

# Estudo comparativo de técnicas de projeto de desacoplador para sistemas multivariáveis

George Acioli Júnior <sup>[1]</sup>, Péricles Rezende Barros <sup>[2]</sup>

[1] georgeacioli@dee.ufcg.edu.br. [2] prbarros@dee.ufcg.edu.br. Universidade Federal de Campina Grande

## RESUMO

Considerando o interesse recente em pesquisas sobre controle com desacoplamento para sistemas TITO, o objetivo deste artigo é apresentar valorosa revisão bibliográfica sobre esse tópico e, associado a isso, apresentar estudo comparativo entre algumas das principais técnicas de projeto do desacoplador para sistemas TITO. Nesse contexto, três técnicas de projeto do desacoplador são revisadas e exemplos de simulação são apresentados.

**Palavras-chave:** Sistemas multivariáveis. Projeto do desacoplador. Controle com desacoplamento. Controle PID descentralizado.

## ABSTRACT

*In view of the recent research concern on decoupling control for TITO systems, the aim of this paper is to present valuable literature review on this topic and associated with it present a comparative study of the major decoupler design techniques for TITO systems. In this context, three decoupling design techniques are reviewed and simulation examples are presented.*

**Keywords:** *Multivariable systems. Decoupler design. Decoupler control. Decentralized PID control.*

## 1 Introdução

A maioria dos processos industriais são multi-variáveis (MIMO – *multiple-input, multiple-output*) (SHINSKEY, 1996). Dentre esses, os que mais prevalecem são os sistemas TITO (*two-input two-output*), seja porque o processo apresenta essa configuração ou porque um processo complexo foi decomposto em blocos 2x2 (ÅSTRÖM; JOHANSSON; WANG, 2002). Cada par variável manipulada/variável de processo (entrada/saída) define uma malha de controle do sistema.

Do ponto de vista de controle, sistemas MIMO são mais complexos quando comparados com sistemas SISO (*single-input, single-output*). Estes apresentam maior número de parâmetros a serem ajustados e acoplamento/interação entre as malhas. Estas são ditas acopladas quando a alteração da variável manipulada de uma malha produz efeito nas variáveis de processo das outras malhas, além da sua própria variável de processo. Em sistemas MIMO acoplados, a sintonia do controlador de uma malha afeta o desempenho de outras malhas, podendo inclusive levar o sistema como um todo à instabilidade.

Nesse contexto, o controle de sistemas MIMO vem sendo um tópico de pesquisa importante (XIONG; CAI; HE, 2007). As abordagens encontradas na literatura são classificadas como: controle MIMO centralizado (LQ, LQR e LQG, controle robusto, controle preditivo multivariável...) ou controle MIMO descentralizado. Dentre as abordagens de controle centralizado, o controle preditivo (também conhecido como controle avançado) tornou-se bastante utilizada em controle de processos. Contudo, devido à sua complexidade computacional, essas técnicas são mais aplicadas em um nível de supervisão na arquitetura de controle. Com isso, o controle avançado atua definindo as referências para as malhas regulatórias, nas quais o controle PI/PID continua sendo a estratégia de controle dominante.

Dessa forma, o controle MIMO descentralizado é bastante utilizado na indústria, seja de forma isolada ou combinado com alguma estratégia de controle avançado. Nessa abordagem de controle, um sistema MIMO  $n \times n$  ( $n$  entradas e  $n$  saídas) é tratado como  $n$  sistemas SISO. A inevitável perda de desempenho causada pelo uso de uma estrutura de controle descentralizada, quando comparado com a abordagem centralizada (controlador de matriz completa), é compensada com vantagens como simplicidade de

projeto e de hardware, além de maior facilidade de uso.

Os principais métodos de projeto de controladores MIMO descentralizados encontrados na literatura podem ser classificados da seguinte forma: o primeiro grupo projeta o controlador descentralizado baseado em algum projeto de controlador SISO. Esses métodos sintonizam, inicialmente, cada malha individualmente e depois realizam o *detune* do sistema, de acordo algum critério. O objetivo é compensar na sintonia a interação entre as malhas de controle. Essas técnicas, normalmente, penalizam o desempenho das malhas consideradas de menor prioridade com o objetivo de reduzir a influência destas na malha prioritária. Essa abordagem funciona quando as malhas apresentam interações fracas. Os métodos de Shinskey (SHINSKEY, 1996) e BLT (*Biggest Log-Modulus Tuning*) (LUYBEN, 1990) são os mais citados na literatura.

Um segundo grupo inclui trabalhos que se baseiam nos ganhos críticos do sistema para sintonizar os controladores PID. Estes ganhos podem ser obtidos por meio de controladores proporcionais (NIEDERLINSKI, 1971), ou por meio do método do relé (ZHUANG; ATHERTON, 1994; HALEVI; PALMOR; EFRATI, 1997).

Finalmente, os métodos incluídos no terceiro grupo utilizam a matriz de funções de transferência do processo para levar em consideração as interações, e os controladores são obtidos através de métodos analíticos, numéricos ou gráficos. Alguns utilizam algoritmos de otimização para obter os controladores (WANG; FUNG; ZHANG, 2000), outros utilizam técnicas de alocação de polos (ZHANG; WANG; ÅSTRÖM, 2000), e alguns utilizam fórmulas de sintonia *on-line* (HO; LEE; GAN, 1996).

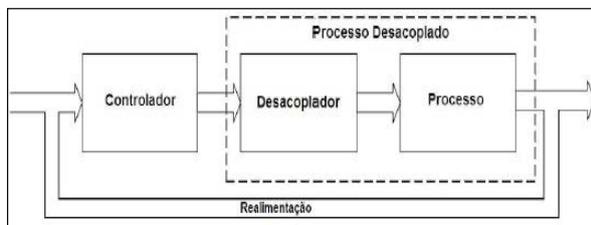
No entanto, nem sempre é possível utilizar o controle MIMO descentralizado, devido aos efeitos da interação entre as malhas. A interação entre as malhas de um sistema MIMO leva a perda de desempenho e estabilidade do sistema em malha fechada. Para estudar a interação e seus efeitos, existem diversos métodos de análise. O método da matriz de ganhos (RGA – *Relative Gain Array*) (BRISTOL, 1966) e suas variantes é o mais utilizado.

Assim, em sistemas MIMO com interações significativas entre as malhas, uma abordagem possível é o controle centralizado, no qual se projeta uma matriz completa de controladores. As principais deficiências dessa abordagem são: dificuldade em projetar cada

malha de forma independente devido às interações, grande número de parâmetros a serem sintonizados e a complexidade das técnicas de projeto.

Uma abordagem alternativa para o projeto de controladores MIMO em sistemas com forte interação é utilizar uma estrutura de controle com desacoplamento. Essa abordagem decompõe o problema de projeto em duas partes: primeiramente, realiza-se o desacoplamento do sistema para minimizar as interações ou tornar o sistema diagonal dominante; daí, então, projeta-se o controlador MIMO de forma descentralizada. O objetivo do desacoplamento é projetar um sistema externo ao processo de maneira a cancelar, em parte ou totalmente, os efeitos das interações entre as malhas de controle (CAMPOS; TEIXEIRA, 2006). Com isso, ajustam-se melhor os controladores PID a fim de obter um melhor desempenho. Na Figura 1, é mostrado um esquema geral de controle com desacoplamento.

Figura 1 – Controle com desacoplamento



A principal vantagem dessa abordagem é possibilitar o uso de métodos de projeto para controladores SISO. Além disso, o número de parâmetros a serem sintonizados é reduzido significativamente. Outra importante vantagem é que, no caso de uma falha no sensor ou atuador de uma malha, é relativamente fácil estabilizar esta malha manualmente, visto que somente ela própria é afetada pela falha. O controle de sistemas multivariáveis com desacoplamento é comumente utilizado em aplicações industriais (WALLER; WALLER; WALLER, 2003).

