

Simulações de sistemas de controle de pêndulo simples e invertido em malhas aberta e fechada

André Pereira da Costa ^[1], Samuel Alves da Silva ^[2], Valnyr Vasconcelos Lira ^[3]

[1] andre.pcosta@yahoo.com.br; [2] samuel@ifpb.edu.br; [3] valnyr@ifpb.edu.br. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – IFPB. Rua José Antônio da Silva, 300 – Jardim Oásis – Cajazeiras (PB) – (83) 3531-4560.

RESUMO

Este trabalho objetivou realizar simulações de sistemas de controle de pêndulo simples e invertido em malha aberta e em malha fechada. Dessa forma, durante nosso caminho metodológico, tais simulações foram desenvolvidas no software Matlab, considerando sua grande utilização na área de Automação Industrial. Entre os resultados encontrados, notamos que na simulação em malha aberta o pêndulo simples é um sistema estável e que, em alguns minutos, o sistema entra em regime permanente, ou seja, a haste do pêndulo tende a posição de 0° , o que corresponde a uma oscilação amortecida. Com relação às simulações das representações do pêndulo invertido, o sistema é instável, já que o valor do ângulo da haste tende ao infinito. E, no caso da simulação em malha fechada, verificamos que os dois controladores são capazes de levar os dois sistemas mecânicos para a região de estabilidade.

Palavras-chave: Matlab. Controladores. Simulação. Estabilidade.

ABSTRACT

This study aimed to perform simulations of control systems simple and inverted pendulum in open loop and in closed loop. Thus, during our methodological approach, such simulations were developed in Matlab software, considering its widespread use in the field of Industrial Automation. Among the results, we note that the simulation in open loop the simple pendulum is a stable system, and that in a few minutes the system is in steady state, in other words, the rod of the pendulum tends to position 0° , which corresponds to a damped oscillation. With respect to simulations of the representations of the inverted pendulum, the system is unstable, since the value of the angle of the rod tends to infinity. And in the case of closed loop simulation, we found the two controllers are able to take both mechanical systems for the region of stability.

Keywords: Matlab. Controllers. Simulation. Stability.

1 Introdução

Hoje, com o avanço tecnológico vivenciado por inúmeros países, podemos notar que a utilização de técnicas de controle em sistemas automáticos é bastante ampla em diversas pesquisas. Dessa forma, os sistemas de controle tornam-se um dos principais fatores responsáveis pelo progresso alcançado por múltiplas nações, em especial, no setor industrial (robótica, transportes, produção de equipamentos, controle de qualidade, inovação bélica e espacial, etc.). Assim, como profissionais da área de tecnologia, temos a necessidade de observar parte desse desenvolvimento gerado pela área de controle de processos.

Todavia, para a sobrevivência em uma sociedade cada vez mais tecnológica, a utilização de sistemas de controle torna-se imprescindível para a promoção do desenvolvimento do país, de modo amplo, contínuo e diferencial. Nesse viés, o emprego de sistemas de controle automático tem conquistado um espaço considerável, sendo, inclusive, analisados como sustentação ao crescimento técnico e científico. Como exemplo de sistemas automáticos de controle, podemos mencionar os pêndulos simples e invertidos, que são amplamente aplicados em vários estudos da área de Automação Industrial (RIBEIRO, 2007).

O pêndulo simples é um sistema mecânico que realiza movimentos em períodos de tempo aceitáveis (regulares), sendo que esta movimentação do pêndulo é denominada de movimento harmônico ou periódico (LOURENÇO; BACKES, 2009). Já o pêndulo invertido é definido como um sistema dinâmico, que é instável e não linear em malha aberta. O pêndulo invertido, quando em equilíbrio não linear, movimenta-se de maneira estrita para cima e, dessa forma, necessita de uma força de controle, isto é, de um controlador para permanecer nessa posição (LAM, 2000).

Diante desse contexto, nesta pesquisa, realizamos simulações em malha aberta e em malha fechada dos sistemas de controle de pêndulo simples e invertido no *software* Matlab (MATHWORKS, 2002a), que contribui com solução de complexos problemas que surgem na prática, além de incentivar outros estudos na área.

