Modelagem matemática aplicada no sistema Mandala: um estudo voltado para a produção sustentável

Anderson Kerlly Rodrigues de Sousa [1], Francisco Aureliano Vidal [2], Maria Sueli de Sousa [3]

[1] andersonkerlly@gmail.com. [2] aurelianovidal@hotmail.com. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. [3]sueliufcg2013@gmail.com. Universidade Federal de Campina Grande.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal analisar a melhor forma de produção no sistema Mandala, a partir da construção de um modelo matemático coerente. Nessa perspectiva, a modelagem matemática tem sua importância quando se busca maximizar a produção em ambientes com pouca quantidade de água disponível. Diante dos pressupostos, advém o seguinte questionamento: Qual a melhor forma de se utilizar a modelagem matemática para analisar a produtividade em canteiro no sistema Mandala, de modo a atender aos requisitos de geração de renda para pequenas famílias rurais? Os procedimentos se basearam na aplicação dos métodos: revisão bibliográfica, descritivo, exploratório e quantitativo. Foram usados dados fornecidos em documentos científicos importantes para especificar o modelo matemático e os tipos de culturas para melhor produtividade e renda. Por fim, foram apresentadas as considerações finais enfatizando os resultados a partir dos dados obtidos com o modelo matemático desenvolvido e suas possíveis contribuições para o problema proposto na pesquisa.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Mandala. Recursos hídricos. Produção sustentável.

ABSTRACT

The main purpose of this study is to analyze the best way to build a Mandala garden system from the development of a consistent mathematical model. In this context, mathematical modeling is important since it seeks to maximize production in places with a low amount of available water. Thus, the following question is valid: what is the best way to analyze the productivity of Mandala garden beds that meet the requirements for income-generating in small rural communities? The research procedures used were based on the following methods: bibliographical review, descriptive, exploratory and quantitative data supplied from important scientific research projects to specify the mathematical modeling and types of crops to increase income-generating and productivity. Finally, this study will emphasize the results of the data obtained with the developed mathematical model and its possible contributions to the problem proposed in the research.

Keywords: *Mathematical Modeling. Mandala garden. Water Resources. Sustainable Production.*

SUBMETIDO 26/01/2020 > APROVADO 03/04/2020

1 Introdução

A água tem sua importância primordial pela sua utilidade em diversos segmentos da sociedade. Porém, o manejo das técnicas utilizadas de forma inadequada pode acarretar problemas para uma produção sustentável. Essa questão vem se expandindo por todos os estados e suas respectivas regiões como, por exemplo, a região do Semiárido paraibano, pois, no Nordeste brasileiro, há predominância de variação climática bastante acentuada, com poucos meses de chuva e período longo de estiagem no mesmo ano. Com isso, percebe-se que, neste período de estiagem, ocorrem alto índice de evaporação e redução significativa de precipitação, os quais provocam variações nas distribuições das chuvas.

Mediante esse fato, observa-se que o desenvolvimento de projetos com base na agricultura familiar visa sistematizar a produtividade local tendo em vista a pouca quantidade de água ali presente. No âmbito desses projetos, Sousa (2014) e Alípio (2015) destacam o sistema de produção em forma de Mandala. Este é caracterizado por um conjunto de canteiros circulares circuncêntricos construídos no mesmo terreno, separados por certa distância fixa. Em cada canteiro são cultivados diferentes tipos de culturas. A irrigação deste tipo de sistema de produção segue a curvatura dos canteiros de tal forma que a distribuição da água ocorre de maneira uniforme e sem desperdício.

De acordo com projeto de sustentabilidade, a Mandala é uma forma de produção sustentável que visa atender às necessidades de pequenos produtores rurais, tendo em vista a topografia local, o tipo de solo e a disponibilidade de água. Segundo esses aspectos, é importante frisar que as medidas adotadas na construção do sistema Mandala baseiam-se nas necessidades de conseguir a melhor produtividade das culturas locais. Sendo assim, é importante referenciar a formalização matemática destas medidas, tendo em vista o melhor aproveitamento da área do terreno.

Dessa forma, entende-se que a modelagem matemática tem seu papel decisivo quando auxilia no quesito produção, referenciando as melhores estratégias de construção dos canteiros, a fim de obter a melhor forma de produção.

Diante dos pressupostos, advém o seguinte questionamento: Qual a melhor forma de se utilizar a modelagem matemática para analisar a produtividade em canteiro no sistema Mandala, de modo a atender aos requisitos de geração de renda para pequenas famílias rurais? Nessa perspectiva, esta pesquisa tem como objetivo principal analisar a produtividade em um dado canteiro do sistema Mandala, tendo em vista formalização matemática das medidas para seu cultivo.

Sendo assim, os procedimentos desta pesquisa se basearam na utilização dos métodos descritivo, exploratório e quantitativo, usando dados fornecidos em documentos científicos como artigos, TCCs, projetos e manuais técnicos. Para isso, foi feito um levantamento bibliográfico e a coleta de dados, além da análise e interpretação destes.

Assim, compreendendo a importância da modelagem matemática como ferramenta de solução de problemas práticos, esta pesquisa pretende apresentar resultados acerca da produtividade no sistema Mandala com base no uso de modelos matemáticos que otimizem a produção nos canteiros, contribuindo para a melhoria e a valorização dos pequenos produtores rurais.