Neste artigo, apresenta-se uma revisão bibliográfica bastante completa sobre controle PID de sistemas TITO com desacoplamento. Além disso, apresenta-se um estudo comparativo de três estratégias de projeto do desacoplador para sistemas TITO.

Este artigo está organizado da seguinte forma: uma extensa revisão bibliográfica é apresentada na seção 2, o detalhamento das três estratégias de projeto do desacoplador é apresentado na seção 3, os exemplos de simulação são apresentados na seção 4, e, finalmente, as considerações finais e a lista

das referências bibliográficas são apresentadas nas seções 5 e 6.

## 2 Revisão bibliográfica sobre controle PID com desacoplamento

Para o caso de sistemas MIMO com interações significativas entre as malhas, o controle com desacoplamento apresenta vantagens em relação ao controle descentralizado (multimalha) e o centralizado. O fato é que um bom desacoplamento leva a um melhor desempenho do sistema em malha fechada (WANG, 2002). O estudo do desacoplamento de sistemas multivariáveis lineares e invariantes no tempo foi alvo de diversas pesquisas tanto no contexto de teoria de controle como no contexto de prática industrial durante várias décadas.

O problema do desacoplamento foi tratado inicialmente segundo uma abordagem por matrizes de funções de transferência. O desacoplamento utilizando abordagem por espaço de estados foi iniciado em Morgan (1964). Em Falb e Wolovich (1967), apresentou-se uma condição necessária e suficiente para o desacoplamento de sistemas quadrados descritos através de modelos em espaço de estados. Uma condição equivalente para sistemas descritos por matriz de funções de transferência foi descrita em Gilbert e Pivnichny (1969). Nestes trabalhos, o projeto do desacoplador era limitado aos sistemas quadrados (número de entradas igual ao número de saídas). O desacoplamento de sistemas não quadrados foi primeiramente definido em Wonham e Morse (1970). Nestes trabalhos, a condição estabelecida em Morgan (1964) foi sempre requerida, condição essa referida na literatura como problema de Morgan. Uma solução completa para o problema de Morgan, sem qualquer suposição nas matrizes do sistema ou matrizes de realimentação, foi apresentada em Descusse, Lafay e Malabre (1988) e revisada em Herrera e Lafay (1993).

Desenvolvimentos paralelos foram realizados no desacoplamento de sistemas com realimentação de saída descritos através de modelos entrada-saída. A condição de existência, nesse caso, é que a matriz do sistema possua posto completo. O problema dessa abordagem é obter um sistema desacoplado que mantenha a estabilidade interna. Partindo da suposição que o sistema não possua polos instáveis que coincidam com seus zeros, o problema de controle com desacoplamento é realizável (cf. SAFONOV; CHEN, 1982 e PENG, 1990). Essa suposição foi

posteriormente relaxada por Linnemann e Maier (1990), para sistemas 2x2, e em Wang (1992) para sistemas quadrados. Condições alternativas para o desacoplamento baseado em matriz de funções de transferência foram apresentadas em Lin (1997). Os resultados de Wang (1992) foram generalizados para sistemas não quadrados e as limitações de desempenho do sistema desacoplado foram comparadas com sistemas não desacoplados. (cf. LINNEMANN; WANG, 1993).

Os trabalhos citados anteriormente consideram somente sistemas sem atraso. Contudo, o atraso está presente na maioria dos processos industriais. Os problemas de controle causados pela existência de atraso são mais complexos quando o sistema é multivariável, cujas malhas possuem diferentes atrasos e, com isso, uma malha pode ter sua saída afetada por outras malhas em tempos diferentes. Como consequência, o processo deve ser representado por uma matriz de funções de transferência com múltiplos atrasos. Em Wang *et al.* (1997), apresenta-se um projeto com desacoplamento utilizando matriz de função de transferência. Neste trabalho, um controlador descentralizado é primeiramente projetado baseado em 'processos equivalentes', e os elementos não-diagonais do controlador são determinados com vistas a obter o desacoplamento.

Na literatura, a forma mais comum de classificar o desacoplador é a seguinte: desacoplamento ideal, desacoplamento simplificado, e desacoplamento invertido (SHINSKEY, 1996). O desacoplamento ideal facilita o projeto do controlador, mas é raramente utilizado na prática devido aos complicados elementos do desacoplador, o que dificulta sua realização. O desacoplamento simplificado apresenta um desacoplador simples, mas o processo desacoplado resultante é complexo. Com isso, o controlador não pode ser projetado diretamente sem introduzir outras aproximações. O trabalho de Waller *et al.* (2003) apresenta uma abordagem modificada do desacoplamento simplificado com o objetivo de tornar o processo desacoplado mais simples, contudo uma forma simples ainda não foi conseguida. O desacoplamento invertido, também chamado de desacoplamento *feedforward*, evita as desvantagens do simplificado e alcança o propósito do ideal. Além disso, outros benefícios do desacoplamento invertido são: (i) é mais fácil de lidar com o problema de *bumpless transfer* do controlador; (ii) a saturação das variáveis manipuladas é considerada diretamente na

estrutura de controle com desacoplamento invertido (SHINSKEY, 1996).

Vários trabalhos sobre desacoplamento invertido são encontrados na literatura. Em Gagnon, Pomerleau e Desbiens (1998), a estabilidade robusta do desacoplamento invertido foi estudada. Neste trabalho, mostrou-se que as três estruturas de desacoplamento provêm da mesma estabilidade robusta quando possuem o mesmo desempenho nominal. Em Wade (1997), discutiu-se o projeto do desacoplador invertido, estabelecendo-se uma condição para que os processos tenham estabilidade nominal utilizando a estrutura de desacoplamento invertido. Com base no trabalho de Wade (1997), em Zheng, Guo e Wang (2004), aplicou-se o desacoplamento invertido no controle de um sistema de atuador duplo em um disco rígido. Os resultados experimentais mostraram que o efeito da interação nesse sistema TITO foi reduzido em 72%. A maioria dos trabalhos com desacoplamento invertido utiliza sistemas multivariáveis identificados através de modelos de primeira ou segunda ordem com atraso. Recentemente, em Chen e Zhang (2007), o desacoplamento invertido foi estendido para processos multivariáveis com atrasos múltiplos e com zeros de fase não-mínima.

Sistemas TITO são os sistemas multivariáveis mais comuns em aplicações industriais. Uma prática comum é representar os sistemas TITO através de uma matriz de funções de transferência de primeira ou segunda ordem com atraso (FOPTD e SOPTD), obtidas da utilização de alguma técnica de identificação. Trabalhos recentes mostram o interesse em controle de sistemas TITO com desacoplamento baseado em matriz de funções de transferência FOPDT ou SOPDT. Em Wang, Hwang e Guo (2000), a sintonia automática do controle com desacoplamento é tratada. A identificação de modelos FOPTD apresentada para sistemas SISO (WANG; ZHANG, 2001) é aplicado de forma sequencial para sistemas TITO. O modelo FOPTD é utilizado no projeto do desacoplador e um modelo SOPDT é utilizado na sintonia PID descentralizada de forma sequencial. Em Tavakoli, Griffin e Fleming (2006), o projeto do desacoplador apresentado em Wang, Hwang e Guo (2000) é melhorado.

Recentemente, uma nova técnica de projeto do desacoplador baseada em uma matriz de funções de transferência FOPDT é apresentada. Essa técnica leva em conta que o desacoplador deve inserir o mínimo de dinâmica nas malhas de controle (NORDFELDT; HÄGGLUND, 2006). Em Liu e Zhang (2007),

um esquema de controle com desacoplamento para sistemas TITO com integrador, que utiliza controlador com dois graus de liberdade, é apresentado. O projeto do desacoplador utilizado é uma extensão do apresentado em Nordfeldt e Hägglund (2006), para incluir processos com integrador.