2 Materiais e métodos

Nesta pesquisa, que consiste em implementar um sistema de controle de pêndulo simples e invertido por meio de simulações desenvolvidas no

software Matlab (MATHWORKS, 2002b), realizamos o estudo do modelo matemático dos sistemas mecânicos analisados (COSTA; SILVA; LIRA, 2011) bem como as simulações dos modelos em malha aberta (COSTA; SILVA; LIRA, 2012) e em malha fechada (COSTA, 2013).

Todavia, aqui apresentamos os resultados obtidos por meio de uma nova leitura das simulações em malha aberta e em malha fechada. Os valores dos parâmetros dos sistemas utilizados, neste estudo, são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros dos sistemas utilizados nas simulações.

Símbolo	Descrição	Valores	Unidades
M	Massa do carro	1,0	kg
m	Massa do pêndulo	0,6	Kg
l	Comprimento do pêndulo	0,5	m
F	Força aplicada no carro	-	N
I	Inércia aplicada no pêndulo	0,010	Kg.m ²
b	Coefficiente de atrito do carro	0,25	Nm/s
x	Posição da coordenada do carro	-	m
θ	Ângulo do pêndulo	-	grau
g	Aceleração da gravidade	9,81	m/s ²

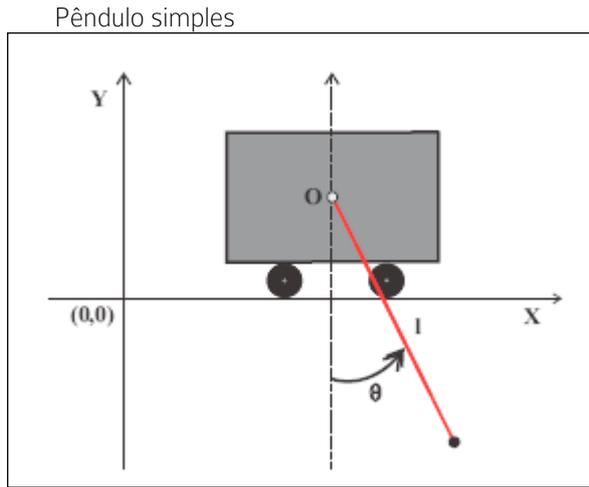
Fonte: Dados da pesquisa.

3 Resultados e discussão

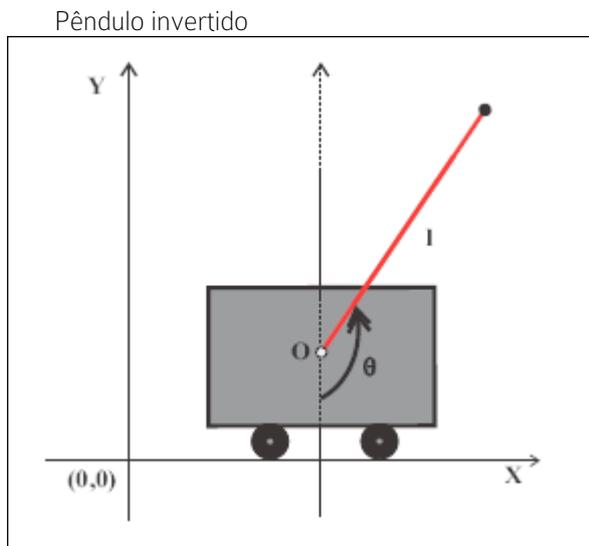
3.1 Simulações em malha aberta e em malha fechada

O sistema de pêndulo (carro + pêndulo) sofre a ação de uma força de impulso F . Para determinarmos a dinâmica das equações de movimento do sistema e linearizar sobre o ângulo do pêndulo, é necessário que o pêndulo não se mova mais do que alguns graus de distância da vertical. Nas Figuras 1(a) e 1(b) são apresentados os pêndulos simples e invertido.

Figura 1 – Sistemas mecânicos analisados na pesquisa.