2 Modelagem matemática aplicada ao sistema Mandala

Conforme a necessidade de estabelecer mecanismos modeladores de produção agrícola sustentável influenciados por fatores ambientais regionais, o cerne desta pesquisa deteve-se nos estudos da Fundação Banco do Brasil (FBB, 2009), de Dolce e Pompeo (2013), de Cifuentes e Negrelli (2012) e de Bean (2001).

A partir desses trabalhos, foi possível estabelecer a possível construção de um modelo matemático que otimizasse a produção nos canteiros no sistema Mandala, enfatizando a relação entre as variáveis: comprimento, largura, área dos canteiros circulares, distância entre mudas, ganho real e valor de mercado.

2.1 Modelagem matemática

A modelagem matemática é uma forma de estabelecer um padrão para um dado sistema e, com isso, obter informações necessárias para o entendimento de um determinado problema. Nesse contexto, entende-se que muito dos avanços tecnológicos conseguidos até esse momento advém de um processo de sistematização de conhecimentos socialmente construídos.

A ideia de construção do conhecimento está atrelada à necessidade de buscar soluções para problemas práticos. Dessa forma, a modelagem matemática tem seu papel relevante no tocante à construção do pensamento lógico e abstrato.

Sendo assim, entende-se que o conhecimento matemático enfatiza relações lógicas através da modelagem e que essas relações tendem a estabelecer padrões que respondam a determinados tipos de problemas. O pensamento matemático é uma manifestação de caráter interdisciplinar. Como afirmam os autores Cifuentes e Negrelli (2012):

> A possibilidade de pensar matematicamente sobre questões físicas, artísticas, históricas ou sociais etc., é uma forma de manifestação do caráter interdisciplinar que o conhecimento construído pela humanidade apresenta na sua evolução. De modo recíproco, a possibilidade de pensar filosófica ou historicamente sobre a matemática tem contribuído para ampliar esse caráter, permitindo novas abordagens no pensamento matemático (CIFUENTES; NEGRELLI, 2012, p. 792).

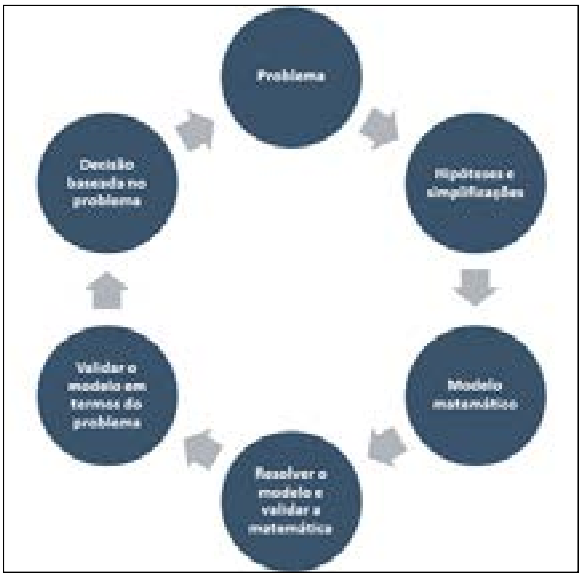
Entre os aspectos citados anteriormente, percebe-se que o conhecimento matemático permite um avanço para uma nova metodologia a fim de se chegar ao objetivo proposto. Nessa linha de pensamento, a modelagem matemática tem sido considerada como uma prática que centraliza a necessidade de buscar soluções de problemas práticos.

Nesse contexto, para ter uma definição mais precisa, entende-se que modelar significa estabelecer um padrão que descreve o comportamento de um dado sistema. Portanto, quando se cria um modelo, na verdade, o que está em jogo é propor solução para uma determinada situação problema, ou seja, busca-se estabelecer um modelo fundamentado em parâmetros que modele o comportamento do problema tendo em vista as hipóteses apresentadas. Essa prática não é uma atividade exclusivamente da Matemática, mas de qualquer conhecimento que usa a lógica matemática como pretexto para justificar a sua necessidade de buscar soluções para determinadas dificuldades.

Assim, a ideia de modelar está associada à necessidade de se estabelecer estratégias de resolução de problema que geralmente começa com situações complexas e não bem definidas, envolvendo objetos e ou sistemas (BEAN, 2001). Com efeito, a estratégia da modelagem começa com a análise do objeto de estudo. A partir daí é que se começa a traçar detalhes com base no levantamento de hipóteses e de possíveis soluções para o objeto estudado.

Nesse sentido, o que se quer, na prática, é um modelo que busque uma solução satisfatória, que seja relevante para o conhecimento e que possa contribuir de forma significativa para a superação das dificuldades que venham a ocorrer ao longo do tempo. Essa análise passa por todo um processo analítico de procedimento e de avaliações de hipóteses e testes, como pode ser visto na Figura 1.