### 3 Estratégias de desacoplamento para sistemas TITO

Nesta seção, apresentam-se, inicialmente, aspectos gerais de desacoplamento de sistemas TITO. Além disso, três técnicas de projeto do desacoplador são detalhadas.

#### 3.1 Pré-condição fundamental para desacoplamento

Considere a matriz de funções de transferência geral para um processo MIMO com atraso, como segue:

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{m1} & \cdots & g_{mm} \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde  $g_{0,j}e^{-is}; i,j = 1,2,\dots,m$ , e  $g_{0,j}$  é a parte da função de transferência sem atraso, própria e estável. A matriz de funções de transferência da malha fechada é normalmente determinada como:

$$T = GC(I + GC)^{-1} \quad (2)$$

Para um sistema desacoplado, a matriz de funções de transferência da malha fechada, idealmente, deve ter a seguinte forma:

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & T_{22} & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & T_{mm} \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde  $T_{ii}$  é uma função de transferência própria e estável, e  $T_{ij} = 0$  para  $i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, m$ . Ou seja,  $T$  deve ser uma matriz de funções de transferência não-singular e diagonal,  $T = \text{diag} [T_{ii}]_{m \times m}$  e  $\det(T) \neq 0$ .

Combinando as equações 1 e 3, a pré-condição fundamental para o desacoplamento é:  $\det [G(0)] \neq 0$ , ou seja, o sistema MIMO deve ser não-singular.

#### 3.2 Problema geral de desacoplamento para sistemas TITO

O desacoplamento das entradas em um sistema TITO  $G(s)$  requer o projeto de uma matriz  $D(s)$ , de forma que  $H(s) = G(s)D(s)$  seja uma matriz de funções de transferência diagonal:

$$D(s) = \begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (4)$$

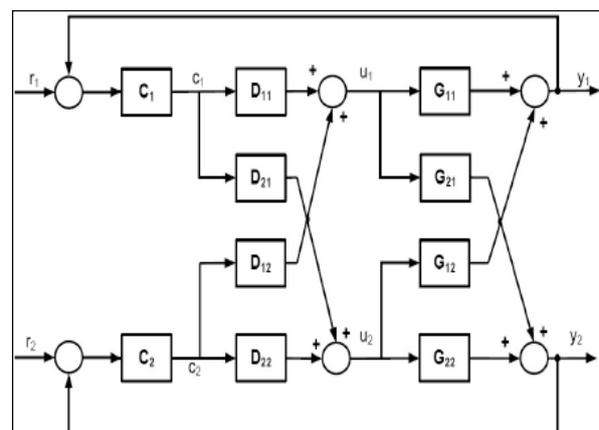
$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$H(s) = \begin{bmatrix} H_{11}(s) & 0 \\ 0 & H_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Na Figura 2, é mostrado um sistema TITO com o esquema de controle com desacoplamento. As variáveis  $r_1$  e  $r_2$  são as referências da malha fechada;  $c_1$  e  $c_2$  são as saídas do controlador descentralizado;  $u_1$  e  $u_2$  são as variáveis manipuladas e  $y_1$  e  $y_2$  são as saídas do processo. A matriz de funções de transferência do controlador  $C(s)$  é diagonal e definida como:

$$C(s) = \begin{bmatrix} C_1(s) & 0 \\ 0 & C_2(s) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Figura 2 – Estrutura de controle com desacoplamento convencional



Substituindo as equações 4,5 e 6 em  $H(s) = G(s)D(s)$  e explicitando  $D(s)$ , temos:

$$\begin{aligned}
 D(s) &= G(s)^{-1}H(s) \\
 &= \frac{\text{adj}(G(s))}{\det(G(s))}H(s) \\
 &= \frac{1}{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)} \begin{bmatrix} G_{22}(s)H_{11}(s) & -G_{12}(s)H_{22}(s) \\ -G_{21}(s)H_{11}(s) & G_{11}(s)H_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (8)
 \end{aligned}$$

Os elementos  $G_{11}(s)$ ;  $G_{12}(s)$ ;  $G_{21}(s)$  e  $G_{22}(s)$ , que representam a função de transferência do processo, são conhecidos. Os elementos  $H_{11}(s)$  e  $H_{22}(s)$  são desconhecidos e representam a dinâmica desejada para o sistema desacoplado. Para determinar  $D(s)$ , diferentes escolhas de  $H_{11}(s)$  e  $H_{22}(s)$  podem ser realizadas. A escolha mais intuitiva é  $H_{11}(s) = G_{11}(s)$  e  $H_{22}(s) = G_{22}(s)$ . Essa escolha leva ao que se chama na literatura de desacoplamento ideal (LUYBEN, 1990). Essa escolha leva aos elementos de  $D(s)$  complexos, o que dificulta a implementação do desacoplador. Uma alternativa para o projeto do desacoplador bastante encontrada na literatura consiste em definir o desacoplador, como segue:

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Com isso, a função de transferência  $H(s)$  resultante é:

$$H(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 0 \\ 0 & G_{22}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{11}(s)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Esse tipo de escolha é chamado na literatura de desacoplamento simplificado. Essa escolha torna o desacoplador  $D(s)$  simples, mas a função de transferência diagonal  $H(s)$  obtida, complexa, visto que os elementos são somas de funções de transferência. Com isso, dificulta-se a sintonia do controlador. Esse problema vem sendo resolvido na literatura através da aproximação dos elementos de  $H(s)$  por funções de transferência simples. Pela equação 6, fica claro que, para o desacoplamento simplificado, pelo menos dois elementos em  $D(s)$  devem ser escolhidos igual a 1 de forma que estes não estejam na mesma coluna. Com isso, têm-se mais três possibilidades de escolha dos elementos de  $D(s)$ , de acordo com a ideia do desacoplamento simplificado:

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & -\frac{G_{11}(s)}{G_{12}(s)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$D(s) = \begin{bmatrix} -\frac{G_{22}(s)}{G_{21}(s)} & -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$D(s) = \begin{bmatrix} -\frac{G_{22}(s)}{G_{21}(s)} & 1 \\ 1 & -\frac{G_{11}(s)}{G_{12}(s)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Outra abordagem é o desacoplamento invertido. Para evitar os problemas de projetar um desacoplador realizável e manter as vantagens do desacoplamento ideal, o desacoplamento invertido foi proposto em Shinskey (1996). Este consiste na modificação da estrutura de desacoplamento da Figura 2. O desacoplamento invertido será detalhado na seção 3.4.

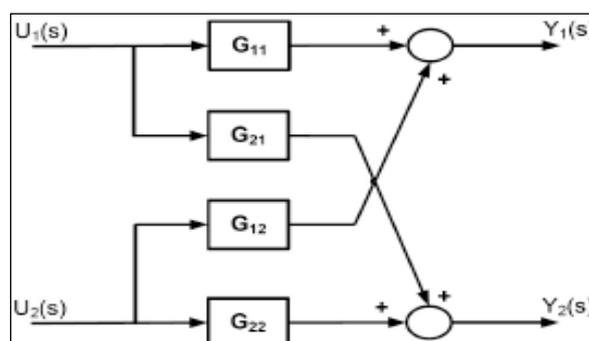
### 3.3 Identificação de modelos FOPTD para sistemas TITO

O modelo do processo a ser identificado é uma matriz de função de transferência completa do sistema TITO. Cada elemento da matriz é um modelo SISO de primeira ordem com atraso (FOPTD). O modelo a ser identificado é mostrado a seguir:

$$\hat{G}_{fopdt}(s) = \begin{bmatrix} \frac{K_{11}}{1+sT_{11}}e^{-sL_{11}} & \frac{K_{12}}{1+sT_{12}}e^{-sL_{12}} \\ \frac{K_{21}}{1+sT_{21}}e^{-sL_{21}} & \frac{K_{22}}{1+sT_{22}}e^{-sL_{22}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Na Figura 3, é mostrado um processo TITO em malha aberta.

