Os por quês matemáticos na prática docente: importância, concepção e conhecimento do professor

Luís Havelange Soares[1], Walkyr Silva Oliveira[2]

[1] luis.soares@ifpb.edu.br. [2] walkyr2011@gmail.com. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – Campus Campina Grande.

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo investigar como os por quês matemáticos são levados em consideração pelos docentes nas práticas de ensino, tanto no que se refere às respostas dadas aos questionamentos dos alunos quanto na instigação de explorações matemáticas relevantes. Os questionamentos dos estudantes durante as aulas se constituem em excelentes oportunidades para a exploração e compreensão de conceitos, se configurando em fortes potenciais para uma aprendizagem significativa. A construção do conhecimento pelo aprendiz se dá, especialmente, a partir da curiosidade, o que desencadeia um processo de busca de respostas para questões interessantes que surgem ou que lhe são apresentadas. A investigação se configurou como um estudo de caso, de natureza qualitativa. Os dados da pesquisa foram coletados a partir de um questionário aplicado a um grupo de oito professores de Matemática da rede pública de ensino da Paraíba. Os resultados mostraram que os docentes concebem grande importância para os por quês matemáticos. Os por quês, no entanto, raramente ocorrem nas aulas de matemática e, por isso, faz-se necessária a instigação, por parte do docente, de por quês matemáticos significativos durante o processo de ensino. Com relação às respostas dos professores aos por quês matemáticos a estes apresentados, foram observadas limitações conceituais e didáticas na exploração de quatro desses por quês relativos a temas explorados na educação básica, indicando fragilidades no processo de formação.

Palavras-chave: Educação matemática. Por quês matemáticos. Aprendizagem matemática.

ABSTRACT

This research aimed to investigate how the mathematical 'whys' are considered by the teachers in the teaching practices regarding both the answers given to students' questions and the discussion of relevant mathematical questions. Students' inquiries during class are excellent opportunities for exploring and understanding concepts, and it makes learning more meaningful. Knowledge construction arises comes especially from learners' curiosity about something. This triggers a process of looking for answers to interesting mathematical questions. This project is a case study and it has a qualitative nature. Research data were collected based ona questionnaire applied to a group of eight Mathematics teachers from the Paraíba public school system. Results showed that teachers give a great importance for the mathematical whys. However, there are very few whys in mathematics classes, therefore, it is necessary toencourage students to ask questionsduring the learningprocess. As for the teachers' answers to the mathematical whys presented to them, conceptual and didactic limitations were observed in the exploration of the four mathematical whys concerning basic education themes , and it indicates problems in the formation process.

Keywords: *Mathematical Education. mathematical whys. Mathematical learning.*

 SUBMETIDO 20/02/2018 > APROVADO 06/07/2018

1 Introdução

Essa investigação nasceu do entendimento de que os por quês matemáticos são essenciais para o processo de ensino e aprendizagem. Buscou-se entender como tais questionamentos estão sendo considerados pelos docentes, tentando demarcar um entendimento na perspectiva de maximizar os efeitos positivos de tais "perguntas". Entende-se que ensaios como este contribuem para o processo de compreensão da matemática e para a ruptura de concepções equivocadas sobre essa ciência.

Correlacionados com essa inquietação inicial, analisou-se o conhecimento de professores de matemática para exploração de por quês relativos a temas matemáticos que podem ser explorados no nível da educação básica.

Para esta investigação, que se caracteriza como um estudo de natureza qualitativa, foram utilizados aspectos teóricos da área da Educação Matemática, tanto concernentes aos por quês matemáticos como questionadores dos modelos tradicionais de ensino. Sobre os por quês matemáticos, adotaram-se, como referencial principal, os estudos de Lorenzato (1993) e de Moriel Junior e Wielewski (2013). O primeiro fez um levantamento extenso dos por quês mais frequentes nas práticas de ensino de Matemática e as respostas de professores. Moriel Junior e Wielewski (2013) fizeram um levantamento de por quê matemáticos, classificando-os e mostrando soluções de pesquisadores.

Sobre a importância da pergunta no processo de ensino, foram utilizados os estudos de Freire e Faundez (1985).

O estudo baseou-se nas seguintes questões diretrizes: Que concepções os docentes de matemática apresentam sobre os por quês matemáticos? De que forma a exploração dos por quês matemáticos nas aulas pode trazer elementos significativos para a aprendizagem dos estudantes?

O objetivo da pesquisa foi investigar como os por quês matemáticos são considerados pelos docentes nas práticas de ensino, tanto no que se refere às respostas dadas aos questionamentos dos alunos quanto na instigação de explorações matemáticas relevantes.

Os objetivos específicos da investigação foram:

- Pesquisar por quês matemáticos utilizados no dia a dia da aula de Matemática;

- Identificar as reações/ações de professores de Matemática aos por quês matemáticos;

- Investigar as concepções docentes relativas aos por quês matemáticos no ambiente de ensino;

- Investigar o conhecimento dos professores de Matemática para responder a por quês matemáticos;

- Sugerir situações didáticas para o processo de ensino, a partir de por quês matemáticos.

2 Referencial teórico

As avaliações oficiais sobre aprendizagem em Matemática na educação básica no Brasil têm mostrado uma realidade preocupante. De acordo com os últimos levantamentos, os níveis de aprendizagem em Matemática não atingem sequer os indicadores mínimos recomendados para cada etapa de ensino (INEP, 2015).

Essa realidade, que coloca o Brasil na lista dos países com piores desempenhos em aprendizagem de Matemática, tem levado os pesquisadores a buscarem respostas para as causas desse problema em estudos sobre metodologias de ensino, concepções docentes, programas curriculares, formação do professor de Matemática, entre outros.

Qualquer pesquisa sobre o ensino de Matemática na Educação Básica aponta para questões que, no contexto das práticas tradicionais pedagógicas, são desconsideradas, ocultadas ou ignoradas. Sob outro ponto de vista, porém, numa concepção de pedagogia em que o aluno é corresponsável pelo seu processo de aprendizagem, tais elementos se configuram como extremamente significativos.

Os por quês matemáticos estão presentes nesse conjunto de questões. Eles são elementos que contribuem para dar significado ao conhecimento, são formas de o estudante expor seu interesse e curiosidade em relação aos conceitos da Matemática. "Sem o significado, a aprendizagem se dá de maneira superficial, sem compreensão" (LORENZATO, 1993, p. 73).