Fonte: Elaborada pelos autores.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Para os casos em que se utiliza o controle PID (Proporcional-Integral-Derivativo), o lugar de raízes, ou resposta em frequência, nos interessará apenas o controle da posição do pêndulo, desconsiderando a posição do carrinho. Isso se justifica, pois esses métodos só podem ser aplicados em sistemas com uma única entrada e com uma única saída (*Single Input Single Output* – SISO). Para a obtenção de um resultado mais consistente, recomendamos o uso do método de espaço de estados para controlar um sistema multi-saída, ou seja, com várias saídas.

Portanto, neste trabalho, não pretendemos analisar a posição do carrinho, apenas a posição do pêndulo. Assim, iremos considerar inicialmente que

o sistema está em equilíbrio, e que recebe uma força de impulso.

3.1.1 Simulações em malha aberta

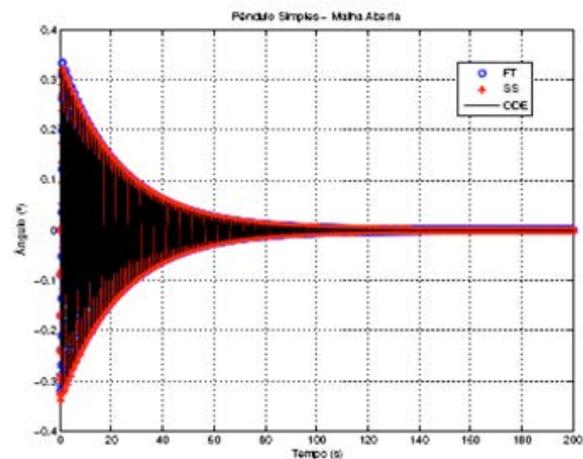
As representações do sistema do pêndulo simples (espaço de estados, função de transferência e EDO) foram simuladas no Matlab (MATHWORKS, 2002b), para uma resposta ao impulso. Como sabemos, os valores dos parâmetros do sistema estão exibidos na Tabela 1. Os resultados das simulações são apresentados na Figura 2(a).

Como esperado, independente da representação escolhida, o resultado deve ser o mesmo. Então, notamos que para o pêndulo simples, o sistema é estável e que em cerca de 120s, entra em regime permanente, ou seja, a haste do pêndulo tende a posição de 0°, o que corresponde a uma oscilação amortecida.

Com relação às simulações das representações do pêndulo invertido, apresentadas na Figura 2(b), notamos, como esperado, que o sistema é instável, já que o valor do ângulo da haste tende ao infinito. Nesse caso, é imprescindível o uso de uma técnica de controle para estabilizar o sistema.

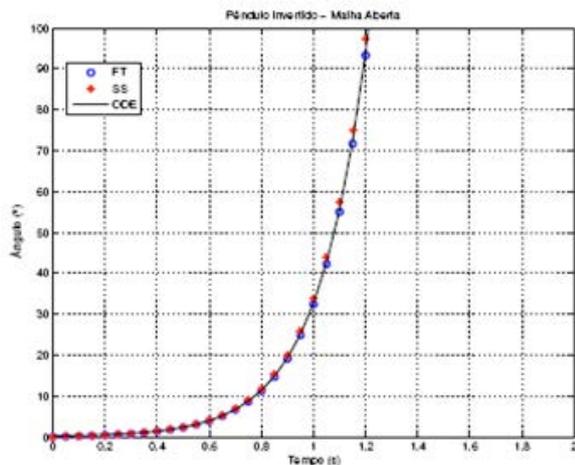
Figura 2 – Comparação dos modelos dos pêndulos simples e invertido em malha aberta.

Pêndulo Simples



Fonte: Dados da pesquisa.

Pêndulo Invertido



Fonte: Dados da pesquisa.

3. 1. 2 Simulações em malha fechada

Analisando-se as Figuras 3(a) e 3(b), nas quais são apresentados os resultados de simulação em malha aberta dos pêndulos simples e invertido, respectivamente, observamos que o sistema, no primeiro caso, apesar de ser estável, leva um tempo muito longo para chegar ao regime permanente (cerca de 120s), enquanto no segundo caso, é instável. Em algumas situações práticas, além da necessidade do sistema ser estável, existem restrições que devem ser observadas para que ele opere em segurança. No caso dos sistemas de pêndulo simples e invertido, consideraremos as seguintes restrições:

- Tempo de acomodação (t_s) menor que 5s;
- Tempo de subida (t_r) menor que 0.5s;
- Overshoot (M_o) menor que 0,05;
- Erro de regime permanente menor que 2%.