Figura 1 – Processo de elaboração de um modelo matemático



Fonte: adaptado de Bean (2001)

De acordo com a Figura 1, percebe-se, em sequência, os passos a serem seguidos para a construção de um modelo matemático. Dessa forma, observa-se que existem várias etapas subsequentes com estratégias específicas aplicadas a cada fase do processo de sua elaboração como: verificação, testes, validação e reformulação. O resultado deste processo leva a uma das seguintes situações: o modelo responde de maneira satisfatória ao problema em questão e tem-se, de fato, a solução desejada; ou não atende aos requisitos. Neste último caso, o modelo deve ser reavaliado ou recriado, e o processo começa novamente com reformulações de novas hipóteses que serão submetidas ao ciclo apresentado na Figura 1.

De acordo com os pressupostos, o modelo matemático precisa ser validado e testado perante as condições impostas pelo problema, sob a condição de sua viabilidade. Através dos testes, é possível avaliar seu comportamento perante outras variáveis que não foram tratadas dentro de seu escopo e que, possivelmente, vão influenciar no resultado final. Diante desse contexto, entende-se a importância do refinamento ou não do modelo que agregue novos parâmetros descobertos.

Todavia, ao tratar o problema como um todo, é preciso fazer alusão a possíveis simplificações dentro do contexto observado. Modelar a totalidade do problema pode levar a cenários altamente complexos e de difícil solução. Por isso, é importante delimitar o escopo de estudo, fazendo as devidas considerações.

Considerando essa abordagem, entende-se que a modelagem matemática tem sua aplicabilidade em diferentes segmentos da sociedade, entre os quais se destaca, neste trabalho, a agricultura familiar, contexto em que seu uso pode ser explorado de maneira bastante significativa.

Nessa perspectiva, o modelo matemático desenvolvido nesta pesquisa deu alusão ao sistema Mandala de produção. Para isso, foram utilizadas as medidas adotadas pela Fundação Banco do Brasil (FBB, 2009), cuja finalidade era a implantação do sistema Mandala de produção em prol da sustentabilidade agrícola de pequenas comunidades rurais.

Nesse tipo de modelo sustentável de produção, observa-se que os canteiros estão em forma de anéis com mesma distância uns dos outros, ou seja, estão uniformemente distribuídos ao longo da extensão da Mandala, como observado na Figura 2.

Diante do que foi exposto, observa-se, no esquema representado pela Figura 2, que existem diferentes tipos de Mandalas, as quais apresentam algumas diferenças conforme o tipo de projeto. Por exemplo, existem modelos que possuem no centro um galinheiro e outros que possuem um reservatório d'água.

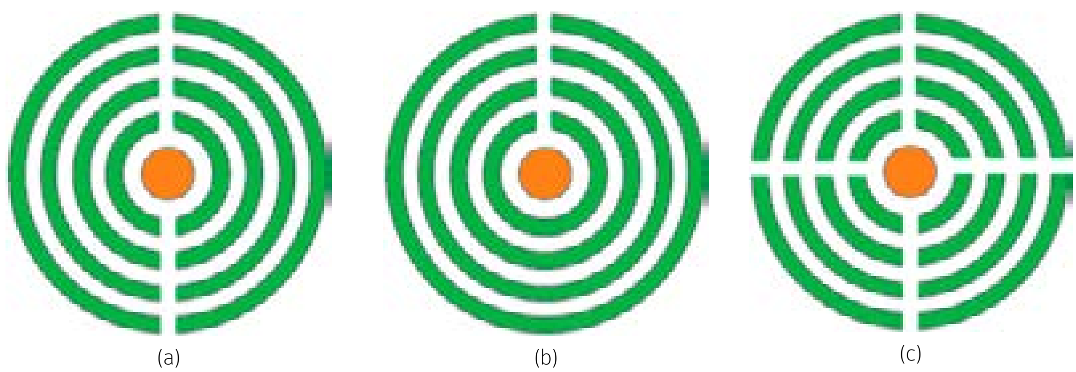
Outra característica presente na Figura 2 são corredores transversais de circulação interna, representados pelas imagens (a), (b) e (c). Eles servem tanto para o escoamento da água em excesso como para facilitar a manutenção interna dos canteiros.

Para o caso do modelo em que consta o galinheiro no seu centro, esses corredores servirão também de vias de acesso das galinhas, que ficarão confinadas em cercado para que se alimentem de insetos, restos de plantas e pragas que venham a interferir no desenvolvimento da produção. Nessa perspectiva, as galinhas têm a função moderadora sob dois aspectos: fornecem estercos que servirão de adubo natural para o cultivo de plantas e, por se alimentarem de insetos e restos de plantas da produção, ainda contribuem no controle biológico de pragas.

Já no segundo caso, há um reservatório no centro, podendo ser uma caixa d'água ou um tanque submerso ao solo. Este reservatório, por sua vez, possibilita a criação de animais do tipo: patos, marrecos ou peixes. No caso da criação de peixes, tem-se como função primordial o controle de insetos e mosquitos que podem se alojar no reservatório d'água. Dessa forma, contribui para minimizar os impactos negativos causados pela presença dessas pragas.