Figura 3 – Processo TITO em malha aberta

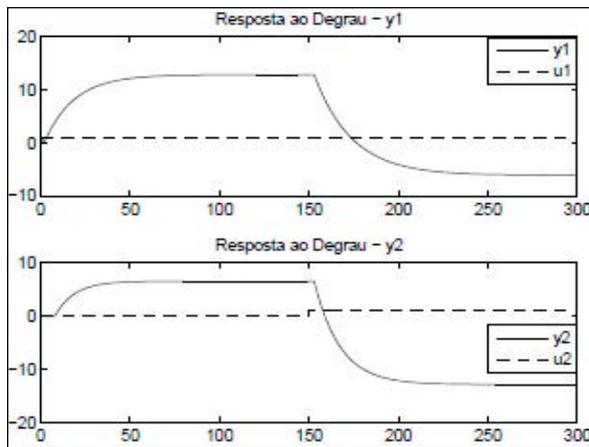


Em Wang, Hwang e Guo (2000), utiliza-se excitação em degrau de forma sequencial nas duas entradas ( $u_1$  e  $u_2$ ) do sistema TITO para estimar os parâmetros de quatro modelos FOPDT que compõem a matriz de

função de transferência completa (Equação 14). Com a excitação em degrau sendo aplicada ao processo de forma sequencial, é possível estimar cada uma das quatro funções de transferência da matriz (Equação 14), utilizando um algoritmo de estimação de parâmetros de uma função de transferência SISO. Para isso, definem-se os intervalos de dados da resposta ao degrau sequencial que correspondem a cada uma das quatro funções de transferência.

Na Figura 4, é mostrada uma resposta ao degrau aplicado de forma sequencial para um sistema TITO.

Figura 4 – Resposta ao degrau sequencial



Assim, observando a Figura 4,  $G_{11}$  é estimado utilizando a saída  $y_1$  gerada com a excitação  $u_1$ ;  $G_{12}$  é estimado utilizando a saída  $y_1$  gerada com a excitação  $u_2$ ;  $G_{21}$  é estimado utilizando a saída  $y_2$  gerada com a excitação  $u_1$  e  $G_{22}$  é estimado utilizando a saída  $y_2$  gerada com a excitação  $u_2$ .

A seguir, apresenta-se a técnica de identificação de modelos FOPTD para sistemas SISO utilizada.

### 3.3.1 Identificação de modelos FOPTD utilizando resposta ao degrau

Considere-se o modelo FOPTD descrito como segue:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_1}{s + a_1} e^{-sL} \quad (15)$$

Assume-se que o processo encontra-se em regime permanente no instante inicial ( $t = 0$ ) e, assim, sem perda de generalidade,  $u(t) = 0$  para  $t < 0$  e condições iniciais nulas em  $t = 0$ , então para  $t \geq L$  o

modelo FOPTD pode ser representado pela seguinte equação diferencial:

$$\dot{y}(t) + ay(t) = bu(t - L). \quad (16)$$

Como o processo está operando em malha aberta,  $u(t - L) = h(t - L)$ , e  $h$  é a amplitude do degrau. Integrando-se a equação 16, tem-se:

$$\begin{aligned} y(t) &= -a_1 \int_0^t y(\tau) d\tau + b_1(t - L)h \\ &= -a_1 \int_0^t y(\tau) d\tau - b_1Lh + b_1th \end{aligned} \quad (17)$$

Definindo-se

$$\begin{aligned} \gamma(t) &= y(t) \\ \phi(t)^T &= \left[ -\int_0^t y(\tau) d\tau \quad -h \quad th \right] \\ \theta &= \left[ a_1 \quad b_1L \quad b_1 \right] \end{aligned}$$

a equação 17 pode ser escrita como um vetor de regressão nos parâmetros  $\{a_1; b_1L; b_1\}$ .

Utilizando-se todas as amostras de  $t = t_i \geq L$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , um sistema de equações lineares é obtido e pode-se encontrar a forma de regressão. Utiliza-se a solução mínimos quadrados para obter o vetor de parâmetros. Com isso, os parâmetros ( $K$ ,  $T$  e  $L$ ) de cada função de transferência da equação 14 são obtidos da seguinte forma:

$$K = b_1/a_1$$

$$T = 1/a_1$$

$$L = (b_1L)/b_1$$

### 3.4 Técnicas para o projeto do desacoplador

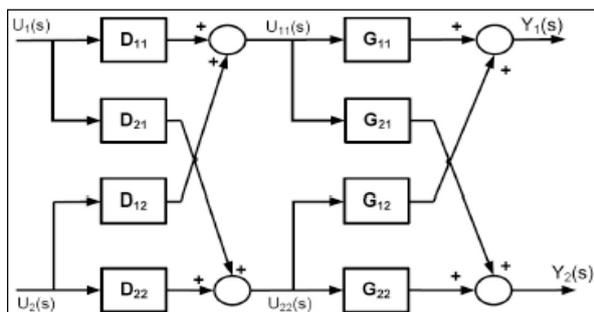
Nesta seção, apresentam-se três técnicas de projeto do desacoplador aplicáveis a sistemas TITO modelados através de uma matriz de funções de transferência FOPTD (veja Equação 14). Dessa forma, como passo anterior ao projeto do desacoplador, estima-se um modelo FOPTD do sistema TITO. Esse modelo é obtido utilizando-se o método de identificação apresentado na seção anterior.

O objetivo do projeto do desacoplador  $D(s)$  é obter  $H(s) = G(s)D(s)$  o mais próximo possível de uma matriz de funções de transferência diagonal. Dessa forma,  $D(s)$  deve compensar ao máximo o efeito das interações entre as variáveis do processo. Na Figura 5, é mostrado o sistema resultante  $H(s) = G(s)D(s)$ .

### 3.4.1 Técnica 1 – Nordfeldt

Em Nordfeldt e Häggglund (2006), propõe-se uma técnica de projeto para o desacoplador baseado em um modelo de matriz de funções de transferência TITO do sistema. Assume-se que o sistema TITO é linear, estável e não-singular. O foco principal da técnica é projetar o desacoplador adicionando o mínimo de dinâmica e atraso para o sistema. É importante também que o desacoplador não tenha característica passa alta. Além disso, propõe-se que a técnica seja simples para que possa ser facilmente automatizada. O projeto do desacoplador baseia-se na seguinte proposição:

**Figura 5** – Sistema TITO com desacoplador



**Proposição 1** Todas as matrizes D que tornam o sistema GD diagonal podem ser obtidas da seguinte equação:

$$D = adj(G(s)) K \tag{18}$$

Essa proposição define que todos os desacopladores possíveis para G(s) terão o formato da equação 18. Os diferentes desacopladores possíveis baseiam-se em diferentes matrizes K na equação 18. Com isso, K deve ser definido para que o projeto do desacoplador atenda ao requisito de adicionar minimamente dinâmica e atraso ao sistema desacoplado.