De acordo com Lorenzato (2006), saber lidar com o por quê matemático é fundamental para o professor. As respostas dos por quês podem colaborar na compreensão do conteúdo e indicar ao professor o que deve ser revisto em sala de aula. Pode também dar pistas sobre o desenvolvimento cognitivo dos alunos, mostrar os interesses e oferecer ao professor a oportunidade de aumentar a admiração e confiança sobre ele junto aos estudantes.

Essa concepção indica que a atenção, por parte do professor, aos por quês matemáticos dos alunos, respondendo a estes por quês da forma correta e mais adequada possível, se configura como um forte aliado para a aprendizagem dos conceitos. Conforme mostraram Barbosa (2011) e Lorenzato (1993; 2006), a exploração dos por quês durante as aulas leva o aluno a ter outra concepção sobre a ciência Matemática, a compreender a construção do conhecimento matemático como um elemento humano e social. A inobservância ou a inconveniência de respostas aos questionamentos dos alunos pode desencadear um processo de desmotivação, uma aprendizagem memorística e uma aversão à Matemática.

O estudo dos por quês matemáticos tem uma relevância considerável quando se considera a problemática do ensino, permeado por um elevado nível de aversão ao estudo da Matemática e com práticas pedagógicas centradas numa concepção essencialmente formalista.

Soares (2015) defende que uma das questões importantes para o processo de ensino de matemática diz respeito às concepções do professor sobre a natureza do conhecimento matemático. Para ele, o modelo de aula de Matemática no qual se considera o conhecimento como pronto, acabado e exato, está inserido na perspectiva formalista, que tem como fundamento básico os aspectos simbólicos, algorítmicos e abstratos.

Essa concepção tem reflexos nas práticas de ensino, uma vez que o professor, por sua visão limitada do que seja a Matemática, atua sem considerar as relações do conhecimento com o mundo, as representações dos objetos matemáticos e, principalmente, as inquietações dos estudantes sobre a construção desse conhecimento.

2.1 Os por quês matemáticos e o ensino

Lorenzato (1993), numa pesquisa realizada com 1700 professores, de diferentes níveis e diversas realidades, constatou que apenas 5% dos professores questionados foram capazes de responder às questões apresentadas a eles.

> Na verdade, infelizmente esse resultado indica que o ensino para uma aprendizagem significativa tem sido fortemente negligenciado em sala de aula; indica, ainda, que a formação matemática dos professores deixa muito a desejar. E considerando-se que ninguém ensina o que não sabe e que as questões foram propostas por alunos, pode-se afirmar que a situação é muito séria (LORENZATO, 1993, p. 3).

Os resultados das pesquisas mostrando o baixo desempenho dos estudantes em aprendizagem matemática são indicativos de que a realidade apresentada por Lorenzato (1993) ainda perdura.

A partir dessa constatação, surgem alguns questionamentos: Será que os cursos de Licenciatura em Matemática têm preparado adequadamente o futuro professor para responder a questões sobre por quês matemáticos? Como preparar melhor os futuros professores de Matemática, para que possam dar respostas relevantes aos por quês matemáticos dos alunos?

Essas questões demandam pesquisas específicas. A partir desse estudo, pretendeu-se apontar elementos que se relacionam a tais encaminhamentos. Alguns fatores ligados ao aprofundamento do conhecimento matemático podem ser enfrentados a partir da tomada de consciência do professor da necessidade de estudar continuadamente. Moriel Junior e Wielewski (2013) fizeram um levantamento de um conjunto de por quês matemáticos discutidos em vários números da Revista do Professor de Matemática, apresentando seus enunciados e explicações. Isso é um exemplo de material que o professor de Matemática precisa conhecer para ter subsídios conceituais ao responder aos questionamentos dos alunos. É fundamental que o professor esteja preparado, tanto do ponto de vista pedagógico quanto do conhecimento específico, para responder a esses porquês.

Como surgem os por quês matemáticos? Usando a análise de Alves (2004), sobre o significado que a criança concebe ao conhecimento, um dos mais importantes fatores presentes na criança é o ato do descobrimento, da inquietação por compreender as coisas, do desejo de saber o porquê de tudo.

Os por quês matemáticos nascem desse aspecto intrínseco do ser humano, traço que muitas vezes, infelizmente, se perde na caminhada. Muitos alunos não aceitam as coisas como elas são, se não lhes são apresentadas justificações significativas. Esses por quês surgem no pensamento do aluno de maneiras diferentes, por uma não aceitação do que está sendo exposto pelo professor ou talvez pelo alto nível de abstração criado sobre o tema ou ainda por não enxergar a lógica relacionada ao assunto.

Pode também a pergunta vir a partir da confiança depositada no docente. É possível que o aluno sempre tenha carregado a questão consigo, mas, por fatores diversos, não pôde sanar a dúvida e, ao deparar-se com determinado professor, sente que ele pode lhe responder sem criticar o seu nível de conhecimento.

Alguns por quês também podem surgir como uma complementação da ideia formada entre o conteúdo, o professor e o aluno, afinal o processo de ensino está centrado nesse triângulo e, de acordo com diversos estudos educacionais, a aprendizagem se dará mais significativamente quanto mais forte for a relação entre os vértices desse triângulo.

A forma como os por quês surgem é um indicativo de que existem tipos diferentes de por quês. Lorenzato (1993) categorizou-os como:

> **Conceitual:** quando a resposta apresentada é centrada em um ou mais conceitos matemáticos. Ele exemplifica este tipo com a pergunta: *Por que π vale 3,14?*, pois sua resposta correta é centrada no conceito de π: "Porque π é o quociente da circunferência pelo seu diâmetro", apesar de faltar rigor matemático na linguagem.
>
> **Convencional:** se a resposta argumenta estritamente em favor de um padrão (ou regra) estabelecido, aceito e obedecido sobre determinado assunto, consolidado pelo uso ou pela prática. Podemos ilustrar com a pergunta: *Por que 2+3.4 é igual a 14 e não 20?*.
>
> **Etimológico:** se a resposta é centrada na origem e evolução das palavras. Como nesse caso: *Por que Z é o símbolo do conjunto dos números inteiros?*
>
> **Histórico:** quando a resposta for baseada em acontecimento importante na história, digna de ser lembrada. Este tipo se exemplifica com a questão: *Por que o nome "Teorema de Pitágoras"?*

Alguns por quês podem ser explorados sob mais de uma tipologia, pois oferecem possibilidades para isso. Assim, a forma como o educador ministra sua aula e como concebe os por quês é muito importante para uma melhor adaptação ao contexto dos educandos e ao rigor que a Matemática exige.