Como independente da representação utilizada o resultado encontrado é o mesmo, por motivo de simplicidade, iremos simular a malha fechada dos sistemas de pêndulo simples e invertido na forma de função de transferência. Para tanto, consideraremos o controle PID como sendo o controlador do sistema.

3. 1. 2. 1 Pêndulo simples

Para o pêndulo simples, temos a seguinte função de transferência em malha aberta (Equação 1):

$$G_M(s) = \frac{4,545s}{s^3 + 0,1818s^2 + 3,8s + 4,455} \quad (1)$$

Após várias simulações em malha fechada, foram escolhidos dois casos como exemplos. As configurações dos parâmetros do controlador PID para esses casos são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros dos controladores PID para o pêndulo simples.

Caso	K_p	K_i	K_d
a	-100	-1	-1
b	-550	-1	-10

Fonte: Dados da pesquisa.

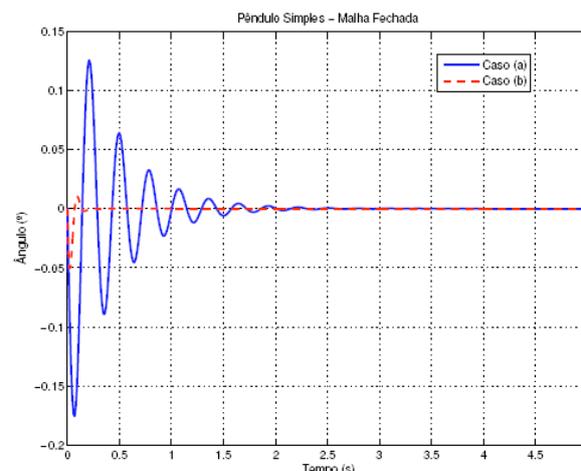
As funções de transferência em malha fechada (Equações 2 e 3) do pêndulo simples com as configurações dos controladores apresentados na Tabela 2 são, respectivamente:

$$G_{MFA}(s) = \frac{4,545s^2}{s^4 + 4,727s^3 + 485,7s^2 + 9s} \quad (2)$$

$$G_{MFB}(s) = \frac{4,545s^2}{s^4 + 4,4s^3 + 2531s^2 + 9s} \quad (3)$$

Na Figura 3 são apresentados os resultados de simulação para os dois controladores PID considerados na Tabela 2. Para o controlador do Caso (a), verificamos que as restrições dos sistemas são quebradas ($M_o > 0,16$). Já para o Caso (b), todas as restrições são obtidas.

Figura 3 – Comparação de controladores PID para o pêndulo simples.



Fonte: Dados da pesquisa.

3.1.2.2 Pêndulo invertido

Para o pêndulo invertido, temos a seguinte função de transferência de malha aberta (Equação 4):

$$G_{MA}(s) = \frac{1,807s}{s^3 + 0,241s^2 + 28,37s + 4,432} \quad (4)$$

Após várias simulações em malha fechada, também foram escolhidos dois casos como exemplos. As configurações dos parâmetros do controlador PID para esses casos são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetros dos controladores PID para o pêndulo invertido.

Caso	K_p	K_i	K_d
a	100	1	1
b	100	3	20

Fonte: Dados da pesquisa.

