

Estados limites determinantes no dimensionamento da armadura longitudinal de vigas pós-tracionadas sem aderência

João Paulo Boff Almeida ^[1], Renato Silva Nicoletti ^[2], Anderson Renato Vobornik Wolenski ^[3], Rafael Lemes Bezerra ^[4], Alex Sander Clemente de Souza ^[5], André Luis Christoforo ^[6]

[1] boff.joaopaulo@gmail.com. [2] renato_nicoletti@hotmail.com. Universidade Federal de São Carlos (UFSCar).

[3] anderson.wolenski@ifsc.edu.br. Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC). [4] rafaellemesbezerra@gmail.com. Universidade do Estado de Mato Grosso. [5] alex@ufscar.br. [6] christoforoal@yahoo.com.br. Universidade Federal de São Carlos (UFSCar).

RESUMO

No dimensionamento de elementos estruturais em concreto protendido, pelo fato da protensão introduzir ações na estrutura, os estados limites de serviço de formação de fissuras (ELS-F), descompressão (ELS-D), e o estado limite último no ato da protensão (ELU-ATO) são determinantes no dimensionamento da armadura longitudinal (A_p). Comumente, a armadura necessária para atender a todos os estados limites não é exata, sendo a solução, caso exista, compreendida em um intervalo de valores definido pelos limites de tensão do ELS-F, ELS-D e ELU-ATO. Neste contexto, este trabalho objetivou verificar, analiticamente, os estados limites, de serviço ou últimos, determinantes no cálculo de A_p de vigas pós-tracionadas sem aderência. Para tanto, analisou-se vigas com propriedades dos materiais, condições ambientais, largura da seção transversal e carregamentos idênticos (exceto o peso próprio), variando a altura entre 50 e 70 cm. Constatou-se que os limites de tensão de tração no ELS-D e de compressão no ELU-ATO para a borda inferior, definiram os intervalos que atenderam, simultaneamente, ELS-F, ELS-D e ELU-ATO. Para vigas de menor altura, o intervalo comum de soluções tornou-se mais restrito e o ELU passou a ser determinante no dimensionamento da armadura longitudinal, o que não ocorreu para as vigas mais altas.

Palavras-chave: Concreto protendido. Pós-tração. Estados limites. Verificações de segurança.

ABSTRACT

In the design of prestressed concrete structural elements, due to the fact that prestressing introduces actions in the structure, the limit states of crack formation service (SLS-F), decompression (SLS-D), and the ultimate limit state in the act of prestressing (ULS-ACT) are determinants in the dimensioning of the longitudinal reinforcement (A_p). In most cases, the longitudinal reinforcement required for the limit states is not exact, and the solution, if any, is within a range of values defined by the voltage limits of the SLS-F, SLS-D, and ULS-ACT. In this context, this paper aimed to verify, analytically, the limit states, service or ultimate, determinants in the calculation of A_p of unbonded post-tensioned beams. For this purpose, beams with material properties, environmental conditions, the width of the cross-section, and identical loads (except for their own weight) were analyzed, varying the height between 50 and 70 cm. It was found that the limits of tensile stress in the SLS-D and compression in the ULS-ACT for the lower edge, defined the intervals that were requested, simultaneously, by SLS-F, SLS-D, and ULS-ACT. For beams of lower height, the common range of solutions became more restricted and the ULS became decisive in the dimensioning of the longitudinal reinforcement, which did not occur for the higher beams.

Keywords: Prestressed concrete. Post-traction. Limit states. Security checks.

1 Introdução

O desenvolvimento de técnicas de protensão ampliou as possibilidades de construções em concreto, permitindo a competição com as estruturas de aço, sobretudo pontes com grandes vãos, edifícios altos e edificações em ambiente marinho (HUSSIEN *et al.*, 2012).

No dimensionamento de estruturas protendidas, as tensões de tração por flexão, oriundas do carregamento externo, são combatidas pelas armaduras de aço comum e de protensão, denominadas, respectivamente, armaduras passivas e ativas. A armadura ativa, além de resistir aos carregamentos externos atuantes, promove a compressão do elemento estrutural, resultando em grandes benefícios como: a redução das tensões de tração na seção transversal; a diminuição, ou até mesmo a eliminação, de fissuras (possibilitando a permanência no Estádio I ao longo de sua vida útil); o controle das deformações e o alívio do esforço cortante solicitante, promovido pela componente de força vertical em cabos inclinados (SOUZA JUNIOR; OLIVEIRA, 2016).

Atualmente, tais benefícios têm contribuído para que a protensão seja considerada uma tecnologia madura, propiciando soluções estruturais eficientes, elegantes e econômicas para as mais variadas aplicações (HUSSIEN *et al.*, 2012).

Todo elemento estrutural deve atender, simultaneamente, aos estados limites de serviço (ELS) e último (ELU). O ELU está relacionado à segurança estrutural, sendo alcançado quando o elemento é solicitado até o esgotamento de sua capacidade resistente e, conseqüentemente, atingindo o colapso parcial ou total da estrutura. Por outro lado, o ELS refere-se ao desempenho dos elementos estruturais em condições de utilização, o qual é atingido quando a edificação deixa de ter seu uso pleno e adequado devido ao mau comportamento da estrutura (deformações excessivas e grau de fissuração elevado são alguns exemplos). Vale ressaltar que o ELS não se trata da ruína propriamente dita, mas de situações que podem provocar danos intoleráveis em elementos não estruturais, gerando desconforto aos usuários (KIMURA, 2007; ARAUJO, 2010).