2.2 A importância da pergunta no processo de aprendizagem

A pergunta no processo de ensino é considerada por Freire e Faundez (1985) como elemento fundamental para a ocorrência de aprendizagem significativa.

> A curiosidade do estudante às vezes pode abalar a certeza do professor. Por isso é que, ao limitar a curiosidade do aluno, a sua expressividade, o professor autoritário limita a sua também. Muitas vezes, por outro lado, a pergunta que o aluno, livre para fazê-la, faz sobre um tema pode colocar ao professor um ângulo diferente, do qual lhe será possível aprofundar mais tarde uma reflexão mais crítica. (FREIRE; FAUNDEZ, 1985, p. 23).

Freire e Faundez (1985), por fazerem uma reflexão concisa sobre a importância da pergunta no processo educativo, vão além, ao afirmarem que "[n]o ensino esqueceram-se das perguntas, tanto o professor como o aluno esqueceram-nas" (p. 22).

A origem do conhecimento é a curiosidade. E a curiosidade é uma pergunta. As práticas docentes, entretanto, estão presas a modelos didáticos que não favorecem o ato de perguntar, de inquietar, de despertar a curiosidade. Do lado docente, os professores chegam com as respostas prontas, acabadas, estáticas.

Os por quês matemáticos são perguntas, são possibilidades que o professor tem, a partir do questionamento do estudante ou com base no modelo metodológico de aula, de explorar situações relevantes sobre a Matemática e seus conceitos.

Bachelard (1996) enfatiza a importância da problematização na construção do conhecimento científico. É preciso formular problemas para as questões que ainda não são conhecidas . Ele faz reflexões sobre o conhecimento científico que são perfeitamente adequadas para o espaço "sala de aula", pois este é um espaço onde também se faz ciência.

Para o espírito científico, todo conhecimento é resposta a uma pergunta. Se não há pergunta, não pode haver conhecimento científico. Nada é evidente. Nada é gratuito. Tudo é construído (BACHELARD, 1996, p. 18).

3 A metodologia da pesquisa

As primeiras ações metodológicas dessa investigação foram as observações de aulas de Matemática com vistas a fazer um levantamento de por quês matemáticos dos alunos para, a partir daí, se investigarem as reações docentes e as implicações desses por quê no processo de ensino e aprendizagem.

As observações iniciaram em aulas de Matemática de escolas da rede pública de ensino. Após a observação de oito aulas em duas turmas do ensino médio, não foi registrado nenhum questionamento dos alunos. Isso forçou alterações no planejamento das observações para que se pudesse dar significação ao que se havia proposto nos objetivos.

Decidiu-se por observar aulas de Matemática numa turma do Componente Curricular "Matemática para o Ensino Fundamental", do curso de Licenciatura em Matemática do IFPB, no campus de Campina Grande, no período de 17/05/2017 a 12/06/2017, totalizando 20 horas-aulas.

Os conteúdos ministrados nesse intervalo de tempo contemplaram uma vasta revisão de temas da Matemática Básica: porcentagem, matemática financeira, frações e sistemas de numeração decimal. Apesar de ser uma turma inicial do Curso de Matemática, constatou-se que, raramente, havia por quês durante as aulas.

Verificada mais uma vez a ausência dos por quês durante o processo, emergiu outra questão associada indiretamente ao problema de pesquisa inicial: Qual o por quê da ausência de por quês matemáticos durante o processo de ensino e aprendizagem de Matemática?

Essa questão levou a um redirecionamento dos objetivos delineados a partir da pergunta diretriz. Repensaram-se os passos seguintes, e os objetivos foram reconfigurados. Esse fato, apesar de não ser comum, tem certa previsibilidade no campo das Ciências Sociais, onde estão inseridas as pesquisas educacionais, conforme atestam Richardson (2003) e Bogdan e Biklen (2003).

As mudanças no direcionamento da pesquisa não alteraram a perspectiva metodológica pensada inicialmente. De acordo com Richardson (2003), a metodologia expressa as regras estabelecidas para que, a partir de um determinando método, atinjam-se os objetivos. A metodologia é um elemento próprio do pesquisador e é por ele definida com características peculiares ao estilo de pesquisa proposto e ao fenômeno a ser pesquisado.

3.1 Questões diretrizes da pesquisa

A questão central da investigação se pautou em dois aspectos:

- Qual a concepção do professor de Matemática sobre os por quês matemáticos dos alunos durante o processo de ensino?

- O professor de Matemática está preparado para responder aos por quês matemáticos ou para propor situações didáticas a partir desses por quês?

3.2 O questionário da pesquisa

Foi aplicado um questionário para professores de Matemática em atuação, com indagações que versavam tanto para partes específicas de questões antes estudadas por outros autores como para o entendimento do professor sobre a importância dos por quês em sala de aula.

O campo de pesquisa foi a rede pública de ensino, no contexto da prática docente de Matemática, constituído por oito salas de aula de Matemática na cidade de Campina Grande-PB, contemplando o ensino fundamental e o ensino médio. Os sujeitos participantes da investigação foram os professores que lecionavam nessas turmas.

Esses docentes possuem formação em Licenciatura em Matemática, concluídas em Instituições de Ensino Superior, localizadas na cidade de Campina Grande.

3.3 A coleta e análise dos dados

Para análise das respostas dos professores que contribuíram com a investigação, por meio dos questionários aplicados, utilizou-se a análise de conteúdo na perspectiva de Bardin (2016). Para esta autora, a análise de conteúdo compreende "um conjunto de instrumentos metodológicos cada vez mais sutis em constante aperfeiçoamento que se aplicam a 'discursos' diversificados" (BARDIN, 2016, p. 15). Nessa investigação, os discursos estão materializados nas respostas textuais dadas pelos professores aos questionamentos.

