

# Otimização do método dos molinetes com ajuste do perfil hidrodinâmico para a estimação da descarga líquida em corpos hídricos usando recursos de interpolação e integração numérica

John Williams F. de Souza <sup>[1]</sup>. Monaliza Araújo Parnaíba <sup>[2]</sup>. Patrício Luiz de Andrade <sup>[3]</sup>. Bruno de Medeiros Souza <sup>[4]</sup>.

[1] john.williams@academico.ifpb.edu.br. [2] monaliza.araujo@academico.ifpb.edu.br. [3] patricio.andrade@ifpb.edu.br.  
[4] bruno.medeiros@ifpb.edu.br. IFPB

## RESUMO

Nos últimos anos, houve um aumento das análises computacionais no estudo dos perfis hidrodinâmicos para a determinação das vazões em cursos d'água na tentativa de reduzir imprecisões nos cálculos tradicionais. Este trabalho tem por objetivo desenvolver um algoritmo para determinação das vazões em canais abertos, utilizando processos numéricos para otimização do método dos molinetes hidrométricos, com o intuito de diminuir o tempo nas análises dos dados e possibilitar um tratamento pormenorizado das velocidades em função da profundidade. Neste artigo, os dados de entrada utilizados no projeto computacional são resultados da campanha de medição presente na literatura que foi realizada no Rio Braço do Norte, Bacia Hidrográfica do Rio Tubarão, no ponto onde se localiza a Estação Hidrometeorológica São Ludgero, da Agência Nacional de Águas (ANA), em SC. O modelo apresentado neste trabalho apresenta pequenas diferenças percentuais de estimativas quanto ao método dos molinetes em sua forma tradicional. Isso permite a validação do modelo proposto, indicando que o emprego das integrações e interpolações numéricas, em especial as splines cúbicas, para a modelagem da medição da vazão em cursos d'água é satisfatório, passível de utilização na prática de instrumentação e medição.

**Palavras-chave:** Vazão. Molinetes. Interpolação numérica. Integração numérica.

## ABSTRACT

*In the last years, there has been an increase in computational analyses in the study of hydrodynamic profiles for the determination of flows in watercourses as an attempt to reduce inaccuracies in traditional calculations. This article aims to develop an algorithm for the determination of flow rates in open channels using numerical procedures to optimize the hydrometric windlasses method in order to reduce the time in data analyzes and to provide a detailed treatment of velocities as a function of depth. In this article, the input data used in the computational project result from the measuring campaign present in Literature, which was carried out in the Braço do Norte river, in the Tubarão river basin, at the point where the São Ludgero Hydrometeorological Station, of National Waters Agency (ANA), is located, in SC. Regarding the method of the windlasses in their traditional form, the model presented in this work presents small percentage differences of estimates. This allows the validation of the proposed model and means that the use of numerical integrations and interpolations, especially the cubic splines, for the modeling of the flow measurement in watercourses is satisfactory and it can be used in the practice of instrumentation and measurement.*

**Keywords:** Flow rate. Windlasses. Numerical interpolation. Numerical integration

## 1 Introdução

O conhecimento da vazão de um rio ou de um corpo hídrico é extremamente relevante para criar planos de manejo sustentáveis, controle de cheias, dimensionamento de barragens, liberação de outorgas, além de solução de conflitos hídricos entre os diversos usuários da água (agricultura, consumo humano, dessedentação de animais etc). (ANA, 2013).

Fan, Collischon e Rigo (2013) enfatizam que as vazões de referência são utilizadas como o início de processos de gestão ambiental, com a aplicação de diversos modelos hidrológicos para previsão e simulação de possíveis lançamentos de poluentes. Atualmente, existem inúmeros equipamentos para a medição de vazão em cursos d'água, tais como molinetes hidrométricos, sensores eletromagnéticos, Velocímetros Acústicos de efeito Doppler (ADV), perfiladores acústicos com efeito doppler, flutuadores, entre outros. Alguns equipamentos como Acoustic Doppler Current Profiler (ADCP), Acoustic Doppler Velocimeter (ADV) e Surface Radar Velocimeter (SRV) são de alto custo e ainda apresentam problemas, principalmente em situações com rápida alteração do nível d'água, altas velocidades e acesso difícil (OLIVEIRA et al., 2016).

A escolha do tipo de método a ser utilizado em cada situação depende das condições locais, da precisão requerida e dos recursos disponíveis. Diante das dificuldades encontradas em campo e do nível de precisão desejado, na grande maioria das vezes, opta-se pelo método dos molinetes, por sua melhor adequação em relação a outros métodos.

O método dos molinetes, também chamado de método área-velocidade, é tradicionalmente utilizado e representa o procedimento padrão para medição da descarga dos rios. Este procedimento é padronizado em nível internacional pela norma ISO EN 748:2007 da International Standards Organization.

Tucci (2001) acredita que alguns procedimentos, para a aquisição de dados fluviométricos, dependem de campanhas de campo, em geral custosas, cujos resultados não apresentam a precisão adequada.

Na tentativa de reduzir tais imprecisões, o método dos molinetes, como é na prática utilizado, pode ser otimizado com base em cálculos numéricos, fazendo uso das técnicas de interpolação para um melhor ajuste do perfil hidrodinâmico e da integração numérica para um cálculo mais preciso da vazão, utilizando-se dos softwares apropriados, como, por

exemplo, o software *Freemat* que é um ambiente livre e de código aberto.