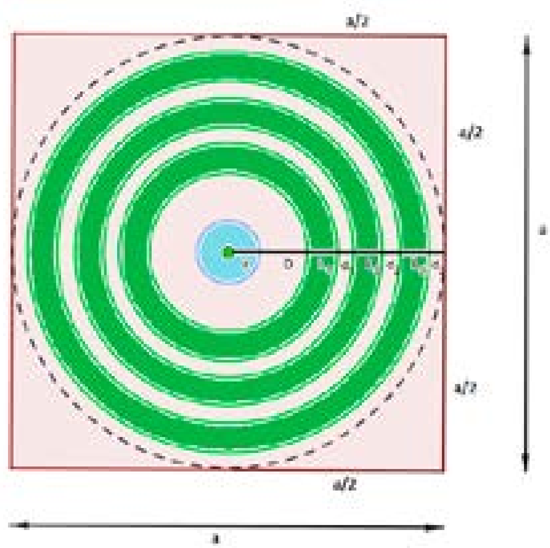
De acordo com as pesquisas bibliográficas realizadas ao longo deste estudo, entende-se que, independentemente de qual seja o modelo de Mandala adotado, sempre terá um reservatório d'água que será abastecido por cisterna, córrego ou açude. Assim, a irrigação dos canteiros ocorre por um sistema de tubulação que leva a água extraída por meio de uma bomba até os reservatórios. Esse processo se dá por gotejamento ou aspersão. De acordo com as pesquisas realizadas, observa-se que existem vários tipos de Mandalas, entre as quais este estudo destaca aquelas cujos formatos são compostos por apenas três canteiros circulares uniformemente distribuídos. A análise desenvolvida para os três canteiros iniciais pode ser expandida para n canteiros. Sendo assim, segue-se um modelo de representação geométrica desse sistema, conforme é mostrado na Figura 3.

Figura 2 – Representação da Mandala



Fonte: autores

Figura 3 – Representação geométrica do sistema Mandala



Fonte: autores

Na Figura 3, tem-se uma Mandala inscrita no terreno na forma de um quadrado de lado a, com uma fonte de água em seu centro. A distância da fonte ao primeiro canteiro é indicada por D. As demais medidas L_1, L_2 e L_3 representam a largura dos canteiros, d_1 e d_2 representam as distâncias entre eles e d_3 é a distância do último canteiro à margem da Mandala.

A escolha do formato quadrangular do terreno tem a ver com seu maior aproveitamento. Dessa forma, as sobras de espaços nas extremidades são mínimas em comparação com outros formatos. Por essa razão, considera-se a escolha da Mandala inscrita num quadrado.

Além disso, se fez necessário realizar algumas simplificações dentro do problema, ou seja, estabelecer um padrão de abordagem em que todos os canteiros têm a mesma largura e estão separados por uma mesma distância uns dos outros. O motivo de escolha de tal estratégia surgiu devido à facilidade de compreensão do modelo, tendo em vista a relação entre as seguintes variáveis: comprimento *versus* área dos canteiros. É claro que nada impede de ter canteiros de larguras diferentes, mas seria mais complexo definir melhor o padrão matemático para o sistema Mandala.

Assim, em conformidade com as ideias apresentadas até esse momento, a construção do modelo matemático se deu sob a ótica dos seguintes itens: cálculo do número de canteiros em função da distância entre cada um deles; relação entre o comprimento do canteiro e o número de mudas; relação entre o número de mudas e a área de plantio; cálculo do número de fileiras; cálculo do peso total da produção; e o cálculo do ganho estimado em termos de produção. A cada item citado foi dada a devida justificativa matemática.

2.2 Cálculo do número de canteiros em função das distâncias entre os eles

Analisando a Figura 3, tem-se que a distância do centro ao último canteiro da Mandala corresponde ao somatório das larguras individuais de cada canteiro com as respectivas distâncias entre eles, ou seja:

$$R = r + D + L_1 + d_1 + L_2 + d_2 + L_3 + d_3 \quad (1)$$

Considerando que os canteiros têm a mesma largura $L_1 = L_2 = L_3 = L$ e que estão separados pela mesma distância $d_1 = d_2 = d_3 = d$, tem-se:

$$R = r + D + L + d + L + d + L + d$$
$$R = r + D + 3(L + d) \quad (2)$$

Analisando as condições apresentadas anteriormente, percebe-se que esses resultados valem, de maneira geral, para qualquer número n de canteiros. Assim, chega-se ao seguinte resultado:

$$R = r + D + n(L + d) \quad (3)$$

A partir da Equação 3, é possível expressar o número n de canteiros em função das variáveis L, D, R, r e D. Com efeito, tem-se:

$$n = \frac{R - (r + D)}{L + d} \quad (4)$$

Analisando a Equação 4, percebe-se que esta nos fornece algumas informações importantes como:

1. O número de canteiros n é diretamente proporcional ao raio R da Mandala, ou seja, quanto maior for o raio da Mandala, maior será a quantidade de canteiros presentes, como mostra a expressão abaixo:

$$n \propto R \quad (5)$$

2. O número de canteiros n é inversamente proporcional à soma de suas larguras com

a distância D à fonte d'água, isto é, quanto maior for o espaço $L + D$, menor será a quantidade de canteiros, ou seja:

$$n \propto \frac{1}{L+D} \quad (6)$$

Ainda com base na análise da Figura 3, vê-se que a medida do terreno equivale à do quadrado de lado a, ou seja, $a = 2R$, em que R é o raio da Mandala. Então, reescrevendo a Equação 4, tem-se:

$$n = \frac{a-2(r+D)}{2(L+d)} \quad (7)$$

A partir da análise feita na Equação 7, percebe-se que as variáveis r, D, L, e d estão diretamente relacionadas com o tamanho do terreno, pois definem a área total disponível para a construção do sistema Mandala.