4 Resultados e discussões

A análise dos dados foi dividida em duas etapas. Na primeira, foram analisadas as respostas a três perguntas que foram feitas objetivando-se conhecer as concepções sobre os por quês matemáticos, com vistas a confirmar a hipótese de que as aulas de Matemática estão se dando a partir de um modelo em que os alunos não fazem questionamentos.

Na segunda parte, foram analisadas as respostas dos professores a quatro por quês matemáticos que podem ser explorados em aulas de Matemática na educação básica.

Para preservação da identidade dos professores que contribuíram com a investigação eles foram identificados pelas letras A, B, C, D, E, F, G e H.

4.1 Os por quês matemáticos deixando rastros da formação docente

Perguntou-se aos professores como classificariam, durante a prática docente, a importância dos por quês matemáticos para o processo de ensino e aprendizagem.

Cinco docentes afirmaram que os por quês são muito importantes e três os consideraram importantes. Nesse mesmo questionamento, foi pedido que justificassem suas respostas. Com isso, foram apresentados diversos fatores, que, para eles, são possibilitados pelos por quês.

> Pois, as respostas dadas aos questionamentos levantados pelos discentes podem facilitar a compreensão do conteúdo abordado. (C)

> Os por quês e porquês são perguntas e respostas fundamentais no desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico da criança. (E)

> Considero importante porque são esses porquês que desenvolvem o estímulo e a criatividade do aluno pela matemática, além de ser um fator importante para aguçar ainda mais o interesse do professor pela aula e pela busca de mais conhecimentos e melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Além de ser um parâmetro de avaliação da aula e da compreensão dos alunos. (G)

A importância dada aos porquês, pelos docentes, merece uma atenção especial, pois, de acordo com Freire e Faundez (1985) e Lorenzato (1993), esse fator é essencial para que a aula seja marcada pelos questionamentos, se não dos alunos, mas dos professores, por meio da instigação, de uma proposta metodológica que contemple questões relevantes sobre as temáticas de aula. Para propor por quês significativos o professor tem que possuir uma formação sólida sobre aquilo que ensina.

A hipótese inicial foi verificada. São raros os momentos, nas aulas de Matemática, em que os alunos questionam os professores com por quês matemáticos. Dos oito pesquisados, apenas um professor disse que os por quê ocorrem com frequência, enquanto os outros disseram que são pouco frequentes ou raramente ocorrem.

Os motivos para essa passividade dos estudantes, no entendimento dos professores, podem estar associados a vários elementos. Três docentes (B, C e G) apontaram "o desinteresse dos alunos" como motivo principal. O professor C indicou também "a complexidade dos temas matemáticos" e o professor E considerou "a fobia ao conhecimento matemático" e "a timidez dos estudantes".

Os motivos para a ausência de por quês são questões que já ensejaram diversas pesquisas sobre o ensino de Matemática. "O desinteresse do aprendiz" se contrapõe ao que está posto nas teorias piscopedagógicas como essencial para a ocorrência da aprendizagem. Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), a vontade do aprendiz é um dos três fatores mais importantes para a ocorrência da Aprendizagem Significativa.

A consideração do professor C sobre "a complexidade dos temas matemáticos" deixou um indício de sua própria concepção de Matemática. Talvez ele esteja inserido na corrente platônica que considera o conhecimento matemático como verdade absoluta, independente do mundo, e só alcançável por pessoas "privilegiadas cognitivamente".

A "fobia ao conhecimento matemático", ou a "Matofobia", indicada pelo professor E, foi pesquisada no Brasil por Felicetti (2007) e é um termo que foi caracterizado por Papert (1988). Felicetti (2007) comprovou que há uma aversão ao conhecimento matemático e que os professores reconhecem nos estudantes esse fato.

> A Matofobia, endêmica à cultura contemporânea, impede muitas pessoas de aprenderem qualquer coisa que reconheçam como Matemática, embora elas não tenham dificuldade com o conhecimento matemático quando não o percebem como tal. (PAPERT, 1988, p. 21).

Se há esse "medo da Matemática", que, no entendimento de Felicetti (2007), deriva de construções do senso comum sobre essa Ciência (como, por exemplo, difícil, abstrata, complexa, exata, entre outras adjetivações/conceituações), a participação do aluno na forma de questionamentos em sala de aula fica comprometida.

4.2 Conhecimento docente e por quês matemáticos

A segunda etapa da coleta de dados constava de oito por quês matemáticos versando sobre temas que são explorados na educação básica.

1) Por que um número negativo multiplicado por um número negativo tem como resultado um número positivo?
2) Por que π vale aproximadamente 3,14? (Por que π é igual a 3,14?)
3) Por que a área do losango é dada pela metade do produto das suas diagonais?
4) Por que o ciclo trigonométrico tem raio igual a 1?
5) Por que tem que "passar para lá", invertendo-se o sinal dos termos na resolução de equações?
6) Por que ao dividirmos frações, se faz necessário que se multiplique a fração do numerador pelo inverso da fração do denominador?
7) Por que em um triângulo a soma das medidas de dois de seus lados tem que ser menor que a medida do seu terceiro lado?
8) Por que o símbolo de representação dos números inteiros é a letra $\mathbb{Z}$ e não a letra $\mathbb{I}$?

Durante a aplicação dos questionários, alguns docentes desistiram de participar da pesquisa quando se depararam com esses por quês. Outros se recusaram em participar, mesmo não sabendo ainda o teor das indagações. No grupo que respondeu (formado de 8 professores), notou-se muita insegurança ao responder algumas dessas questões, fato que ficará de todo evidenciado pelas respostas. Esses fatores já deixam indícios da formação desses profissionais, fazendo entender que há uma acomodação a uma única forma de ensinar.

Como é uma característica da análise de conteúdo, nem sempre as inferências estarão materializadas nas respostas, pois, com base em Bardin (2016, p. 15), em todo conteúdo deve-se buscar o "não-dito" a partir do que foi externado. Para esse ensaio foram analisados apenas os quatro primeiros por quês.

Análise da questão 1:

- Por que um número negativo multiplicado por um número negativo tem como resultado um número positivo?