O modelo TITO do sistema é dado por:

$$\hat{G}_{fopdt}(s) = \begin{bmatrix} \frac{K_{11}}{1+sT_{11}} e^{-sL_{11}} & \frac{K_{12}}{1+sT_{12}} e^{-sL_{12}} \\ \frac{K_{21}}{1+sT_{21}} e^{-sL_{21}} & \frac{K_{22}}{1+sT_{22}} e^{-sL_{22}} \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$adj(\hat{G}_{fopdt}(s)) = \begin{bmatrix} \frac{K_{22}}{1+sT_{22}} e^{-sL_{22}} & -\frac{K_{12}}{1+sT_{12}} e^{-sL_{12}} \\ -\frac{K_{21}}{1+sT_{21}} e^{-sL_{21}} & \frac{K_{11}}{1+sT_{11}} e^{-sL_{11}} \end{bmatrix} \tag{20}$$

O projeto do desacoplador segue o seguinte algoritmo:

1) obtenha um modelo FOPTD (equação 19) para o sistema;

2) comece com  $K = I$ , logo  $D = adj(G_{fopdt}(s))$ ;

3) remova os maiores atrasos comuns de cada coluna do desacoplador através da multiplicação do elemento da diagonal principal de K correspondente à coluna pelo inverso do atraso;

4) nos elementos de cada coluna do desacoplador, observe o que tem maior constante de tempo e utilize a seguinte aproximação

$$\frac{1}{T_l s + 1} \approx \frac{1}{(T_s s + 1) ((T_l - T_s) s + 1)}$$

, onde  $T_l$  é a maior constante de tempo da coluna e  $T_s$  é a menor constante de tempo da coluna;

5) remova os polos comuns de cada coluna do desacoplador através da multiplicação do elemento da diagonal principal de K correspondente à coluna pelo inverso desse polo;

6) simplifique os ganhos de cada coluna do desacoplador, no sentido de adicionar minimamente dinâmica ao processo.

**Exemplo Ilustrativo** – Considere o processo:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{3}{9s+1} e^{-3s} & \frac{2}{6s+1} e^{-2s} \\ \frac{1}{5s+1} e^{-4s} & \frac{2}{7s+1} e^{-4s} \end{bmatrix} \tag{21}$$

Começando com  $K = I$

$$D = adj(G) = \begin{bmatrix} \frac{2}{7s+1} e^{-4s} & \frac{-2}{6s+1} e^{-2s} \\ \frac{-1}{5s+1} e^{-4s} & \frac{3}{9s+1} e^{-3s} \end{bmatrix} \tag{22}$$

Um atraso de 4s pode ser removido da primeira coluna e um atraso de 2s pode ser removido da segunda coluna. Além disso, utilizando-se a aproximação, o desacoplador D é dado por:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{2}{(5s+1)(2s+1)} & \frac{-2}{6s+1} \\ \frac{-1}{5s+1} & \frac{3}{(6s+1)(3s+1)} e^{-s} \end{bmatrix} \tag{23}$$

O polo correspondente à constante de tempo  $T = 5s$  pode ser removido da primeira coluna, e o polo correspondente à constante de tempo  $T = 6s$  pode ser removido da segunda coluna. A matriz K é dada por:

$$K = \begin{bmatrix} (5s+1)e^{4s} & 0 \\ 0 & (6s+1)e^{2s} \end{bmatrix} \tag{24}$$

e o desacoplador  $D$  torna-se:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{2}{(2s+1)} & -2 \\ -1 & \frac{3}{(3s+1)}e^{-s} \end{bmatrix} \quad (25)$$

### 3.4.2 Técnica 2 – Wang

Em Wang; Hwang e Guo (2000), propõe-se o projeto de um desacoplador simplificado baseado em um modelo FOPTD do sistema (Equação 19). Nesse projeto, a estrutura do desacoplador é escolhida da seguinte forma:

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & d_{12}(s) \\ d_{21}(s) & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Com isso, o sistema resultante  $G_{\text{foptd}}D$  é dado por:

$$\begin{aligned} \hat{G}_{\text{foptd}}(s)D(s) &= \begin{bmatrix} \frac{K_{11}}{1+sT_{11}}e^{-sL_{11}} & \frac{K_{12}}{1+sT_{12}}e^{-sL_{12}} \\ \frac{K_{21}}{1+sT_{21}}e^{-sL_{21}} & \frac{K_{22}}{1+sT_{22}}e^{-sL_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d_{12}(s) \\ d_{21}(s) & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{K_{11}e^{-sL_{11}}}{1+sT_{11}} + \frac{K_{12}e^{-sL_{12}}}{1+sT_{12}}d_{21}(s) & \frac{K_{12}e^{-sL_{12}}}{1+sT_{12}} + \frac{K_{11}e^{-sL_{11}}}{1+sT_{11}}d_{12}(s) \\ \frac{K_{21}e^{-sL_{21}}}{1+sT_{21}} + \frac{K_{22}e^{-sL_{22}}}{1+sT_{22}}d_{21}(s) & \frac{K_{22}e^{-sL_{22}}}{1+sT_{22}} + \frac{K_{21}e^{-sL_{21}}}{1+sT_{21}}d_{12}(s) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Para que o sistema resultante  $G_{\text{foptd}}D$  seja considerado desacoplado, este deve ser diagonal, logo:

$$\frac{K_{11}}{1+sT_{11}}e^{-sL_{11}}.d_{12} + \frac{K_{12}}{1+sT_{12}}e^{-sL_{12}} = 0$$

$$\frac{K_{21}}{1+sT_{21}}e^{-sL_{21}} + \frac{K_{22}}{1+sT_{22}}e^{-sL_{22}}.d_{21} = 0$$

Dessa forma, temos:

$$d_{12}(s) = -\frac{K_{12}(T_{11}s+1)}{K_{11}(T_{12}s+1)}e^{-(L_{12}-L_{11})s}$$

$$d_{21}(s) = -\frac{K_{21}(T_{22}s+1)}{K_{22}(T_{21}s+1)}e^{-(L_{21}-L_{22})s}$$

Observe que se  $(L_{12}-L_{11}) < 0$  ou  $(L_{21}-L_{22}) < 0$  leva a  $D(s)$  ser não causal e precisa ser modificado. No caso de  $(L_{21}-L_{22}) < 0$ , a primeira coluna do desacoplador pode ser multiplicada pelo termo  $e^{(L_{21}-L_{22})s}$  tornando o termo  $d_{21}$  realizável. De forma semelhante, a segunda coluna pode ser multiplicada por  $e^{(L_{12}-L_{11})s}$ , para tornar o termo  $d_{12}$  realizável no caso de  $(L_{12}-L_{11}) < 0$ . Com isso, o projeto do desacoplador geral pode ser escrito, como segue:

$$D(s) = \begin{bmatrix} e^{-v(L_{22}-L_{21})s} & -\frac{K_{12}(T_{11}s+1)}{K_{11}(T_{12}s+1)}e^{-v(L_{12}-L_{11})s} \\ -\frac{K_{21}(T_{22}s+1)}{K_{22}(T_{21}s+1)}e^{-v(L_{21}-L_{22})s} & e^{-v(L_{11}-L_{12})s} \end{bmatrix}$$

onde

$$v(L) = \begin{cases} 1, & \text{se } L \geq 0 \\ 0, & \text{se } L < 0 \end{cases}$$

### 3.4.3 Técnica 3 – Desacoplamento invertido

O desacoplamento invertido proposto em Shinsky (1996) será detalhado aqui.