Em estruturas protendidas, as armaduras ativas fornecem uma contribuição significativa para a segurança nos estados limites último e de serviço (CERVENKA; GANZ, 2014). Em situações de utilização, vigas pós-tracionadas, com e sem aderência,

apresentam comportamento semelhante. Contudo, no estado limite último comportam-se de modo distinto. No caso de estruturas com protensão sem aderência, não há compatibilidade de deformações entre o aço e o concreto que o envolve. Assim o acréscimo de tensão na armadura devido ao carregamento não depende da seção, ao contrário das vigas pós-tracionadas com aderência, mas sim da deformação de todo o elemento (NAAMAN; ALKHAIRI, 1991; MANISEKAR e SENTHIL, 2006; LOU; LOPES; LOPES, 2013).

Visando calcular o acréscimo de tensão da armadura ativa e compreender o comportamento de vigas pós-tracionadas sem aderência no ELU, equações empíricas e semiempíricas foram propostas por pesquisadores, com destaque aos trabalhos de Alkhaiir e Naaman (1993), Ament *et al.* (1997), Moon e Burns (1997), Allouche *et al.* (1999), Ariyawardena e Ghali (2002), Barbieri, Gastal e Campos Filho (2006), Dall'Asta, Ragni e Zona (2007), He e Liu (2010), Vu, Castel e François (2010), Lee e Kim (2011), Yang e Kang (2011), Harajli (2012) e Lou, Lopes e Lopes (2013). Pautados em investigações teóricas, numéricas e/ou experimentais, tais estudos têm colaborado para o entendimento do assunto e contribuído para revisões de diversos documentos normativos internacionais.

No Brasil, o documento ABNT NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) normatiza o dimensionamento de elementos estruturais em concreto protendido. O mesmo prescreve que, em razão da introdução de ações na estrutura pela protensão, as verificações do estado limite último no ato da protensão (ELU-ATO) e dos estados limites de serviço de formação de fissuras (ELS-F) e de descompressão (ELS-D), não exigidas em peças de concreto armado, devem ser atendidas, em muitos casos de modo simultâneo. Assim, no concreto protendido, os estados limites ELS-F, ELS-D e ELU-ATO são determinantes no cálculo da armadura longitudinal, o que não ocorre no concreto armado, tendo em vista que no estado limite último (ELU), o momento solicitante de cálculo, adotado no equilíbrio da seção, é significativamente superior ao que realmente poderá atuar nas condições de utilização.

Diante do exposto, o presente trabalho teve como objetivo apresentar, conforme prescrições da ABNT NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014), informações acerca dos estados limites últimos e de serviço de vigas pós-tracionadas sem aderência. Além disso, apresentou-se o roteiro de cálculo para a determinação de armaduras ativas por

meio da superposição dos intervalos de soluções que atendessem aos ELS-F, ELS-D e ELU-ATO, verificando quais os estados limites determinantes no cálculo da armadura longitudinal para vigas de diferentes seções transversais.

2 Fundamentação teórica

Para compreender o dimensionamento das armaduras ativas que atendem aos estados ELS e ELU, apresentam-se os conceitos teóricos, as exigências normativas e os limites de tensão segundo as premissas da ABNT NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014).

2.1 Estados Limites de Serviço

Visando garantir a proteção adequada das armaduras quanto à corrosão, no dimensionamento de elementos estruturais em concreto armado e protendido, a ABNT NBR 6118/2014 estabelece valores limites de abertura característica de fissuras (w_k) em função da classe de agressividade ambiental (CAA). A Tabela 1 ilustra para cada CAA (I, II, III e IV), o nível de protensão exigido, os estados limites de serviço a serem atendidos e a respectiva combinação de ação a ser utilizada nas verificações de elementos pós-tracionados.

Tabela 1 – Durabilidade em função da classe de agressividade ambiental para elementos pós-tracionados.

CAA	NÍVEL DE PROTENSÃO	ELS	COMBINAÇÃO
I e II	Nível I (protensão parcial)	ELS-W	Combinação frequente
III e IV	Nível II (protensão limitada)	ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D	Combinação quase permanente

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014).

Da Tabela 1, a abertura de fissuras somente é permitida para nível I de protensão, com $w_k \leq 0,2$ mm, de modo a atender ao estado limite de abertura de fissuras (ELS-W). Para nível II de protensão, a norma ABNT NBR 6118/2014 não permite certo nível de fissuração, exigindo o atendimento simultâneo do

ELS-F e ELS-D por meio das combinações de ação frequente (CF) e quase permanente (CQP).

O ELS-F e o ELS-D são atendidos quando as tensões normais nas bordas inferior (σ_i - Equação 1) e superior (σ_s - Equação 2), resultantes da superposição de tensões provenientes dos efeitos da protensão (parcela I - Equações 1 e 2) e dos carregamentos atuantes (parcela II - Equações 1 e 2), forem inferiores a um determinado limite de tensão.

$$\sigma_i = + \overbrace{\frac{N_{p,t=\infty}}{A_c} + \frac{N_{p,t=\infty} \cdot e}{W_i}}^I - \overbrace{\frac{M_{g,t}}{W_i} + \frac{\psi \cdot M_q}{W_i}}^{II} \quad (1)$$

$$\sigma_s = + \overbrace{\frac{N_{p,t=\infty}}{A_c} - \frac{N_{p,t=\infty} \cdot e}{W_s}}^I + \overbrace{\frac{M_{g,t}}{W_s} + \frac{\psi \cdot M_q}{W_s}}^{II} \quad (2)$$

onde: $N_{p,t=\infty}$, e , M_{gt} , M_q , ψ , A_c , W_i , W_s denotam, respectivamente, a força de protensão no tempo infinito (com perdas de protensão), a excentricidade do cabo representante (distância do centro de gravidade da seção à posição do cabo), os momentos atuantes devido à carga permanente e acidental, o fator de redução de combinação ($\psi = \psi_1 = 0,4$ para CF e $\psi = \psi_2 = 0,3$ para CQP), a área e os módulos de resistência (inferior e superior) da seção transversal.