Esperava-se com este questionamento que os professores respondessem de modo compatível com uma possível explicação em sala de aula. Não se vislumbravam respostas com aprofundamentos matemáticos, mas que, sem equívocos matemáticos, pudessem contribuir para compreensão dessa operação no ensino de números inteiros. A maioria das respostas, porém, foi de uma fragilidade ímpar, tanto do ponto de vista matemático quanto do didático.

> Pela teoria, todo número com o mesmo sinal multiplicado pelo mesmo número é sempre positivo. (B)
>
> A justificativa é complexa e é provada em curso de Licenciatura em Matemática, seria complicado explicar para vocês do ensino médio, básico. Tanto é que os livros didáticos do ensino fundamental II apenas admite (sic) esta reação de sinais, sem justificar e sem motivo, portanto, aceitem como regra. (C)
>
> Já fiz algumas demonstrações na graduação que trabalha as relações de sinais e outras afirmações como a multiplicação entre 2 números pares, resulta em outro número par! (sic) Falaria ao aluno o porquê na multiplicação e na divisão ocorre a relação de sinais. (D)
>
> Como o aluno tem dois números negativos, o mesmo associa isto a (sic) noção de perda ou dívida (sic) e a operação de multiplicação é uma ¨junção¨ das perdas, então teríamos no fim uma soma de valores. (E)
>
> Porque existe nesta operação, uma operação de relação de sinais, onde um número negativo multiplicado por outro número negativo, irá gerar um número positivo. (F)
>
> Não sei explicar. Preciso estudar para responder a esta pergunta. (G)

As respostas dos professores deixam indícios de um processo de formação falho. Nota-se que o professor G reconhece esse fato ao dizer "preciso estudar". Os outros professores não disseram isso, mas suas respostas externam o "não-dito". Algumas não trazem, sequer, sentido com a pergunta proposta. Esses, provavelmente, não estão preparados para atuar na perspectiva de Freire e Faundez (1985), propondo perguntas relevantes sobre os temas de aula.

Diversos esquemas didáticos podem ser utilizados para explicar esse por quê matemático. Moretti (2012) apresenta situações distintas que podem ser usadas no processo de ensino: modelo que usa o prolongamento da reta dos naturais, modelo que usa balanço comercial, modelo baseado no cálculo de área.

O prolongamento dos números naturais usa um raciocínio dedutivo. Por exemplo, no Quadro 1, veja que os primeiros fatores decrescem na razão de 1 (uma unidade), enquanto que os produtos rescem na razão de 6 (seis unidades), ou seja, aumentar 1 no fator 1 significa diminuir 6 no produto; diminuir 1 no fator 1 significa aumentar 6 no produto. Considerando-se os inteiros como uma extensão dos naturais, o padrão lógico do produto, que funciona para {0,1,2,3,4,...}, deve ser seguido para {...,-4,-3,-2,-1}.

Quadro 1 – A multiplicação de inteiros negativos pela concepção de extensão dos números naturais

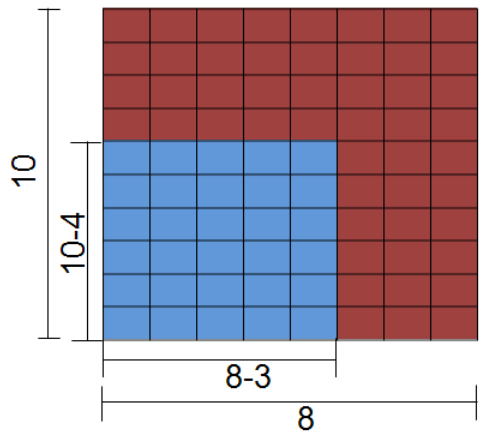
Fator 1	Fator 2	Operação	Produto
...	...	...	...
4	(-6)	4·(-6)	-24
3	(-6)	3·(-6)	-18
2	(-6)	2·(-6)	-12
1	(-6)	1·(-6)	-6
0	(-6)	0·(-6)	0
(-1)	(-6)	(-1)·(-6)	6
(-2)	(-6)	(-2)·(-6)	12
(-3)	(-6)	(-3)·(-6)	18
...	...	...	...

Fonte: Autoria própria

Outro modelo relevante para explorações em sala de aula desse por quê matemático é baseado na relação de Diofanto de Alexandria. Por exemplo: como justificar por que o produto (-3)·(-4) tem resultado igual a 12?

Seja um retângulo de dimensões 8 unidades de comprimento (u.d.c) e 10 u.d.c. De uma das dimensões desse retângulo, retiran-se 3 unidades e da outra reduzem-se 4 unidades. O retângulo resultante tem, portanto, área de 30 u.d.a (unidades de área).

Figura 1 – Representação da área de retângulos para explicação do produto de números negativos



Fonte: Autoria própria

A partir da expressão

$$(8-3)\cdot(10-4)=30 \qquad (1)$$

pode-se realizar o seguinte procedimento de cálculo:

$$\begin{aligned} &8\cdot 10+8\cdot(-4)+(-3)\cdot 10+(-3)\cdot(-4)=30\\ &\Longrightarrow 80+(-32)+(-30)+(-3)\cdot(-4)=30\\ &\Longrightarrow 80-32-30+(-3)\cdot(-4)=30\\ &\Longrightarrow 18+(-3)\cdot(-4)=30\\ &\Longrightarrow (-3)\cdot(-4)=30-18\\ &\Longrightarrow (-3)\cdot(-4)=12 \end{aligned} \qquad (2)$$

Essa forma de explorar essa operação agrega outros elementos importantes para o processo de ensino de Matemática. Em especial, destaca-se a relação entre a Aritmética e a Geometria. Como conhecimentos prévios, necessita-se da relação de distributividade e da compreensão de que o produto de um número positivo por um negativo resulta em um negativo.

Para os adeptos da concepção de que os números inteiros tiveram origem nas necessidades práticas da humanidade, o modelo que usa balanço comercial é interessante, ressalvando-se as suas limitações conceituais.

Moretti (2012) apresenta um exemplo.