De acordo com a Figura 2 e a equação do problema geral de desacoplamento (Equação 8), quando da escolha de  $H_{11}(s) = G_{11}(s)$  e  $H_{22}(s) = G_{22}(s)$  (desacoplamento ideal), as variáveis manipuladas são dadas por:

$$u_1(s) \left[ \frac{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)} \right] = c_1(s) - c_2(s) \frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)}$$

$$u_2(s) \left[ \frac{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)} \right] = c_2(s) - c_1(s) \frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)}$$

e posteriormente

$$c_1(s) = u_1(s) \left[ \frac{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)} \right] + c_2(s) \frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)}$$

$$c_2(s) = u_2(s) \left[ \frac{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)} \right] + c_1(s) \frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)}$$

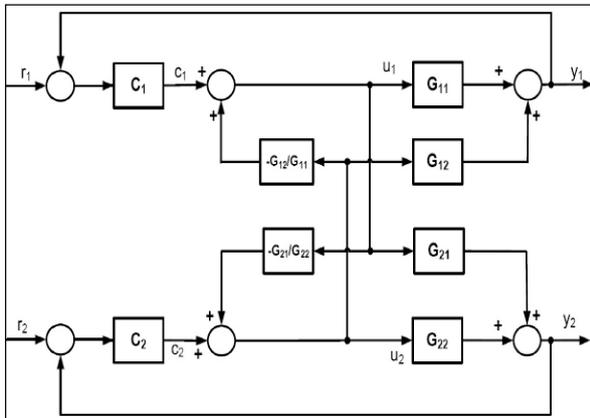
Realizando as devidas substituições, temos:

$$u_1(s) = c_1(s) - u_2(s) \frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \quad (12)$$

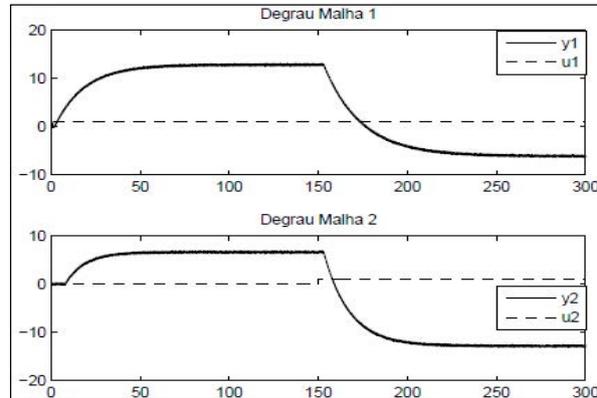
$$u_2(s) = c_2(s) - u_1(s) \frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} \quad (13)$$

Na Figura 6, é mostrado o sistema de controle com a estrutura de desacoplamento invertido definido através das equações 12 e 13. Observe-se que as funções de transferência do desacoplador são as mesmas utilizadas no desacoplamento simplificado. Com isso, o desacoplamento invertido apresenta, ao mesmo tempo, a facilidade de implementação dos elementos do desacoplador simplificado e uma função de transferência do sistema desacoplado diagonal  $H(s)$  mais simples como no caso do desacoplamento ideal.

**Figura 6** – Estrutura de desacoplamento invertido



**Figura 7** – Degrau Sequencial – Exemplo 1



#### 4 Exemplos de simulação

Nesta seção, são apresentados exemplos de simulação para diferentes projetos de desacopladores. Para a realização das simulações, foi utilizado o pacote Simulink®, que compõe o Matlab®. Em todas as simulações, utilizou-se o método de integração de Runge-Kutta de quarta ordem com passo de integração fixo de 0,1s.

##### 4.1 Exemplo 1 – Coluna Wood-Berry

Neste exemplo, utiliza-se um processo de coluna de destilação binária bastante estudada na literatura (WOOD; BERRY, 1973). O processo real é dado por:

$$G_1 = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & -\frac{18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & -\frac{19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix}$$

O modelo estimado, utilizando a técnica de identificação baseada na resposta ao Degrau com ruído de variância 0,01, é dado por:

$$\hat{G}_{fopdt1_{\sigma=0.01}} = \begin{bmatrix} \frac{12.80e^{-0.95s}}{16.8s+1} & -\frac{18.84e^{-2.67s}}{21.7s+1} \\ \frac{6.65e^{-4.43s}}{14.22s+1} & -\frac{19.34e^{-2.53s}}{15.15s+1} \end{bmatrix}$$

Na Figura 7, são mostrados os sinais utilizados na estimação do modelo FOPTD.

A partir do modelo FOPTD estimado, realiza-se o projeto do desacoplador. Utilizando-se a técnica 1, tem-se:

$$D_{1nordfeldt} = \begin{bmatrix} \frac{2.9}{0.93s+1} & \frac{1.47e^{-1.72s}}{4.9s+1} \\ e^{-1.9s} & 1 \end{bmatrix}$$

Na Figura 8, apresenta-se a resposta ao degrau sequencial do sistema desacoplado em relação ao sistema real e ao modelo estimado.

O desacoplador projetado, utilizando a técnica 2, é mostrado a seguir. Na Figura 9, apresenta-se a resposta ao degrau sequencial do sistema desacoplado:

$$D_{1wang} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{18.84(16.8s+1)e^{-1.72s}}{12.8(21.7s+1)} \\ \frac{6.65(15.15s+1)e^{-1.9s}}{19.34(14.22s+1)} & 1 \end{bmatrix}$$

**Figura 8** – Desacoplador Técnica 1 – Exemplo 1

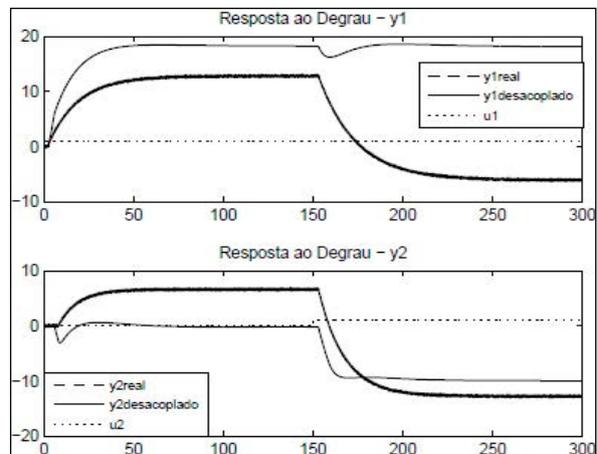
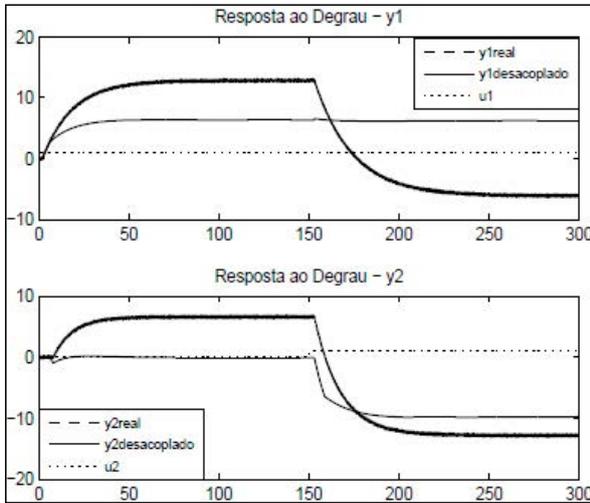
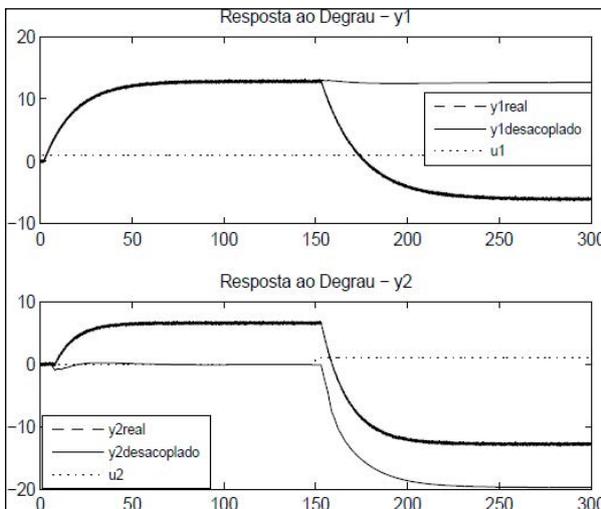


Figura 9 – Desacoplador Técnica 2 – Exemplo 1



Neste caso, o desacoplador da técnica 3 utiliza os mesmos termos  $D_{12}$  e  $D_{21}$  do desacoplador projetado na técnica 2. A estrutura de desacoplamento utilizada corresponde àquela mostrada na Figura 6. Na Figura 10, apresenta-se a resposta ao degrau sequencial do sistema desacoplado. Na Figura 11, apresenta-se a resposta ao degrau sequencial do sistema desacoplado para as três técnicas.