Destaca-se que, no caso de vigas biapoiadas, a parcela $(N_{p,t=\infty} \cdot e)/W$ apresenta sinal oposto ao das parcelas $(M_{gt})/W$ e $(\psi \cdot M_q)/W$, uma vez que os momentos positivos (M_{gt} e M_q) provocam tensões normais de compressão (+) na borda superior e tensões normais de tração (-) na borda inferior. Por outro lado, o momento oriundo da protensão ($N_{p,t=\infty} \cdot e$) gera tensões normais de tração (-) na borda superior e de compressão (+) na borda inferior. Ademais, a parcela $(N_{p,t=\infty}/A_c)$ sempre provocará tensões de compressão nas seções analisadas, independente se a verificação é realizada na borda inferior ou superior. Portanto, esta parcela é sempre acompanhada do sinal positivo (+).

No ELS-D não deve ocorrer tensões normais de tração ($\sigma_{t,lim} = 0$), sendo que, em um ou mais pontos da seção transversal, a tensão normal deve ser nula. Por sua vez, para o ELS-F a tensão máxima de tração deve ser inferior à resistência à tração do concreto, expressa pela Equação 3. Em ambos os estados limites

de serviço, as tensões de compressão devem atender ao estado limite de compressão excessiva (ELS-CE), apresentado pela Equação 4.

$$\sigma_{t,lim} = 1,5 \cdot f_{ct,inf} = 1,05 \cdot f_{ctm} = 0,315 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (3)$$

$$\sigma_{c,lim} = 0,7 \cdot f_{ck} \quad (4)$$

Nas Equações 3 e 4, $f_{ct,inf}$ denota a resistência à tração inferior do concreto (obtida por meio da resistência média à tração do concreto, f_{ctm}), e f_{ck} corresponde à resistência característica à compressão do concreto aos 28 dias.

2.2 Estados limites últimos

A segurança em relação ao estado limite último no ato da protensão (ELU-ATO) é assegurada quando as tensões σ_i (Equação 5) e σ_s (Equação 6) não ultrapassam as tensões limites de tração e compressão – vide Equações 5 e 6.

$$\sigma_i = + \frac{\gamma_p \cdot N_{p,t=0}}{A_c} + \frac{\gamma_p \cdot N_{p,t=0} \cdot e}{W_i} - \frac{M_{g,t}}{W_i} \quad (5)$$

$$\sigma_s = + \frac{\gamma_p \cdot N_{p,t=0}}{A_c} - \frac{\gamma_p \cdot N_{p,t=0} \cdot e}{W_s} + \frac{M_{g,t}}{W_s} \quad (6)$$

Nas Equações 5 e 6, considera-se o coeficiente de ponderação da força de protensão (γ_p) igual a 1,1, a força de protensão no tempo zero ($N_{p,t=0}$ – considerando apenas as perdas imediatas) e o momento devido aos carregamentos permanentes atuantes ($M_{g,t}$). Nessa etapa, é comum atuarem apenas os carregamentos provenientes do peso próprio dos elementos, uma vez que a protensão é aplicada, alguns dias após a concretagem. Os sinais das parcelas das Equações 5 e 6 seguem princípio análogo ao discutido para as Equações 1 e 2.

$$\sigma_{t,lim} = 1,2 \cdot f_{ctm} = 0,36 \cdot \sqrt[3]{f_{ck,j}^2} \quad (7)$$

$$\sigma_{c,lim} = 0,7 \cdot f_{ck,j} \quad (8)$$

, onde $f_{ck,j}$ corresponde à resistência característica à compressão do concreto, prevista para a idade j de aplicação da protensão.

Cabe destacar que os termos das Equações 1, 2, 5 e 6, advindos da Resistência dos Materiais, foram formulados considerando as simplificações de homogeneidade e isotropia dos materiais. Todavia, em razão da aplicação da protensão, na maioria dos casos, há a eliminação das tensões normais de tração na seção transversal, o que implica a não ocorrência de fissuras no material (concreto trabalhando no estágio I) e na consideração de que, nestas condições, o concreto tem comportamento elástico-linear. Esse fato valida a aplicação das Equações 1, 2, 5 e 6, simplificando o dimensionamento.

A área de aço de armadura ativa (A_p) necessária para atender o estado limite último (ELU) é determinada por meio da Equação 9, na qual M_d , d , k_z e σ_{pd} denotam, respectivamente: o momento solicitante de cálculo, dado pela combinação última de esgotamento da capacidade resistente (com γ_g e γ_q igual a 1,4); a altura útil da seção transversal; o coeficiente adimensional que relaciona o braço de alavanca (z) e d (obtido pela Tabela 2); e a tensão de cálculo na armadura ativa atuante no ELU.

$$A_p = \frac{M_d}{k_z \cdot d \cdot \sigma_{pd}} \quad (9)$$

, no qual o parâmetro σ_{pd} expresso pela Equação 10, com $\sigma_{p,t=\infty}$ consistindo na tensão atuante na armadura ativa no tempo infinito, $\Delta\sigma_p$ corresponde ao acréscimo de tensão na armadura ativa devido ao carregamento e γ_s refere-se ao coeficiente de ponderação da resistência do aço ($\gamma_s = 1,15$).

$$\sigma_{pd} = \frac{\sigma_{p,t=\infty} + \Delta\sigma_p}{\gamma_s} \quad (10)$$

De acordo com a ABNT NBR 6118/2014, para elementos com relação vão efetivo (L_{ef}) por d menor ou igual a 35 ($L_{ef}/d \leq 35$), o valor de $\Delta\sigma_p$ é determinado pela Equação 11. Caso contrário, $L_{ef}/d > 35$, e o parâmetro $\Delta\sigma_p$ é obtido na Equação 12.