> Um exemplo bem característico deste tipo é encontrado em Bongiovanni, Leite e Laureano (1996, p. 38) da seguinte maneira: Quanto vale (-3)·(-2)?
> Um comerciante contabiliza os seus lucros da seguinte maneira: um sinal positivo para as quantidades que representam um lucro e um sinal negativo para as que representam um prejuízo; um sinal positivo para representar o tempo futuro e sinal negativo para representar o tempo passado. Se esse comerciante perde R$ 3,00 por dia, veja como ele calcula quantos reais vai ter perdido daqui a dois dias (futuro): (-3) · 2 = -6. Daqui a dois dias vai ter perdido R$ 6,00. Se esse comerciante perde R$ 3,00 por dia, veja como ele calcula quantos reais a mais tinha dois dias antes (passado): (3)·(-2) = 6. Dois dias antes este comerciante estava R$ 6,00 mais rico. Esses autores tomam por base este exemplo para concluir que o produto de dois números negativos é um número positivo. (MORETTI, 2012, p. 699-700).

Essas três situações são perfeitamente aplicáveis nas turmas onde essas temáticas são estudadas.

As únicas respostas a esse por quê que apresentaram um argumento ligado a uma teoria matemática foram as dos docentes A e H.

> Mostraria algebricamente usando números opostos, por exemplo:
>
> (-3)·(-4)= -[(-4)+(-4)+(-4)]= - (-12), como o oposto de -12 é +12 tudo é =12. (A)
>
> Esta resposta exige uma demonstração, inicialmente eu questionaria o estudante sobre o produto de um por um, seguido de: ¨ o oposto desse produto (- 1 · 1) e por último, o oposto do oposto do produto de um por um (- 1· (-1)). (H)

As respostas de A e de H levam à conclusão de que ambos trazem, de suas formações, concepções sobre o conhecimento matemático inseridas no Formalismo Clássico. A raiz das ideias desses professores se insere no contexto da Teoria dos Números, área da Matemática em que os números inteiros são axiomatizados, conforme mostra Vieira (2015).

Tais fundamentos se inserem na perspectiva algebrista e, em face dos modelos de formação de professores, nos quais ainda impera essa concepção da Matemática, os professores tendem a se alinhar a essa corrente.

Compreende-se que essa perspectiva também deveria ser conhecida pelos professores de Matemática, sendo discutível apenas o nível de ensino para o qual as justificativas possam ser dadas por essa vertente. Deve-se enaltecer o fato de esses profissionais apresentarem uma explicação, mesmo que carente de aprofundamentos teóricos.

Análise da questão 2:

- Por que π vale aproximadamente 3,14? (Por que π é igual a 3,14?)

O termo nos parênteses foi proposital. Quando se começou a pensar o questionário, foi construída essa pergunta, dando margem, inclusive para comentários que a corrigissem. Imaginava-se que os docentes fossem começar afirmando que π não é igual a 3,14. Tinha-se como objetivo investigar se os docentes conhecem as origens do número π.

Ao aplicar os primeiros questionários, percebeu-se que os professores não percebiam esse "erro" da pergunta. Assim, decidiu-se fazer a correção com o intuito, inclusive, de lembrar aos próximos pesquisados sobre o valor de π. Então, se passou a perguntar: Por que π vale aproximadamente 3,14?

Dois professores, talvez por uma interpretação literal da pergunta, disseram:

> Porque é um número irracional (F)
>
> Porque o número não é um número decimal exato, trata-se de um número irracional. (π= 3,141592...) e quando consideramos apenas duas casas decimais (3,14) estamos dispensando uma pequena parte do número 0,00151... (H)

Todos os outros professores, de alguma forma, recorreram aos achados da História da Matemática, relacionando π à razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência. Isso fica claro nos fragmentos:

> Numa aula prática, trabalharia com medidas, usando tabela (medida de circunferência e medida de diâmetro). Fazendo a divisão (sic) concluindo assim que se chegaria a um resultado constante que é representado pelo símbolo π. (A)
>
> É uma razão entre o perímetro e o diâmetro. (B)
>
> Porque (sic) ao dividirmos o comprimento da sua circunferência pelo seu diâmetro (sic) encontramos um valor aproximado de 3,14, tal aproximação por ser notável foi convencionada para letra π. (C)
>
> Em toda circunferência (sic) a medida de seu comprimento dividida pela medida de seu diâmetro é aproximadamente é 3,14 e convencionou-se uma letra grega correspondente a esta medida. (D)

Nenhum dos professores atentou para a contradição de se falar de um número irracional, que são números não representáveis na forma fracionária, recorrendo-se a uma razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência. Só faz sentido falar dessa experiência lembrando-se de que, quando se faz, se está, sempre, encontrando-se um valor que não é π, pois, ao fazê-la, tomam-se para as medidas dois números racionais.

Embora as considerações da maioria dos professores tenham contemplado experiências relevantes sobre aproximações de π, para dar maior significação ao conceito, as reflexões em sala podem contemplar as lacunas conceituais deixadas pelos livros didáticos e os estudos recentes sobre o número π, como, por exemplo, situações diversas onde esse número aparece no estudo da Matemática, na convergência de sequências ou até mesmo explorando curiosidades sobre ele.

> A constante matemática [π] está na rota de todos os rios curvos que deságuam no mar. A sinuosidade de um rio é descrita pelo comprimento de sua curva dividido pela distância deste ponto até o oceano em linha reta. O resultado é que, em média, os rios têm uma sinuosidade de aproximadamente 3,14 – o número pi. (CURIOSIDADES..., 2010).

É necessário se entender que o estudo do número π é importante no ensino de Matemática da educação básica, não apenas pelos aspectos históricos da construção desse número mas principalmente por estar presente em diversas fórmulas de corpos redondos e em aplicações de outras áreas, como a Estatística, a Eletricidade, a Mecânica, a Música, a Topografia, a Engenharia, entre outras.

Na educação básica, podem-se planejar atividades com o estudo de π a partir de aproximações sucessivas, conforme mostra Garbi (2008), refletindo-se sobre as aproximações desse número nas aplicações matemáticas que dele dependem.

Análise da questão 3:

- Por que a área do losango é dada pela metade do produto de suas diagonais?

O objetivo dessa questão foi levantar indícios sobre o conhecimento do professor para este justificar, de modo relevante e didático, a expressão utilizada para o cálculo da área de um losango. Indiretamente, ao justificar esse fato, demonstram-se conhecimentos sobre o cálculo de áreas de outras figuras planas (retângulo e triângulo). Na entrega do questionário, foi dito que considerassem ser uma pergunta de um aluno durante uma aula.