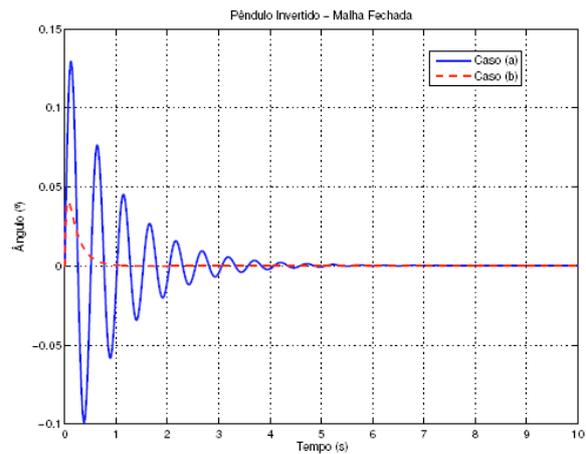
As funções de transferência em malha fechada (Equações 5 e 6) do pêndulo invertido, com as configurações dos controladores apresentados na Tabela 3, são respectivamente:

$$G_{MFa}(s) = \frac{1,807s^2}{s^4 + 2048s^3 + 152,4s^2 + 2,625s} \quad (5)$$

$$G_{MFb}(s) = \frac{1,807s^2}{s^4 + 36,39s^3 + 152,4s^2 + 0,9885s} \quad (6)$$

Na Figura 4 são apresentados os resultados de simulação para os dois controladores PID considerados na Tabela 3. Antes de qualquer coisa, verificamos que os dois controladores são capazes de levar o sistema para a região de estabilidade. Para o controlador do Caso (a), observamos que as restrições dos sistemas são quebradas ($M_o > 0,12$). Já para o Caso (b), todas as restrições são obtidas.

Figura 4 – Comparação dos controladores PID para o pêndulo invertido.



Fonte: Dados da pesquisa.

4 Considerações finais

Neste estudo, pudemos observar que as simulações contribuem significativamente na solução de vários problemas que surgem na realidade prática. Além disso, é notória a relevância de sistemas automáticos mecânicos, sobretudo, dos pêndulos simples e invertidos para o desenvolvimento tecnológico.

Em trabalhos futuros, iremos desenvolver o estudo para implementação da interface gráfica (em malha aberta e em malha fechada) para os sistemas ora estudados.

REFERÊNCIAS

COSTA, A. P. **Desenvolvimento de um Simulador para um Sistema de Controle de Pêndulo Simples e Invertido como Ferramenta Didática no Processo de Ensino e Aprendizagem**. 2013. 53 f. Monografia (Curso Superior de Tecnologia em Automação Industrial) – Instituto Federal da Paraíba, Cajazeiras, 2013.

COSTA, A. P.; SILVA, S. A.; LIRA, V. V. **Desenvolvimento de um Simulador para um Sistema de Pêndulo Invertido**. In: CONGRESSO DE PESQUISA E INOVAÇÃO DA REDE NORTE NORDESTE DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA, 6., 2011, Natal – RN. **Anais...** Natal: IFRN, 2011. p. 1-10.

_____. **Simulações de Pêndulo Simples e Invertido**. In: CONGRESSO NORTE NORDESTE DE PESQUISA E INOVAÇÃO, 7., 2012, Palmas – TO. **Anais...** Palmas: IFTO, 2012. p. 1-08.

LAM, J. **Control of an Inverted Pendulum**. Disponível em: <<https://collab.cc.gatech.edu/humanoids/sites/edu.humanoids/files/Control%20of%20inverted%20pendulum.pdf>>. Acesso em: 14 fev. 2012.

LOURENÇO, M.; BACKES, W. **Sistema de Controle de Equilíbrio de um Pêndulo Invertido utilizando Controle PID através do PIC**. 2009. 81 f. Monografia (Curso de Bacharelado em Engenharia Elétrica) – Universidade Positivo, Curitiba, 2009.

MATHWORKS. **Getting Started With Matlab**. Version 6.5. MathWorks, 2002a.

_____. **Matlab - Using GUI**. Version 6.5. MathWorks, 2002b.

RIBEIRO, R. **Implementação de um Sistema de Controle de um Pêndulo Invertido**. 2007. 86 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa em Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2007.

AGRADECIMENTOS

Ao IFPB, em especial, ao PIBICT e ao Grupo de Pesquisa em Automação pelo apoio na pesquisa.

À Coordenação de Pesquisa e Extensão do IFPB Campus Cajazeiras, em especial à Professora Mestra Wilza Carla Moreira Silva pelo profissionalismo e humanização em suas atividades desenvolvidas frente à supracitada coordenação.