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{100 \cdot \rho_p} \quad (11)$$

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{300 \cdot \rho_p} \quad (12)$$

, com ρ_p denotando a taxa geométrica de armadura ativa, obtida pela Equação 13, na qual b_w corresponde à largura da seção transversal do elemento estrutural. Vale ressaltar que para a determinação de $\Delta\sigma_p$, adota-se f_{ck} em MPa, sendo que o valor resultante das Equações 11 e 12 não deve ultrapassar, respectivamente, 420 MPa e 210 MPa.

$$\rho_p = \frac{A_p}{b_w \cdot d} \quad (13)$$

Para determinar o parâmetro A_p , por meio da Equação 9, faz-se necessário, a princípio, o cálculo de ρ_p pela Equação 13, que, por sua vez, ocorre em função de A_p , tornando o cálculo iterativo. Como solução, atribui-se, na Equação 13, um valor de A_p estimado (valor qualquer) e determina-se o valor de ρ_p pela Equação 9. Tal procedimento deve ser feito quantas vezes forem necessárias até a convergência da solução ($A_p - \text{Eq. 9} = A_p - \text{Eq. 13}$).

Para a determinação do valor de k_z na Tabela 2, faz-se necessário o cálculo do coeficiente adimensional KMD por meio da Equação 14, onde f_{cd} denota a resistência de cálculo do concreto, obtida pela razão entre o valor de f_{ck} adotado e o coeficiente de ponderação da resistência do concreto ($\gamma_c = 1,4$).

Tabela 2 – Valores para cálculo de armadura longitudinal de seções retangulares com $f_{ck} \leq 50$ MPa.

KMD	k_x	k_z	ϵ_c (‰)	ϵ_s (‰)	KMD	k_x	k_z	ϵ_c (‰)	ϵ_s (‰)	KMD	k_x	k_z	ϵ_c (‰)	ϵ_s (‰)
0,010	0,015	0,994	0,15	10,00	0,100	0,157	0,937	1,86	10,00	0,180	0,301	0,880	3,50	8,13
0,020	0,030	0,988	0,31	10,00	0,105	0,165	0,934	1,98	10,00	0,185	0,311	0,876	3,50	7,77
0,030	0,045	0,982	0,47	10,00	0,110	0,174	0,930	2,10	10,00	0,190	0,320	0,872	3,50	7,42
0,035	0,053	0,979	0,55	10,00	0,115	0,182	0,927	2,23	10,00	0,195	0,330	0,868	3,50	7,09
0,040	0,060	0,976	0,64	10,00	0,120	0,191	0,924	2,36	10,00	0,200	0,340	0,864	3,50	6,78
0,045	0,068	0,973	0,73	10,00	0,125	0,200	0,920	2,50	10,00	0,205	0,351	0,860	3,50	6,48
0,050	0,076	0,970	0,82	10,00	0,130	0,209	0,917	2,64	10,00	0,210	0,361	0,856	3,50	6,20
0,055	0,084	0,967	0,91	10,00	0,135	0,217	0,913	2,78	10,00	0,215	0,371	0,851	3,50	5,93
0,060	0,092	0,963	1,01	10,00	0,140	0,226	0,909	2,93	10,00	0,220	0,382	0,847	3,50	5,67
0,065	0,100	0,960	1,11	10,00	0,145	0,235	0,906	3,08	10,00	0,225	0,393	0,843	3,50	5,42
0,070	0,108	0,957	1,21	10,00	0,150	0,245	0,902	3,24	10,00	0,230	0,403	0,839	3,50	5,18
0,075	0,116	0,954	1,31	10,00	0,155	0,254	0,899	3,40	10,00	0,235	0,414	0,834	3,50	4,95
0,080	0,124	0,950	1,41	10,00	0,160	0,263	0,895	3,50	9,81	0,240	0,425	0,830	3,50	4,73
0,085	0,132	0,947	1,52	10,00	0,165	0,272	0,891	3,50	9,35	0,245	0,437	0,825	3,50	4,52
0,090	0,140	0,944	1,63	10,00	0,170	0,282	0,887	3,50	8,92	0,250	0,448	0,821	3,50	4,31
0,095	0,149	0,941	1,74	10,00	0,175	0,291	0,883	3,50	8,52	0,251	0,450	0,820	3,50	4,28

Fonte: Adaptado de Carvalho (2012).

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (14)$$

Destaca-se da Tabela 2 que k_x corresponde ao coeficiente adimensional obtido pela razão entre a profundidade da linha neutra (x) por d , enquanto ϵ_c e ϵ_s denotam, respectivamente, às deformações específicas de encurtamento do concreto e de

alongamento do aço. Para proporcionar adequado comportamento dúctil, a ABNT NBR 6118/2014 prescreve, para concretos $f_{ck} \leq 50$ MPa, que o valor máximo de k_x não deve ultrapassar 0,45. Visto isso, na Tabela 2 são fornecidos valores de k_z , ϵ_c e ϵ_s até o limite de k_x especificado pelo documento normativo brasileiro. Ademais, conhecido o par de deformações específicas (ϵ_c e ϵ_s) é possível determinar o domínio em que a peça atingirá o ELU.

3 Material e métodos

3.1 Material

Com o intuito de obter a área de armadura ativa necessária para atender ao ELU e o intervalo de A_p que atenda, simultaneamente, aos estados limites ELS-F, ELS-D e ELU-ATO, adotou-se cinco vigas isostáticas biapoiadas, com CAA III. Nas vigas, manteve-se fixo

a resistência característica à compressão do concreto, o vão teórico, os carregamentos atuantes (exceto g_1 - peso próprio) e a largura da seção transversal. A variável escolhida para estudo foi a altura da viga, variada a cada 0,05 m, entre 0,50 m a 0,70 m. As Tabelas 3 e 4 apresentam, respectivamente, as características geométricas e os carregamentos atuantes nas vigas adotadas.

Tabela 3 – Dados geométricos das vigas adotadas.