Quatro professores não se acharam com condições de responder ao questionamento.

> Em outra aula, responderia. (B)
>
> Eu posso mostrar em outro momento, por enquanto vamos aceitar, tudo bem? Próxima aula trago a resposta. (C)
>
> Por que existe (sic) nesta figura dois lados, cada lado com medidas iguais, assim multiplica-se a soma dos lados. (F)
>
> No momento não saberei responder corretamente e diria que responderei na próxima aula. (G)

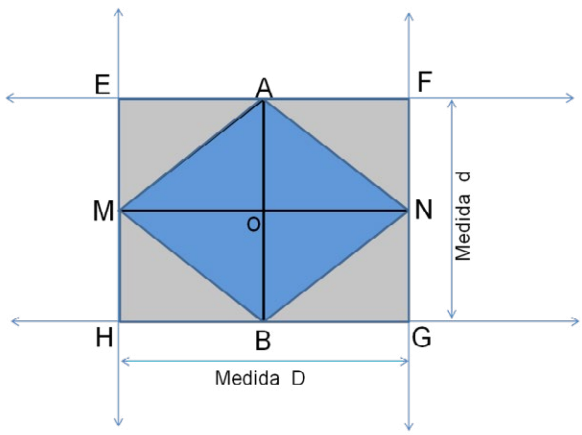
O fato de, num grupo de oito professores de Matemática, a metade deles não saber justificar uma expressão simples como esta é uma realidade preocupante de sua formação. Há que se discutir como está se dando o processo de formação em termos de preparação para a atuação na educação básica.

As ideias dos outros quatro professores à questão proposta foram significativas. Mesmo com a necessidade de ajustes, entende-se que eles reuniriam condições de explorar essas situações em sala de aula. O fragmento da resposta do professor E contempla indiretamente as ideias dos quatro (A, D, E, H).

> Podemos dividir o losango em 4 triângulos retângulos, depois desta divisão tiramos uma cópia de cada triângulo, de tal forma, que podemos mostrar um retângulo onde o comprimento será D e a largura d. Sabemos que a área de um retângulo será a multiplicação entre D . d, mas neste caso tiramos a área de dois losangos, e como os dois são idênticos pelo fato de termos copiado os 4 retângulos, então para achar a área de apenas um, basta dividir por 2. (E) (sic)

As considerações de A, D, E e H estão alinhadas com o que se defende de exploração dessa situação em sala de aula. Esse por quê pode contemplar outros elementos importantes para os estudantes, a exemplo de paralelismo e perpendicularismo de retas, congruência de figuras e área de retângulo.

Figura 2 – Sugestão de exploração para a compreensão da área do losango



Fonte: Autoria própria

Numa atividade exploratória, o professor deve construir cada etapa enfatizando os conceitos matemáticos envolvidos. A partir do losango ANBM, constrói-se: uma reta passando no vértice A, paralela à diagonal MN; uma reta passando no vértice B, paralela à diagonal MN; uma reta passando no vértice N, paralela à diagonal AB; uma reta passando no vértice M, paralela à diagonal AB; denotam-se as intersecções dessas retas (pontos E, F, G, H); enfatiza-se o fato da congruência entre os triângulos AOM e AEM, AON e AFN, BOM e BGN, BOM e BHM.

A figura EFGH é um retângulo de área (D.d).

$$\acute{A}rea\ (ANBM) = \frac{\acute{A}rea(EFGH)}{2} = \frac{D.d}{2} \qquad (3)$$

Análise da questão 4:

- Por que o ciclo trigonométrico tem raio igual a 1?

Esse questionamento foi motivado pelo fato de o ciclo trigonométrico ser estudado na educação básica, uma vez que é a base para todo o estudo das funções trigonométricas. É fundamental que o professor tenha segurança ao tratar desse tema, inclusive para propor investigações correlatas a essa, como, por exemplo: qual a diferença entre $\boldsymbol{sen}(1°)$ e $\boldsymbol{sen}((1)$? Como analisar os valores das expressões $\frac{\boldsymbol{sen}(x)}{x}$ e $\frac{\cos(x)}{x}$ para valores próximos de *zero?*

As respostas a esse por quê justificaram as conclusões de Lorenzatto (1993) a respeito do índice de acerto dos professores aos por quês propostos. Segundo ele, apenas 5% dos docentes que pesquisou responderam corretamente aos questionamentos.

Os docentes A, B e F fugiram da pergunta e o professor H sequer respondeu alguma coisa.

> Como nos últimos anos lecionei até o 9° ano *(sic)* último do fundamental II em escola pública, no qual dificilmente chegaria a este conteúdo, não me sinto segura para explicar no momento. Mas prometeria mostrar em uma outra oportunidade. (aula) (A).
>
> Nesta situação no momento diria aos alunos que daria a resposta na próxima aula. (B).
>
> Uma distancia (sic) padrão adotada do centro do círculo a sua borda. (F)

O professor C afirmou ser uma convenção dada pelos matemáticos, fato que não deixa de ser de todo verdade, mas difere um pouco de uma convenção qualquer. As justificativas dadas por ele não são satisfatórias, trazendo uma analogia com sistema de numeração que não faz sentido.

> Foi convencionado pelos matemáticos, da mesma forma que os povos antigos criaram um sistema de numerações com diferentes bases. Acredito que trabalhar com raio 1 facilita os cálculos da mesma forma que trabalhar com sistema de numeração decimal, facilita em relação ao sistema de base sexagemal. (C)

Os docentes D, E e G mostraram um argumento que faz algum sentido, mesmo carecendo de alguns cuidados conceituais.

> Acho que por pura lógica por simplificar nossas contas. Como porcentagem é uma razão de denominador 100, o ciclo de raio 1 ajuda o entendimento de todas as funções trigonométricas. (D)

> Porque as relações trigonométricas independem do raio, sendo assim, usando o raio 1, estamos simplificando várias contas que aparecem. (E)

> Para facilitar os cálculos das relações trigonométricas. (G)

As justificativas desses professores estão relacionadas ao que explica Lima (2010), ao ser perguntado por um professor de Matemática sobre essa mesma questão.