Mediante o que foi proposto, segue-se a análise da descrição do modelo matemático da relação entre o comprimento do canteiro e o número de mudas.

2.3 Relação entre o comprimento do canteiro e o número de mudas

Esta relação é de grande relevância para avaliar a quantidade de mudas/metro que os canteiros podem comportar. Dessa forma, como o comprimento da circunferência é diretamente proporcional ao seu raio, é de se esperar que a quantidade de mudas distribuídas ao longo de um canteiro com esse mesmo formato também seja diretamente proporcional ao seu comprimento, ou seja,

$$N_m \propto C \quad (8)$$

em que C é o comprimento da fileira circular e N_m é a quantidade de mudas.

Por outro lado, o número de mudas N_m é inversamente proporcional às distâncias d_m entre elas, ou seja, quanto maior a distância entre cada muda, menor serão as suas quantidades, isto é:

$$N_m \propto \frac{1}{d_m} \quad (9)$$

em que d_m representa o espaçamento entre as mudas. Relacionando as expressões 8 e 9, obtêm-se:

$$N_m \propto C\left(\frac{1}{d_m}\right) \quad (10)$$

Da relação 10, percebe-se que existe o fator de proporcionalidade. Este, por sua vez, tem a ver com a razão direta entre as medidas de comprimento do canteiro e o espaçamento entre as mudas. Dessa forma, atribui-se uma constante k a essa proporcionalidade, chegando-se ao seguinte resultado:

$$N_m = k\frac{C}{d_m} \quad (11)$$

É possível perceber que a constante k da Equação 11 é adimensional, pois compara grandezas de mesma natureza, ou seja, é a razão entre comprimento do canteiro C com a distância entre as mudas d_m.

Por outro lado, k tanto está associado à geometria do canteiro quanto à sua excentricidade. De fato, conforme os conhecimentos de geometria analítica, é possível perceber que:

- Se $k = 1$, equivale ao formato circular;
- Se $0 < k < 1$, equivale ao formato elíptico;
- Se $k > 1$, tem-se o formato hiperbólico.

Conforme o exposto, o cerne desta pesquisa deteve-se nos canteiros no formato circular, ou seja, de excentricidade $k = 1$. Sendo assim, reescrevendo a Equação 11, obtém-se:

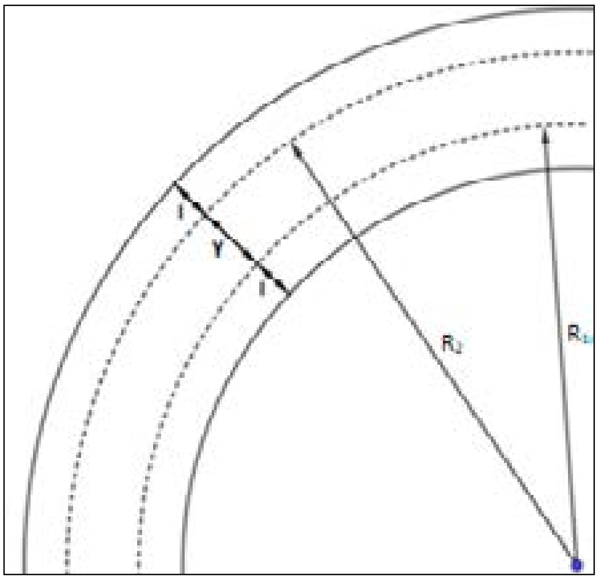
$$N_m = \frac{2\pi R}{d_m} \quad (12)$$

em que $C = 2\pi R$.

A Equação 12 norteia o cálculo da quantidade de mudas numa dada fileira em qualquer canteiro circular da Mandala. Dessa forma, entende-se que esse resultado varia conforme o tipo de cultura a ser produzida, pois as variações de distâncias entre as fileiras e a quantidade de mudas por fileira se baseiam nas características da cultura a ser cultivada. Além disso, existem culturas de maior espaçamento entre as fileiras como também de menor espaçamento entre as elas. Tudo isso vem orientado em manuais de cultivo e colheita para cada planta cultivada.

Diante do exposto, o próximo passo é saber o número de mudas que cada fileira comportará. Dessa forma, considerou-se inicialmente um canteiro com duas fileiras (linhas tracejadas). As fileiras se encontram a uma distância R_1 e R_2 em relação ao centro da Mandala, com $R_2 > R_1$, conforme ilustra a Figura 4.