SEÇÃO	DADOS GEOMÉTRICOS									
	b_w (m)	h (m)	A_c (m ²)	I_c (m ⁴)	W_i (m ³)	W_s (m ³)	d (m)	e (m)	L_{ef} (m)	L_{ef}/d
25x50	0,25	0,50	0,1250	0,0026	0,0104	0,0104	0,46	0,21		22,17
25x55	0,25	0,55	0,1375	0,0035	0,0126	0,0126	0,51	0,24		20,00
25x60	0,25	0,60	0,1500	0,0045	0,0150	0,0150	0,56	0,26	10,20	18,21
25x65	0,25	0,65	0,1625	0,0057	0,0176	0,0176	0,61	0,29		16,72
25x70	0,25	0,70	0,1750	0,0071	0,0204	0,0204	0,66	0,31		15,45

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 4 – Carregamentos atuantes nas vigas adotadas.

SEÇÃO (cm)	CARREGAMENTOS ATUANTES			
	g_1 (kN/m)	g_2 (kN/m)	g_3 (kN/m)	q (kN/m)
25x50	3,13			
25x55	3,44			
25x60	3,75	8,30	5,00	2,50
25x65	4,06			
25x70	4,38			

Fonte: Elaboração própria.

Da Tabela 3 e 4, h e I_c são, respectivamente, a altura e o momento de inércia da seção transversal; g_1 , g_2 e g_3 correspondem, de forma respectiva, aos carregamentos oriundos do peso próprio das vigas, da laje e do revestimento e q refere-se à carga acidental proveniente do uso. Ressalta-se que os carregamentos foram determinados seguindo as prescrições da ABNT NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2019).

No que diz respeito às propriedades mecânicas dos materiais, adotou-se nas verificações dos estados limites das vigas analisadas os valores apresentados na Tabela 5, com os parâmetros f_{ptk} , f_{pyk} , \emptyset e A_{cord} representando, respectivamente, a resistência característica à tração, a resistência convencional ao escoamento, o diâmetro e a área da seção transversal da armadura ativa adotada.

Tabela 5 – Propriedades mecânicas dos materiais.

CONCRETO		AÇO ATIVO (CP190-RB)			
f_{ck} (MPa)	f_{ckj} (MPa)	f_{ptk} (MPa)	f_{pyk} (MPa)	\emptyset (mm)	A_{cord} (cm ²)
40	21	1900	1700	12,7	1

Fonte: Elaboração própria.

3.2 Métodos

O valor adotado correspondente à tensão aplicada na cordoalha pelo equipamento de tração (σ_{pi} – tensão inicial) foi de 150 kN/cm², respeitando o limite estabelecido pela ABNT NBR 6118/2014, dado pela Equação 15.

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,80 \cdot f_{ptk} \\ 0,88 \cdot f_{pyk} \end{cases} \quad (15)$$

As tensões na cordoalha nos tempos zero ($\sigma_{p,t=0}$) e infinito ($\sigma_{p,t=\infty}$) foram determinadas adotando-se, respectivamente, uma perda de protensão de 13,33% e 20%, o que resultou no valor de 130 kN/cm² e 120 kN/cm². De acordo com Kelley (2000), tratando-se de cordoalhas engraxadas de aço CP190-RB (diâmetro de 12,7 mm), o emprego dos valores de tensão aqui adotados é prática usual nos Estados Unidos, país onde

o uso da protensão é bem difundido. Segundo Lyn e Burns (1981), para condições usuais, tal consideração conduz a boas estimativas de perdas de protensão.

Para a determinação dos extremos do intervalo de A_p que atendesse os estados limites de serviço ELS-F e ELS-D, partindo do conceito de tensão, substituiu-se $N_{p,t=\infty}$ (Equação 16) e os limites de tensão (Equações 3 e 4) nas Equações 1 e 2. Isolando A_p , obteve-se as Equações 17 e 18, que fornecem, respectivamente, o valor mínimo e máximo de A_p de modo a não ultrapassar as tensões limites de tração e compressão na borda inferior. Além disso, as Equações 19 e 20 estabelecem o valor máximo e mínimo de A_p para que não ocorra, respectivamente, tensões de tração e compressão na borda superior. Nas Equações 17 e 19, adotou-se $\sigma_{t,lim} = -1,05 \cdot f_{ctm}$ para o ELS-F e $\sigma_{t,lim} = 0$ para o ELS-D.

$$N_{p,t=\infty} = \sigma_{p,t=\infty} \cdot A_p \quad (16)$$

$$A_p \geq \frac{\sigma_{t,lim} + \frac{\psi \cdot M_q}{W_i} + \frac{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}}{W_i}}{\frac{\sigma_{p,t=\infty}}{A_c} + \frac{\sigma_{p,t=\infty} \cdot e}{W_i}} \quad (17)$$

$$A_p \leq \frac{0,7 \cdot f_{ck} + \frac{\psi \cdot M_q}{W_i} + \frac{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}}{W_i}}{\frac{\sigma_{p,t=\infty}}{A_c} + \frac{\sigma_{p,t=\infty} \cdot e}{W_i}} \quad (18)$$

$$A_p \leq \frac{\sigma_{t,lim} - \frac{\psi \cdot M_q}{W_s} - \frac{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}}{W_s}}{\frac{\sigma_{p,t=\infty}}{A_c} - \frac{\sigma_{p,t=\infty} \cdot e}{W_s}} \quad (19)$$

$$A_p \geq \frac{0,7 \cdot f_{ck} - \frac{\psi \cdot M_q}{W_s} - \frac{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}}{W_s}}{\frac{\sigma_{p,t=\infty}}{A_c} - \frac{\sigma_{p,t=\infty} \cdot e}{W_s}} \quad (20)$$

De modo análogo ao especificado para o ELS-F e ELS-D, na determinação dos valores de A_p que atendesse ao ELU-ATO, considerou-se como momentos atuantes: M_{g1} e M_{g2} . Nesse processo, substituiu-se $N_{p,t=0}$ (Equação 21) e os limites de tensão

(Equações 7 e 8) nas Equações 5 e 6. Dessa maneira, isolando-se A_p , resultaram as Equações 22, 23, 24 e 25.