Figura 10 – Desacoplador Técnica 3 – Exemplo 1

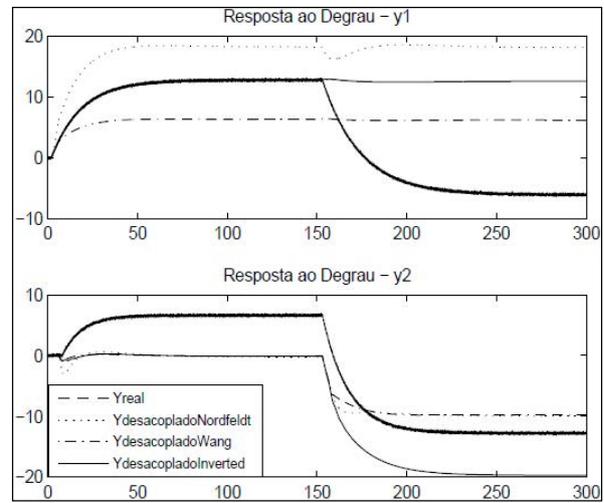


#### 4.2 Exemplo 2 – Alatiqi Substância

Neste exemplo, utiliza-se outro benchmarking encontrado na literatura. O processo real é dado por:

$$G_2 = \begin{bmatrix} \frac{0.51e^{-7.5s}}{(32s+1)^2(2s+1)} & \frac{1.68e^{-2s}}{(28s+1)^2(2s+1)} \\ \frac{1.25e^{-2.8s}}{(43.6s+1)(9s+1)} & \frac{4.78e^{-1.15s}}{(48s+1)(5s+1)} \end{bmatrix}$$

Figura 11 – Comparação dos Projetos do Desacoplador – Exemplo 1



O modelo FOPTD estimado, utilizando ruído de variância 0,005, é dado por:

$$\hat{G}_{fopdt2var0.005} = \begin{bmatrix} \frac{0.52e^{-12.38s}}{131.63s+1} & \frac{1.62e^{-13.95s}}{52.95s+1} \\ \frac{1.26e^{-7.71s}}{49.23s+1} & \frac{4.73e^{-5.52s}}{49.93s+1} \end{bmatrix}$$

A partir do modelo FOPTD estimado, realiza-se o projeto do Desacoplador. O desacoplador projetado, utilizando a técnica 1, é dado por:

$$D_{2nordfeldt} = \begin{bmatrix} \frac{3.75}{0.7s+1} & \frac{3.11e^{-1.57s}}{1} \\ e^{-2.19s} & \frac{1}{78.68s+1} \end{bmatrix}$$

Na Figura 12, apresenta-se a resposta ao degrau sequencial do sistema desacoplado em relação ao sistema real e o modelo estimado.

O desacoplador projetado, utilizando a técnica 2, é mostrado a seguir. Na Figura 13, apresenta-se a resposta ao degrau sequencial do sistema desacoplado.

$$D_{2wang} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1.62(131.63s+1)e^{-1.57s}}{52.95s+1} \\ \frac{1.26(49.93s+1)e^{-2.19s}}{4.73(49.23s+1)} & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 12 – Desacoplador Técnica 1 – Exemplo 2

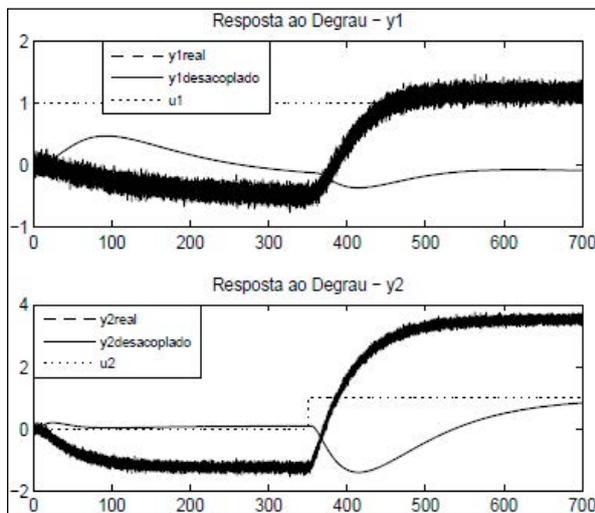
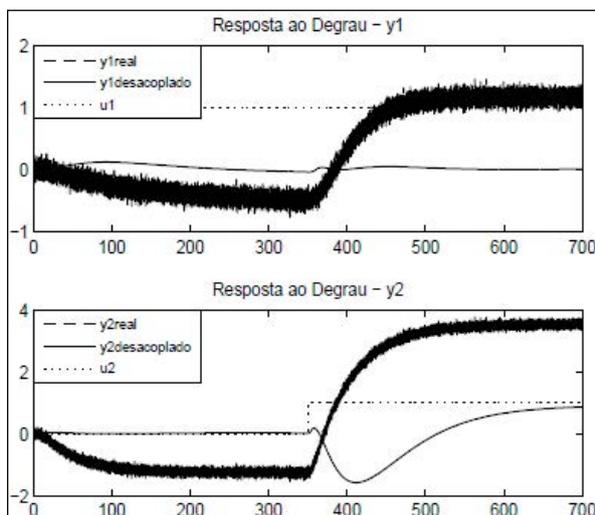
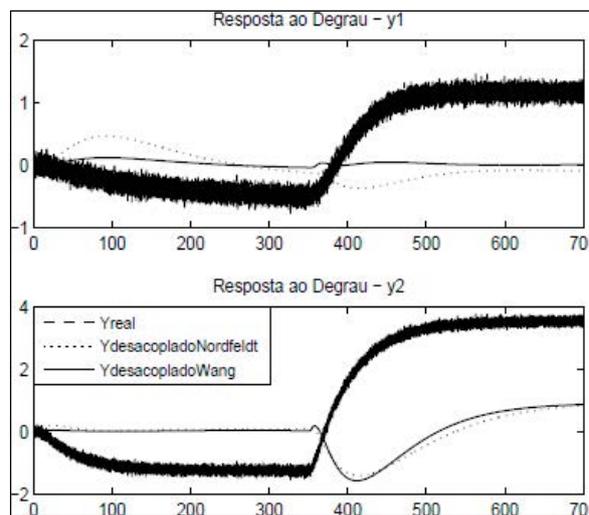


Figura 13 – Desacoplador Técnica 2 – Exemplo 2



Na Figura 14 apresenta-se a resposta ao degrau sequencial do sistema desacoplado para as duas técnicas utilizadas.

Figura 14 – Comparação dos Projetos de Desacoplador – Exemplo 2



## 5 Considerações finais

Neste trabalho, apresentou-se o contexto das técnicas de projeto do desacoplador mais utilizadas para sistemas TITO. As estruturas de desacoplamento simplificado e invertido são as mais utilizadas em aplicações industriais devido, principalmente, à simplicidade de implementação dos termos do desacoplador.

O interesse em controle PID com desacoplamentos de sistemas TITO vai além de um tópico de pesquisa. Em aplicações industriais, técnicas de desacoplamento são de grande valia para se possibilitar obter controladores PID com desempenho satisfatório.