Figura 4 – Número de mudas em função do raio da Mandala



Fonte: autores

Analisando a Figura 4, foi possível observar que, para calcular o número de mudas em cada fileira do canteiro, é preciso fazer uso da Equação 12. Dessa forma, entende-se que a quantidade total de mudas será a soma das suas quantidades nas duas fileiras, ou seja:

$$N_m = N_1(fileira1) + N_2(fileira2)$$
$$N_m = 2\pi\frac{R_1}{d_m} + 2\pi\frac{R_2}{d_m}$$
$$N_m = \frac{2\pi}{d_m}(R_1 + R_2). \qquad (13)$$

Se maneira geral, para um canteiro contendo n fileiras, o resultado final será dado pelo somatório de todas as quantidades individuais N_m de cada fileira. Portanto, tem-se:

$$N_m = 2\pi\frac{R_1}{d_m} + 2\pi\frac{R_2}{d_m} + 2\pi\frac{R_3}{d_m} + \ldots + 2\pi\frac{R_n}{d_m}$$
$$N_m = \frac{2\pi}{d_m}\left(R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n\right)$$
$$N_m = \frac{2\pi}{d_m}\sum_{i=1}^{N_f} R_i \qquad (14)$$

com N_f representando o número de fileiras presente no canteiro. Vale salientar que o resultado da Equação 14 fica condicionado à variável N_f, isto é, a quantidade de mudas; N_m depende da quantidade de fileiras que o canteiro pode comportar. Nesse sentido, ressaltam-se duas considerações:

1. A Equação 14 pode ser aplicada em qualquer que seja o tipo de cultura cultivada em um dado canteiro. Isso de fato é significante, pois engloba as características de cultivo de plantas com certas especificidades.
2. Durante a construção do modelo matemático foram feitos simplificações e ajuste de valores. Tal procedimento se deve ao fato de haver outras variáveis que atuam diretamente no aumento da complexidade do modelo.

Em conformidade com o que foi apresentado, segue-se a análise da relação entre o número de mudas e a área de plantio. Neste aspecto, a abordagem das quantidades de mudas começa pela relação entre área do canteiro e a área ocupada pela muda.

2.4 Relação entre o número de mudas e a área de plantio

O número de mudas/m^2 que um canteiro pode comportar é dado pela razão entre a área do canteiro e a área ocupada por cada muda, ou seja:

$$N_m = \frac{A_c}{A_m} \qquad (15)$$

em que N_m indica a quantidade de mudas, A_c, a área do canteiro, e A_m é a área ocupada por cada muda em cada fileira.

Como se pode perceber na Equação 15, a quantidade de mudas é diretamente proporcional ao valor da área, ou seja, quanto maior seu valor, maior será a quantidade de mudas a serem transplantadas.

Isso é importante quando se desejar estimar a quantidade de mudas que poderão ser plantas dentro de um certo espaço.

Com efeito, nota-se que os canteiros do sistema Mandala têm o formato de coroa circular. Assim, reescrevendo a Equação 15, tem-se:

$$N_m = \frac{\pi(R_2^{\,2} - R_1^{\,2})}{A_m} \quad (16)$$

em que $A_c = \pi(R_2^{\,2} - R_1^{\,2})$ corresponde à área da coroa circular.

Assim como observado na Equação 12, a Equação 16 também está ligada diretamente à produtividade no canteiro. Ou seja, quanto mais mudas cultivadas por metro quadrado, maior é a produtividade obtida. Porém, há um limite para este caso, pois, dependendo do tipo de cultura a ser cultivada, existe uma quantidade máxima que cada canteiro pode suportar. Além disso, ainda existe a questão dos espaçamentos entre as mudas, que devem ser respeitados, e também da área ocupada por cada uma delas.

Dando continuidade à construção da modelagem matemática, segue-se a análise do resultado para o cálculo do número de fileiras em um dado canteiro.

2.5 Cálculo do número de fileiras

Dependendo do tipo de cultura a ser cultiva, é possível ter uma estimativa de quantas *leiras* ou fileiras podem ser construídas dentro do canteiro. Esse cálculo é importante, pois norteia o quanto nele pode ser produzido.

Ainda conforme observado na Figura 4, as mudas são plantadas em fileiras separadas por uma distância Y umas das outras. Além disso, o canteiro tem largura L, e a distância da fileira à margem do canteiro é l. Com efeito, tem-se:

$$\begin{aligned} L &= l + Y + l \\ L &= 2l + Y \end{aligned} \quad (17)$$

Analisando criteriosamente a Equação 17, observam-se os seguintes resultados:

1. Se $l = 0$, tem-se $Y = L$. Neste caso, as 2 fileiras estarão localizadas na margem do canteiro;
2. Se $Y = 0$, tem-se $L = 2l$, o que induz a presença de uma única fileira neste canteiro;
3. O valor de l é dependente de Y e varia conforme a quantidade de fileiras.

Com isso, chegou-se à compreensão de que o número de fileiras N_f depende da largura do canteiro da Mandala, sendo estas distribuídas ao longo do seu comprimento acompanhando sua curvatura. Além disso, quanto mais largo for o canteiro, maior será a quantidade de fileiras presentes.