As Equações 22 e 23, acarretam, respectivamente, no valor mínimo e máximo de A_p para que não se excedam os limites de tensão de tração e de compressão na borda inferior, enquanto as Equações 24 e 25 estabelecem, respectivamente, o valor máximo e mínimo de A_p de modo a não ultrapassar os limites de tensão de tração e compressão na borda superior.

$$N_{p,t=0} = \sigma_{p,t=0} \cdot A_p \quad (21)$$

$$A_p \geq \frac{-1,2 \cdot f_{ctm} + \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_i}}{\frac{\gamma_p \cdot \sigma_{p,t=0}}{A_c} + \frac{\gamma_p \cdot \sigma_{p,t=0} \cdot e}{W_i}} \quad (22)$$

$$A_p \leq \frac{0,7 \cdot f_{ck,j} + \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_i}}{\frac{\gamma_p \cdot \sigma_{p,t=0}}{A_c} + \frac{\gamma_p \cdot \sigma_{p,t=0} \cdot e}{W_i}} \quad (23)$$

$$A_p \leq \frac{-1,2 \cdot f_{ctm} - \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_i}}{\frac{\gamma_p \cdot \sigma_{p,t=0}}{A_c} - \frac{\gamma_p \cdot \sigma_{p,t=0} \cdot e}{W_i}} \quad (24)$$

$$A_p \geq \frac{0,7 \cdot f_{ck,j} - \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_i}}{\frac{\gamma_p \cdot \sigma_{p,t=0}}{A_c} - \frac{\gamma_p \cdot \sigma_{p,t=0} \cdot e}{W_i}} \quad (25)$$

Para a determinação de A_p necessária para atender o ELU, fez-se uso da Equações 9 a 14. Como ponto de partida, adotou-se na Equação 13 o valor de A_p fornecido pela Equação 26, considerando o equilíbrio de 100% do peso próprio dos elementos estruturais (g_1 e g_2) pela protensão.

$$A_p = \frac{(g_1 + g_2) \cdot L_{ef}^2}{8 \cdot e \cdot \sigma_{p,t=\infty}} \quad (26)$$

Ademais, assumiu-se a força de protensão ($N_{p,t=0}$ e $N_{p,t=\infty}$) constante ao longo do comprimento da viga, com verificações de tensões efetuadas no meio do vão,

pois esta é a seção em que atua a maior intensidade do momento fletor e da excentricidade do cabo representante.

4 Resultados e discussão

Na Tabela 6 são apresentados os valores de A_p , obtidos por meio da Equação 9, que atenderam ao

ELU e aos intervalos determinados pelas Equações 17 a 20 e 22 a 25 que correspondem, respectivamente, aos estados limites ELS-F e ELS-D e ELU-ATO das vigas estudadas.

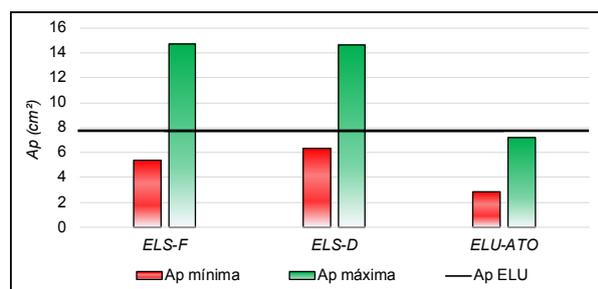
As Figura 1, 2, 3, 4 e 5 ilustram os resultados da Tabela 6, graficamente.

Tabela 6 – Resultados de A_p para atender aos estados limites de serviço e último.

SEÇÃO (cm)	ELS-F (cm ²)	ELS-D (cm ²)	ELU-ATO (cm ²)	INTERVALO COMUM (cm ²)	ELU (cm ²)
25x50	$5,35^{Ti} \leq A_p \leq 14,72^{Ci}$	$6,35^{Ti} \leq A_p \leq 14,63^{Ci}$	$2,86^{Ti} \leq A_p \leq 7,19^{Ci}$	$6,35^{Ti} \leq A_p \leq 7,19^{Ci}$	7,71
25x55	$4,70^{Ti} \leq A_p \leq 14,89^{Ci}$	$5,80^{Ti} \leq A_p \leq 13,22^{Ts}$	$2,53^{Ti} \leq A_p \leq 7,23^{Ci}$	$5,80^{Ti} \leq A_p \leq 7,23^{Ci}$	6,72
25x60	$4,15^{Ti} \leq A_p \leq 15,10^{Ts}$	$5,36^{Ti} \leq A_p \leq 12,06^{Ts}$	$2,25^{Ti} \leq A_p \leq 7,33^{Ci}$	$5,36^{Ti} \leq A_p \leq 7,33^{Ci}$	5,99
25x65	$3,69^{Ti} \leq A_p \leq 14,32^{Ts}$	$4,99^{Ti} \leq A_p \leq 11,11^{Ts}$	$2,00^{Ti} \leq A_p \leq 7,46^{Ci}$	$4,99^{Ti} \leq A_p \leq 7,46^{Ci}$	5,40
25x70	$3,27^{Ti} \leq A_p \leq 13,71^{Ts}$	$4,68^{Ti} \leq A_p \leq 10,33^{Ts}$	$1,78^{Ti} \leq A_p \leq 7,62^{Ci}$	$4,68^{Ti} \leq A_p \leq 7,62^{Ci}$	4,93

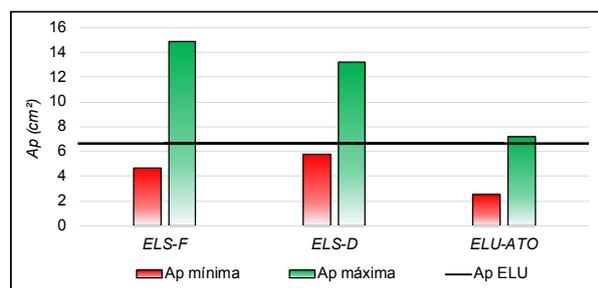
Fonte: Elaboração própria.

