor simultâneo de propriedades térmicas pela harmônica pura**. Rio Oil & Gas 2012 Expo and Conference, Estande da FINEP, Centro de Convenções do Riocentro, 2012.

BELO, F. A.; LIMA-FILHO, A. C.; ADISSI, M. O.; SILVA, D. M.; GOMES, R. D. **Analisador eletrônico de componentes de mistura pela polarização dipolar para laboratório e controle de processos**. Depositante: Universidade Federal da Paraíba. Número do registro: BR1020150297416. Depósito: 12 nov. 2015. Concessão: 8 set. 2021.

COTTA, R. M. **Integral transforms in computational heat and fluid flow**. Boca Raton: CRC Press, 1993.

COTTA, R.M. **The integral transform method in thermal and fluid**. *Science and Engineering*. New York: Begell House, 1998.

MICROSOFT CORPORATION. **Fortran Powerstation**. Version 4.0. Bellevue, WA, EUA: Microsoft Corporation, 1980.

KRAUSE, D.; SCHÖCK, T.; HUSSEIN, M. A.; BECKER, T. Ultrasonic characterization of aqueous solutions with varying sugar and ethanol content using multivariate regression methods. *Journal of Chemometrics*, v. 25, n. 4, p. 216-223, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1002/cem.1384>.

LIBERT, N. **Sistema de medição capacitivo para determinação de fração de vazio em escoamentos bifásicos**. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica e Informática Industrial) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2013. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/595>. Acesso em: 8 out. 2020.

MIKHAILOV, M. D.; VULCHANOV, N. L. Computational procedure for Sturm-Liouville problems. *Journal of Computational Physics*, v. 50, n. 3, p. 323-336, 1983. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(83\)90101-8](https://doi.org/10.1016/0021-9991(83)90101-8).

PALO, D. R.; DAGLE, R. A.; HOLLADAY, J. D. Methanol steam reforming for hydrogen production. *Chemical Reviews*, v. 107, n. 10, p. 3992-4021, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1021/cr050198b>.

WOLFRAM RESEARCH. **Mathematica Online**. Champaign, IL: Wolfram Research, Inc., 2020. Disponível em: <https://www.wolfram.com/mathematica/online/>. Acesso em: 13 jun. 2020.