Diante do exposto, entende-se que uma forma de se conseguir determinar uma relação entre largura do canteiro e distância entre as fileiras é estabelecer uma razão entre essas medidas. Essa razão nos fornece um fator de proporcionalidade entre essas distâncias, como mostra a relação abaixo:

$$K = \frac{L}{Y} \quad (18)$$

com $L > Y$. A Equação 18 tem como resultado um número que indica quantas vezes Y cabe dentro de L, cuja divisão pode ser exata ou não. Nesse caso, o que interessa é apenas a parte inteira do resultado. Conforme pontua Lopes (1999, p. 15), "[...] chama-se teto (*ceiling* em inglês) de um número real x ao menor número inteiro maior ou igual a x. Notação: $\lceil x \rceil$". Portanto, a quantidade de fileiras N_f é dada pelo menor inteiro maior do que K, ou seja:

$$N_f = \lceil K \rceil \quad (19)$$

Correlacionando os resultados das Equações 18 e 19, obtém-se o resultado abaixo:

$$N_f = \left\lceil \frac{L}{Y} \right\rceil. \quad (20)$$

Além disso, existe a variável l, que é a distância da fileira até a margem do canteiro, conforme é mostrado pela Equação 17. De fato, para encontrar uma relação entre l e K, se faz necessário reescrever a Equação 17. Então, obtém-se o resultado abaixo:

$$Y = L - 2l \quad (21)$$

Substituindo a Equação 21 na Equação 18, tem-se:

$$K = \frac{L}{L - 2l} \Rightarrow l = \frac{L(K-1)}{2K} \quad (22)$$

o que mostra que a distância l da fileira em relação à margem do canteiro vai depender da largura do canteiro L e do fator de proporcionalidade K.

Em conformidade com as abordagens anteriores, as duas próximas seções elucidam a modelagem matemática sob os aspectos financeiros atribuídos à produtividade na Mandala.

É importante salientar que essas abordagens matemáticas valem para qualquer cultura cultivada e têm como parâmetro a relação entre oferta e procura no mercado. De fato, os consumidores são atraídos tanto pelo preço como pela qualidade do produto oferecido.

É a variação de preços que condiciona a produtividade e, consequentemente, o lucro adquirido.

2.6 Cálculo do peso total da produção

Para se obter o peso total de produção, é necessário somar os pesos individuais de cada cultura cultivada no mesmo canteiro, ou seja:

$$P_{total} = \sum_{i=1}^{n} P_{peso/individual} = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n \quad (23)$$

em que P_{total} é o peso total, e $P_{peso\ individual}$ é o peso individual de cada unidade produzida. Na possibilidade de cada unidade ter o mesmo peso P, ou seja, $P_1 = P_2 = P_3 = \ldots = P_n = P$, a Equação 23 torna-se:

$$P_{total} = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n = n \cdot P \quad (24)$$

em que n indica a quantidade de unidades presentes na produção.

De acordo com as pesquisas realizadas, entende-se que no sistema Mandala existem variações de contagem acerca da produtividade. Assim, a Equação 24 apresenta mudanças metodológicas de quantificação. Dessa forma, tem-se a medida ***n/pé*** quando pretende-se saber o peso de ***n*** unidades em cada pé; ***n/saco*** indica a quantidade de ***n*** unidades por saco; ***n/caixa*** refere-se a ***n*** quantidades por caixa, e assim por diante.

Por outro lado, se a produção for de hortaliças, a metodologia de contagem não vai ser baseada no peso, e sim na quantidade por preço, isto é, ***n/preço***. Desse modo, se a negociação for com coentro, por exemplo, tem-se ***molho/preço***; se a hortaliça for alface, tem-se ***pé/preço***, entre outros.

2.7 Cálculo do ganho estimado em termos de produção

De início, entende-se que o ganho real é calculado pelo produto entre o peso total P_{total} e o preço individual p por cada unidade vendida, ou seja:

$$G_e = P_{total} \cdot p \quad (25)$$

Esta equação nos fornece uma estimativa ponderada do ganho obtido com a venda da produção. Substituindo a Equação 24 na Equação 25, tem-se:

$$G_e = n \cdot P \cdot p \quad (26)$$

em que n é a quantidade de unidade na produção.

Analisando a Equação 26, a parcela $P \cdot p$ corresponde exatamente ao valor obtido pela venda de uma unidade. Esse resultado fica condicionado às condições de mercado, com as devidas variações de preços. No entanto, é preciso fazer algumas considerações:

1. O valor encontrado reflete o aspecto geral de produção, ou seja, não foram incluídos os possíveis gastos oriundos com a produção por questões de simplificações do modelo. De fato, seria necessário um refinamento dos parâmetros apresentados, acrescentando outras variáveis tais como: insumos, mão de obra e transporte, o que, de certa forma, daria maior previsibilidade no cálculo do ganho estimado G_e. Sendo assim, esta pesquisa deteve-se apenas ao valor geral arrecadado, sem levar em conta os gastos provenientes com a produção.
2. Em linhas gerais, qualquer que fosse a abordagem matemática adotada, sempre se faz necessário os encadeamentos de processos, que começam com o levantamento das hipóteses para, depois, testá-las conforme as necessidades do problema. Nesta pesquisa, o ganho estimado G_e foi definido a partir de uma série de construções matemáticas, que começaram com as medidas das dimensões da Mandala, para, só depois, chegar à questão da produtividade real, com base no número de pés N_{pes} que o canteiro poderia comportar. É de se perceber que, em todas as etapas de desenvolvimento, as medidas foram justificadas dentro do escopo do modelo proposto.