Figura 1 – Influência dos estados limites na determinação de A_p para a viga de seção 25x50 cm.



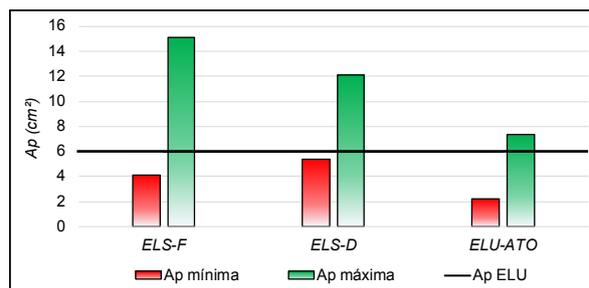
Fonte: Elaboração própria.

Figura 2 – Influência dos estados limites na determinação de A_p para a viga de seção 25x55 cm.



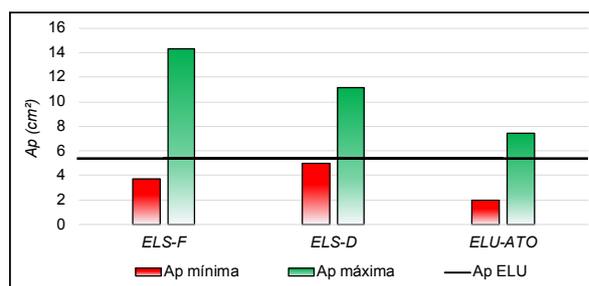
Fonte: Elaboração própria.

Figura 3 – Influência dos estados limites na determinação de A_p para a viga de seção 25x60 cm.



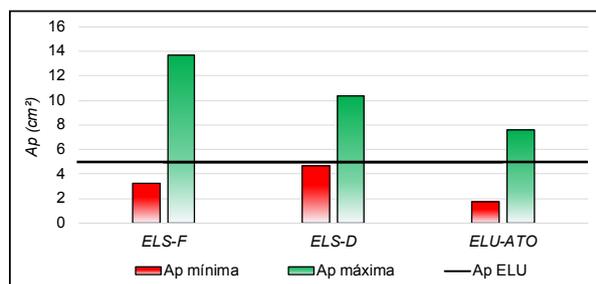
Fonte: Elaboração própria.

Figura 4 – Influência dos estados limites na determinação de A_p para a viga de seção 25x65 cm.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 5 – Influência dos estados limites na determinação de A_p para a viga de seção 25x70 cm.



Fonte: Elaboração própria.

Com exceção das seções transversais de 25x50 cm e 25x55 cm, os extremos do intervalo de valores de A_p que atenderam ao ELS-F, foram determinados pela condição de tensão de tração nas bordas inferior (T_i - Tabela 6, Equação 17) e superior (T_s - Tabela 6, Equação 19). Além disso, também para as seções transversais de 25x50 cm e 25x55 cm, a condição determinante dos extremos superiores do intervalo (respectivamente: $A_p \leq 14,72$ e $A_p \leq 14,89$) foi o limite de tensão de compressão na borda inferior (C_i - Tabela 6, Equação 18).

Analogamente ao ELS-F, com exceção da seção transversal 25x50 cm, as condições limites de tensão de tração na borda inferior (Equação 17) e superior (Equação 19) definiram os extremos dos intervalos de A_p que atenderam ao ELS-D.

Para que em um ponto da seção transversal a tensão seja nula, não havendo tração no restante da seção (definição do ELS-D), deve-se assumir como A_p os extremos dos intervalos determinados. Todavia, em termos de projeto, a solução é dada por um valor de A_p inteiro (uma vez que a A_{cord} é considerada igual a 1 cm²). Por esse motivo, os extremos do intervalo não resultam em uma solução real. Portanto, na prática, o ELS-D é atendido adotando-se valores de A_p compreendidos nos intervalos determinados, os quais acarretam em compressão de todos os pontos da seção transversal.

Para todas as seções transversais, os valores de A_p que atenderam ao ELU-ATO estiveram contidos nos intervalos com limite inferior e superior definidos, respectivamente, pela condição de tração (Equação 22) e compressão (Equação 23) na borda inferior.

A superposição dos intervalos de A_p do ELS-F, ELS-D e ELU-ATO resultou no intervalo comum apresentado na Tabela 6. Em todas as seções analisadas, os extremos inferior e superior, deste intervalo, foram definidos, respectivamente, pela

condição limite de tensão de tração no ELS-D (Equação 17) e compressão no ELU-ATO (Equação 23), ambos na borda inferior. Desse modo, o uso das Equações 17 e 23 podem auxiliar o projetista no pré-dimensionamento da armadura ativa.

Para a seção de 25x50 cm, a armadura dimensionada no ELU ($A_p = 7,71$ cm²) foi superior ao intervalo comum ($6,35$ cm² $\leq A_p \leq 7,19$ cm²), evidenciando que para vigas de menor altura, o ELU é determinante no cálculo de A_p . Tal fenômeno não ocorreu para as vigas mais altas, em que os estados limites de serviço ELS-D e ELU-ATO mostraram ser críticos. No caso da seção de 25x50 cm, como solução, pode-se adotar um valor de A_p compreendido no intervalo determinado e no ELU compensar a armadura ativa faltante com armadura passiva. Como nas demais seções transversais analisadas a armadura necessária para atender o ELU enquadrou-se dentro do intervalo comum, não é preciso calcular a armadura passiva, bastando apenas escolher um valor de A_p do intervalo e adotar armadura passiva mínima.