> Normalmente as pessoas respondem a esta pergunta dizendo o seguinte: nas definições dadas para tangente e secante (bem como nas definições de seno e cosseno), figura sempre o raio r do círculo no denominador. Se supusermos $r = 1$, as fórmulas se simplificarão bastante. Tal explicação deve ser complementada com a observação de que tomar $r = 1$ corresponde a escolher o (comprimento do) raio como unidade de medida. Como todas as linhas trigonométricas são quocientes entre duas medidas, o valor de cada uma delas se mantém inalterado quando se passa de uma unidade para outra. Por isso não faz mal convencionar $r = 1$. No fundo, o que ocorre é que na Geometria Euclidiana, embora haja uma unidade natural para medir ângulo (o radiano), não há uma unidade de comprimento que possa ser escolhida de modo canônico, isto é, independentemente de escolhas arbitrárias. Isto contrasta com a Geometria Hiperbólica (de Lobatchevski e Bolyai), na qual existe uma medida natural para os comprimentos, e (sic) portanto (sic) para áreas e volumes. (LIMA, 2010, p. 2).

As considerações de Lima (2010) indicam que o professor não pode dar respostas triviais a uma pergunta como essa. Responder apenas que é uma convenção matemática, não se configura como uma resposta relevante. É interessante que o professor investigue com os alunos situações nas quais o raio não seja igual a 1 (um), ou seja, o que ocorreria com o estudo trigonométrico numa circunferência de raio diferente de 1 (um)?

Essas questões levam a explorações significativas no estudo do ciclo trigonométrico e possibilitam maior entendimento sobre a medida do raio utilizada.

5 Considerações finais

Nessa investigação, constatou-se a ausência de por quês significativos nas aulas de Matemática. Pelos relatos dos docentes e pelas observações das aulas, identificou-se que elas se dão sem questionamentos, aceitando-se as considerações do professor, sobre conceitos e propriedades entre conceitos, de modo passivo.

Conclui-se que essa falta de questionamentos sobre os conteúdos matemáticos é um indicador direto das deficiências de aprendizagem dos alunos, atestada em diversas pesquisas nacionais sobre rendimento escolar.

Verificou-se que os professores consideram os por quês matemáticos muito significativos para o processo de ensino, mas, como esses por quês raramente ocorrem no cotidiano das aulas de Matemática, entende-se que o processo de ensino-aprendizagem fica comprometido. Não há diálogo nas aulas, o que se contrapõe ao que defendem Freire e Faundez (1985) sobre a importância das perguntas no processo educativo.

As respostas dos docentes aos por quês matemáticos deixaram indícios de fragilidade no domínio dos conceitos, fato que pode comprometer quaisquer iniciativas didáticas para exploração desses por quês em sala de aula.

As limitações dos profissionais também indicam equívocos no processo de formação que, conforme mostra Cury (2001), é majoritariamente centrado num modelo tradicional de ensino, não favorecendo práticas pedagógicas problematizadoras.

Dessa investigação emergiram questões que poderão servir de base para outras pesquisas correlatas: Como os cursos de Licenciatura em Matemática consideram os por quês matemáticos dos estudantes no processo de formação? Como inserir os por quês matemáticos nas metodologias de ensino na educação básica?

REFERÊNCIAS

ALVES, R. **O Desejo de Ensinar e a Arte de Aprender**. Campinas, SP: Educar DPaschoal, 2004.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Tradução de Eva Nick. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. 1. ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BARBOSA, E. P. Os Por Quês Matemáticos dos Alunos na Formação dos Professores. *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Anais...** Recife: UFPE, 2011. p. 1-12.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016. 279 p.

BOGDAN, R. S.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. 12. ed. Porto: Porto Editora, 2003.

CURY, H. N. A formação dos formadores de professores de Matemática: quem somos, o que fazemos, o que podemos fazer. *In*: CURY, H. N. (org.). **Formação de professores de matemática**: uma visão multifacetada. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

FELICETTI, V. L. **Um estudo sobre o problema da matofobia como agente influenciador nos altos índices de reprovação na primeira série do ensino médio**. 2007. 208 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

FREIRE, P.; FAUNDEZ, A. **Por uma Pedagogia da Pergunta**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.

GARBI, G. Calculando π em sala de aula. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 66, p. 1-3, 2. quadrim. 2008.

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISA ANÍSIO TEIXEIRA. **Sistema de Avaliação da Educação Básica**: Edição 2015 – Resultados. Brasília, DF: INEP, 2016. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/aneb_anresc/resultados/resumo_dos_resultados_saeb_2015.pdf. Acesso em: 11 dez. 2018.

LIMA, E. L. Conceitos e Controvérsias: De onde vêm os nomes das funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente, etc)? E por que o círculo trigonométrico tem raio igual a 1? **Revista do Professor de Matemática**, n. 8, p. 1-9, 2010.

LORENZATO, S. Os "por quês" matemáticos dos alunos e as respostas dos professores. **Proposições**, v. 4, n. 1, p. 73-77, mar. 1993.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MORETTI, M. T. A Regra dos sinais para a multiplicação: ponto de encontro com a noção de congruência semântica e o princípio de extensão em matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro-SP, v. 26, n. 42b, p. 691-714, abr. 2012.

MORIEL JUNIOR, J. G.; WIELEWSKI, G. D. Por quês matemáticos na Revista do Professor de Matemática. **Revista de Educação Pública**, Cuiabá, v. 22, n. 51, p. 975-998, set./dez. 2013.

PAPERT, S. **Logo**: computadores e educação. Tradução de José Armando Valente. São Paulo: Brasiliense, 1988.

CURIOSIDADES sobre o número Pi. **Revista Galileu**, 14 mar. 2010. Disponível em: http://revistagalileu.globo.com/Revista/Common/0,,EMI126810-17777,00-CURIOSIDADES+SOBRE+O+NUMERO+PI.html. Acesso em: 20 set. 2017.

RICHARDSON, R. J. (org). **Pesquisa-ação**: princípios e métodos. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2003.

SOARES, L. H. **A dialética entre o concreto e o abstrato na construção do conhecimento matemático**. 2015. 210 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.

VIEIRA, V. L. **Um curso básico em Teoria dos números**. Campina Grande: EDUEPB; São Paulo: Livraria da Física, 2015.