Nesse contexto, observa-se que as técnicas de projeto de desacoplador normalmente fazem uso de informações do processo representadas através de um modelo FOPTD. O problema disso é que o desempenho do desacoplador depende da qualidade do modelo FOPTD identificado.

Diante disso, o trabalho de Acioli Júnior e Barros (2011) desenvolveu uma metodologia de reprojeto do desacoplador inicial de forma que o desacoplador reprojeto seja preciso nas frequências de interesse para controle. As informações necessárias para esse reprojeto são estimadas utilizando experimentos práticos no processo desacoplado com o desacoplador inicial.

## REFERÊNCIAS

- ACIOLI JÚNIOR, G.; BARROS, P. R. Evaluation and redesign of decouplers for TITO processes using relay experiment. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL APPLICATIONS (CCA), 2011, Denver, USA. **Proceedings...** Denver: IEEE, 2011. p. 1145-1150.
- ÅSTRÖM, K. J.; JOHANSSON, K. H.; WANG, Q.-G. Design of decoupled PI controllers for two-by-two systems. **IEE Proceedings – Control Theory and Applications**, v. 149, n. 1, p. 74-81, 2002.
- BRISTOL, E. H. On a new measure of interaction for multivariable process control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 11, n. 1, p. 133-134, 1966.
- CAMPOS, M. C. M. M.; TEIXEIRA, H. C. G. **Controles Típicos de equipamentos e processos industriais**. São Paulo: Edgard Blucher, 2006.
- CHEN, P.; ZHANG, W. Improvement on an inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processes. **ISA Transactions**, v. 46, n. 2, p. 199-210, 2007.
- DESCUSSE, J.; LAFAY, J. F.; MALABRE, M. Solution to Morgan's problem. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 33, n. 8, p. 732-739, 1988.
- FALB, P. L.; WOLOVICH, W. A. Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 12, n. 6, p. 651-659, 1967.
- GAGNON, E.; POMERLEAU, A.; DESBIENS, A. Simplified, ideal or inverted decoupling? **ISA Transactions**, v. 37, n. 4, p. 265-276, 1998.
- GILBERT, E. G.; PIVNICHNY, J. H. A computer program for the synthesis of decoupled multivariable feedback systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 14, n. 6, p. 652-659, 1969.
- HALEVI, Y.; PALMOR, Z. J.; EFRATI, T. Automatic tuning of decentralized PID controllers for MIMO processes. **Journal of Process Control**, v. 7, n. 2, p. 119-128, 1997.
- HERRERA, A. N.; LAFAY, J. F. New results about Morgan's problem. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 38, n. 12, p. 1834-1838, 1993.
- HO, W.; LEE, T.; GAN, O. Tuning of multiloop PID controllers based on gain and phase margins specifications. In: IFAC WORLD CONGRESS, 13., 1996, San Francisco. **Proceedings...** San Francisco: IFAC, 1996. p. 211-216.
- LIN, Z. Hinf-almost disturbance decoupling with internal stability for linear systems subject to input saturation. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 42, n. 7, p. 992-995, 1997.
- LINNEMANN, A.; MAIER, R. Decoupling by precompensation while maintaining stabilizability. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 29., 1990, Honolulu. **Proceedings...** Honolulu: IEEE, 1990. p. 2921-2922.
- LINNEMANN, A.; WANG, Q.-G. Block decoupling with stability by unity output feedback: solution and performance limitations. **Automatica**, v. 29, n. 3, p. 735-744, 1993.
- LIU, Y.; ZHANG, W. Analytical design of two degree-of-freedom decoupling control scheme for two-by-two systems with integrator. **IET Control Theory Applications**, v. 1, n. 5, p. 1380-1389, 2007.
- LUYBEN, W. L. **Process Modeling, Simulation, and Control for Chemical Engineers**. New York: McGraw-Hill Book, 1990.
- MORGAN, B. S. The synthesis of linear multivariable systems by state feedback. In: JOINT AUTOMATIC CONTROL CONFERENCE, 1964, Stanford, USA. **Proceedings...** Stanford: IEEE, 1964. p. 468-472.
- NIEDERLINSKI, A. A heuristic approach to the design of linear multivariable interacting control systems. **Automatica**, v. 7, n. 6, p. 691-701, 1971.
- NORDFELDT, P.; HÄGGLUND, T. Decoupler and PID controller design of TITO systems. **Journal of Process Control**, v. 16, n. 9, p. 923-936, 2006.
- PENG, Y. A general decoupling precompensator for linear multivariable systems with application to adaptive control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 35, n. 3, p. 344-348, 1990.
- SAFONOV, M. G.; CHEN, B. S. Multivariable stability margin optimization with decoupling and output regulation. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 21., 1982, Orlando, USA. **Proceedings...** Orlando: IEEE, 1982. p. 616-622.
- SHINSKEY, F. G. **Process control systems: application, design and tuning**. New York: McGraw-Hill, 1996.

- TAVAKOLI, S.; GRIFFIN, I.; FLEMING, P. J. Tuning of decentralised PI (PID) controllers for TITO processes. **Control Engineering Practice**, v. 14, n. 9, p. 1069-1080, 2006.
- WADE, H. L. Inverted decoupling: A neglected technique. **ISA Transactions**, v. 36, n. 1, p. 3-10, 1997.
- WALLER, M.; WALLER, J. B.; WALLER, K. V. Decoupling revisited. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 42, n. 20, p. 4575-4582, 2003.
- WANG, Q.-G. Decoupling with internal stability for unity output feedback systems. **Automatica**, v. 28, n. 2, p. 411-415, 1992.
- WANG, Q.-G. **Decoupling Control**. New York: Springer, 2002.
- WANG, Q.-G.; FUNG, H.-W.; ZHANG, Y. Independent design of multi-loop controllers considering multivariable interactions. **Journal of Chemical Engineering of Japan**, v. 33, n. 3, p. 427-439, 2000.
- WANG, Q.-G.; HWANG, B.; GUO, X. Auto-tuning of TITO decoupling controllers from step tests. **ISA Transactions**, v. 39, n. 4, p. 407-418, 2000.
- WANG, Q.-G.; YANG, Y. Transfer function matrix approach to decoupling problem with stability. **Systems & control letters**, v. 47, n. 2, p. 103-110, 2002.
- WANG, Q.-G.; ZHANG, Y. Robust identification of continuous systems with dead-time from step responses. **Automatica**, v. 37, n. 3, p. 377-390, 2001.
- WANG, Q.-G. *et al.* Auto-tuning of multi-variable PID controllers from decentralized relay feedback. **Automatica**, v. 33, n. 3, p. 319-330, 1997.
- WONHAM, W. M.; MORSE, A. S. Decoupling and pole assignment in linear multivariable systems: a geometric approach. **SIAM Journal on Control**, v. 8, n. 1, p. 1-18, 1970.
- WOOD, R. K.; BERRY, M. W. Terminal composition control of a binary distillation column. **Chemical Engineering Science**, v. 28, n. 9, p. 1707-1717, 1973.
- XIONG, Q.; CAI, W.-J.; HE, M.-J. Equivalent transfer function method for PI/PID controller design of MIMO processes. **Journal of Process Control**, v. 17, n. 8, p. 665-673, 2007.
- ZHANG, Y.; WANG, Q.-G.; ÅSTRÖM, K. J. Dominant pole placement for multi-loop control systems. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2000, Chicago, USA. **Proceedings...** Chicago, USA: IEEE, 2000.
- ZHENG, J.; GUO, G.; WANG, Y. Feedforward decoupling control design for dual-actuator system in hard disk drives. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 40, n. 4, p. 2080-2082, 2004.
- ZHUANG, M.; ATHERTON, D. PID controller design for a TITO system. **IEE Proceedings – Control Theory and Applications**, v. 141, n. 2, p. 111-120, 1994.