5 Considerações

Este trabalho teve o objetivo de ampliar o conhecimento quanto aos estados limites de vigas pós-tracionadas sem aderência, apresentando a metodologia de cálculo da armadura ativa por meio da superposição dos intervalos de soluções. Considerando os resultados obtidos, pode-se concluir que:

(a) no dimensionamento de vigas pós-tracionadas sem aderência, para o caso de CAA III e IV, não há a necessidade de verificar o ELS-F, uma vez que atendendo ao ELS-D (mais crítico), atende-se simultaneamente ao ELS-F;

(b) as Equações 17 e 23 podem ser adotadas por projetistas para o pré-dimensionamento da armadura ativa, uma vez que em todas as seções analisadas, o intervalo comum de soluções foi definido pela condição limite de tensão de tração (ELS-D) e compressão (ELU-ATO) na borda inferior, expressas por tais equações;

(c) no dimensionamento da armadura ativa, os estados limites ELS-D e ELU-ATO mostraram ser os mais críticos. Ainda nesse contexto, notou-se que, conforme a altura da seção transversal das vigas foi reduzida, o intervalo comum de soluções se tornou mais restrito e o ELU passou a ser determinante.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT. **ABNT NBR 6118**: projeto

de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro (Brasil): ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT. **ABNT NBR 6120**: ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro (Brasil): ABNT, 2019.

ALKHAIRI, F. M.; NAAMAN, A. E. Analysis of beams prestressed with unbonded internal or external tendons. **ASCE Journal of Structural Engineering**, v. 119, n. 9, p. 2680-2700, 1993.

ALLOUCHE, E. N. *et al.* Tendon stress in continuous unbonded prestressed concrete members – Part 2: parametric study. **PCI Journal**, v. 44, n. 1, p. 60-73, 1999.

AMENT, J. M.; CHAKRABARTI, P. R.; PATUCHA, C. S. Comparative statistical study for the ultimate stress in unbonded post-tensioning. **ACI Structural Journal**, v. 94, n. 2, p. 171-180, 1997.

ARAUJO, J. M. **Curso de concreto armado**. Volume 2. 3. ed. Rio Grande (Brasil): Dunas, 2010.

ARIYAWARDENA, N.; GHALI, A. Prestressing with unbonded internal or external tendons: analysis and computer model. **ASCE Journal of Structural Engineering**, v. 128, n. 12, p. 1493-1501, 2002.

BARBIERI, R. A.; GASTAL, F. P. S. L.; CAMPOS FILHO, A. Numerical model for the analysis of unbonded prestressed members. **ASCE Journal of Structural Engineering**, v. 132, n. 1, p. 34-42, 2006.

CARVALHO, R. C. **Estruturas em concreto protendido**: pré-tração, pós-tensão, cálculo e detalhamento. São Paulo (Brasil): Pini, 2012.

CERVENKA, V.; GANZ, H. R. Validation of post-tensioning anchorage zones by laboratory testing and numerical simulation. **Structural Concrete. Journal of fib**. v.15, n. 2, p. 258-268, 2014.

DALL'ASTA, A.; RAGNI, L.; ZONA, A. Simplified method for failure analysis of concrete beams prestressed with external tendons. **ASCE Journal of Structural Engineering**, v. 131, n. 1, p. 121-131, 2007.

HARAJILI, M. H. Tendon stress at ultimate in continuous unbonded post-tensioned members: Proposed modification of ACI 318, Eq. (18-4) and (18-5). **ACI Structural Journal**, v. 109, n. 2, p. 183-192, 2012.

HE, Z.-Q.; LIU, Z. Stresses in external and internal unbonded tendons: unified methodology and

design equations. **ASCE Journal of Structural Engineering**, v. 136, n. 9, p. 1055-1065, 2010.

HUSSEIN, O. F. *et al.* Behavior of bonded and unbonded prestressed normal and high strength concrete beams. **HBRC Journal**, v. 8, n. 3, p. 239-251, 2012.

KELLEY, G. S. Prestress losses in post-tensioned structures. **PTI Technical Notes**, n. 10, 2000.

KIMURA, A. E. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado**: cálculos de edifícios com o uso de sistemas computacionais. São Paulo (Brasil): Pini, 2007.

LEE, D. H.; KIM, K. S. Flexural strength of prestressed concrete members with unbonded tendons. **Structural Engineering and Mechanics**, v. 38, n. 5, p. 675-696, 2011.

LOU, T.; LOPES, S. M. R.; LOPES, A. V. Nonlinear and time-dependent analysis of continuous unbonded prestressed concrete beams. **Computers and Structures**, v. 119, n. 5, p. 166-176, 2013.

LYN, T. Y.; BURNS, N. H. **Design of prestressed concrete structures**. 3. ed. New York (United States): Wiley, 1981.

MANISEKAR, R.; SENTHIL, R. Stress at ultimate in unbonded post tensioning tendons for simply supported beams: a state-of-the-art review. **Advances in Structural Engineering**, v. 9, n. 3, p. 321-335, 2006.

MOON, J. H.; BURNS, N. H. Flexural behavior of member with unbonded tendons. I: Theory. **ASCE Journal of Structural Engineering**, v. 123, n. 8, p. 1087-1094, 1997.

NAAMAN, E. A.; ALKHAIRI, F. M. Stress at ultimate in unbonded post-tensioning tendons: part 1 – evaluation of the state-of-the-art. **ACI Structural Journal**, v. 88, n. 5, p. 641- 651, 1991.

SOUZA JUNIOR, O. A.; OLIVEIRA, D. R. C. Influência do traçado do cabo na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto protendido. **Revista IBRACON de estruturas e materiais**, v. 9, n. 5, p. 765-795, 2016.

VU, N. A.; CASTEL, A.; FRANÇOIS, R. Response of post-tensioned concrete beams with unbonded tendons including serviceability and ultimate state. **Engineering Structures**, v. 32, n. 2, p. 556-569, 2010.

YANG, K.-H.; KANG, T. H. K. Equivalent strain distribution factor for unbonded tendon stress at ultimate. **ACI Structural Journal**, v. 108, n. 2, p. 217-226, 2011.