Conforme apresentado, a elaboração do modelo matemático se baseou em simplificações e ajuste de valores. Tal procedimento se deve ao fato de haver outras condições e variáveis (custos, transporte, mão de obra, tempo e entre outras) que aumentariam a complexidade do modelo. Para esse caso, seria necessário um refinamento do modelo atual acrescentando essas variáveis.

Portanto, é importante delimitar o escopo de estudo de caso para que não se torne extremamente complicado modelar o problema.

3 Conclusão

Com base no que foi tratado nesta pesquisa, foi possível observar que a modelagem matemática aqui desenvolvida apresentou, de forma sistemática, a construção do modelo matemático que abordou a produtividade no sistema Mandala.

Dessa forma, após a revisão bibliográfica e a análise dos resultados, observou-se a importância de ressaltar as contribuições trazidas pelo uso da modelagem matemática como recurso de desenvolvimento humano. Nesse contexto, a análise matemática discutida nesta pesquisa envolveu a questão da produtividade no sistema Mandala, tendo em vista os vários tipos de culturas cultivadas em um único espaço disponível.

Este estudo trouxe a informação de que cada espaço ocupa um tipo de cultura diferente e que cada uma delas tem sua produtividade modelada em consonância com as outras nos canteiros do sistema Mandala. Dessa forma, a modelagem matemática justifica substancialmente a melhor estratégia de se prever a produção mais adequada com base nas dimensões do terreno escolhido.

Além disso, conforme pesquisas realizadas em banco de dados de artigos, constatou-se que plantar em canteiros curvilíneos comporta mais mudas do que fazendo o plantio convencional (cultivo retilíneo). Uma plantação convencional necessita de grandes extensões de áreas para a produção desejada, já que os canteiros são retos, compridos e sem diversidade alguma. Já no sistema Mandala, necessita-se de uma área menor, pois a produção é mais concentrada e diversificada, o que ajuda no controle natural de pragas e no acúmulo de nutrientes no solo, facilitando o trabalho de manutenção do sistema.

Nesse contexto, verificou-se que o formato do canteiro tem papel decisivo na produtividade. Conforme observações feitas na Equação 11, o formato do canteiro pesquisado foi o circular, cuja excentricidade é igual a 1, ou seja, $k = 1$. Além disso, a variação do k pode levar a outras configurações de formatos, como, por exemplo, canteiros no formato de elipse com $0 < k < 1$ e hiperbólico com $k > 1$. Neste último caso, não foi encontrado no banco de dados de artigos pesquisados nenhum registro a seu respeito.

Assim, seja qual for o formato do canteiro escolhido, haverá sempre um modelo matemático específico de distribuição de mudas e de produtividade cujos resultados serão diferentes.

Nessa perspectiva, como proposta de trabalho futuro, pode-se realizar um estudo comparativo de produtividade entre os formatos reto, circular e elíptico e verificar qual deles apresenta melhores contribuições na produtividade sobre dada cultura cultivada.

Finalmente, esta pesquisa foi de grande relevância, pois concretizou a possibilidade de relacionar a produtividade do sistema Mandala em consonância com a modelagem matemática. Além disso, pode contribuir com informações relevantes para os futuros pesquisadores.

REFERÊNCIAS

ALÍPIO, M. A. de S. **O Sistema de produção de Mandalas implantado no assentamento Acauã no município de Aparecida - PB.** 2015. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso de licenciatura em Geografia) – Universidade Federal de Campina Grande, Cajazeiras, 2015. Disponivel em: http://www.cfp.ufcg.edu.br/geo/monografias/MARIA%20APARECIDA%20DE%20SOUSA%20ALIPIO.pdf. Acesso em: 05 jan. 2020.

BEAN, D. O que é modelagem matemática? **Educação matemática em revista**, São Paulo, v. 8, n. 9/10, p. 49-57, abr. 2001. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/1689. Acesso em: 05 jan. 2020.

CIFUENTES, J. C.; NEGRELLI, L. G. Uma Interpretação Epistemológica do Processo de Modelagem Matemática: implicações para a matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 791-815, ago. 2012. DOI: https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000300003. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2012000300003. Acesso em: 05 jan. 2020

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos da Matemática Elementar**: geometria plana. 9. ed. [*S.l.*]: Atual Editora, 2013.

FBB - Fundação Banco do Brasil. PAIS - **Produção Agroecológica Integrada e Sustentável**: mais alimento, trabalho e renda no campo. Brasília: Fundação Banco do Brasil, 2009. Disponível em: https://bibliotecas.sebrae.com.br/chronus/ARQUIVOS_CHRONUS/bds/bds.nsf/622CBB8598A2EB538325764000649C2F/$File/NT0004294A.pdf. Acesso em: 08 jan. 2020

LOPES, L. **Manual das funções exponenciais e logarítmicas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1999.

SOUSA, F. S. de. **Uma análise sobre o projeto Mandalas implantado na comunidade assentamento Acauã no município de Aparecida - PB.** 2014. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso de licenciatura em Geografia) – Universidade Federal de Campina Grande, Cajazeiras, 2014. Disponível em: http://www.cfp.ufcg.edu.br/geo/monografias/FERNANDA%20SICUPIRA%20DE%20SOUSA.pdf. Acesso em: 10 jan. 2020