Vale ressaltar que a construção de uma base de dados hidrológicos consistente, necessária para um adequado gerenciamento dos recursos hídricos, se faz a partir de técnicas de medição de vazão *in situ*. Assim, diferentes formas de se estimarem vazões em campo podem ser comparadas, a fim de se avaliarem suas vantagens e desvantagens, no auxílio à aquisição de informações em campo (PINTO; MORAES; RIBEIRO, 2013).

Neste sentido, este trabalho tem como objetivo desenvolver um algoritmo para determinação das vazões em canais abertos, utilizando processos numéricos de otimização do método dos molinetes, com o intuito de diminuir o tempo nas análises dos dados bem como delinear um estudo pormenorizado das velocidades em função da profundidade nas verticais.

## 2 Referencial bibliográfico

### 2.1 Método dos molinetes

O método dos molinetes ou método da área-velocidade correlaciona a velocidade de um fluido e o número de rotações de uma hélice que está atrelada em um aparelho denominado molinete hidrométrico. (NBR 13403, 1995 apud ALVES; REIS; SOUZA; JORGE FILHO, 2010).

O procedimento inicial a ser feito no método dos molinetes consiste em dividir o rio ou corpo hídrico em seções ou verticais. A quantidade de verticais depende das características topográficas do rio bem como das condições de escoamento. Geralmente, adotam-se entre 15 e 20 verticais, e a distância entre elas pode ser estimada dividindo-se a largura do rio pelo número de verticais. (BACK, 2006 apud COELHO, 2011).

Segundo Porto (et al., 2003, p.23), "as seções não devem ser muito próximas, como também não devem ser muito distantes, causando perda da representatividade do modelo".

O molinete, ao ser adquirido, deve vir acompanhado de um certificado de calibragem contendo a equação a ser utilizada no cálculo das velocidades a partir do número de rotações por segundo. A relação básica para o cálculo da velocidade a partir da contagem do número de rotações da hélice é descrita a seguir:

$$c = a + b \times \left(\frac{N}{t}\right) \quad (1)$$

Em que  $r$  é a velocidade;  $N$ , o número de rotações;  $t$ , o tempo medido para análise e contagem das rotações; as constantes  $a$  e  $b$  são determinadas durante a calibragem do molinete.

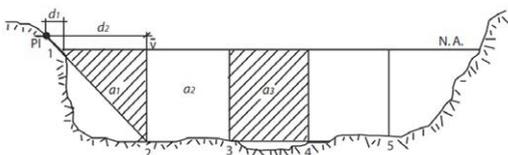
A vazão total é calculada como sendo a soma de parcelas das vazões das faixas verticais. Para se calcular a vazão de tais parcelas, utiliza-se, geralmente, a velocidade média no perfil.

### 2.2 Cálculo da vazão

Back (2006) afirma que a vazão pode ser calculada por métodos aritméticos, entre eles, os métodos da Meia Seção e da Seção Média.

No método da Seção Média, Coelho (2011) afirma que as vazões parciais são calculadas para cada subseção entre verticais, a partir da largura, da média das profundidades e da média das velocidades entre as verticais envolvidas, conforme equação (2) e ilustração na figura 1.

**Figura 1** – Cálculo da seção média: verificação das verticais e áreas



Fonte: ANA (2014).

$$q_i = \left(\frac{v_i + v_{i+1}}{2}\right) \cdot (d_{i+1} - d_{i-1}) \cdot \left(\frac{p_i + p_{i+1}}{2}\right) \quad (2)$$

em que:

$q_i$  = vazão na seção  $i$  ( $m^3/s$ );

$v_i$  = velocidade média na vertical  $i$  ( $m/s$ );

$d_{i+1}$  = distância a partir do ponto PI até a vertical  $i + 1$  ( $m$ );

$d_{i-1}$  = distância a partir do ponto PI até a vertical  $i - 1$  ( $m$ );

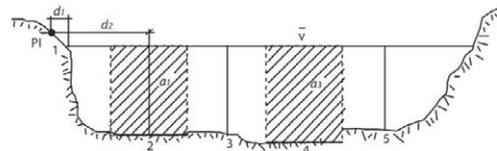
$p_i$  = profundidade na vertical  $i$  ( $m$ );

E a vazão total  $Q$ , é dada pela equação (3):

$$Q = \sum_i^n q_i \quad (3)$$

Já o método da Meia Seção, que é o mais utilizado pelos técnicos das entidades operadas pela rede hidrometeorológica, é definido como o cálculo das vazões parciais das seções compreendidas entre as semidistâncias das verticais adjacentes, conforme a figura 2.

**Figura 2** – Cálculo da meia seção: verificação das verticais e áreas



Fonte: ANA (2014).

A vazão parcial é calculada multiplicando-se a velocidade média na vertical pelo produto da profundidade da vertical pela soma das semidistâncias das verticais adjacentes, conforme apresentado na equação (4):

$$q_i = v_i h_i \left(\frac{d_{i+1} - d_{i-1}}{2}\right) \quad (4)$$

$q_i$  = vazão na seção  $i$  ( $m^3/s$ );

$v_i$  = velocidade média na vertical  $i$  ( $m/s$ );

$h_i$  = profundidade da vertical  $i$  ( $m$ );

$d_{i+1}$  = distância a partir do ponto PI até a vertical  $i + 1$  ( $m$ );

$d_{i-1}$  = distância a partir do ponto PI até a vertical  $i - 1$  ( $m$ );

E a vazão total é novamente obtida por meio da equação (3).

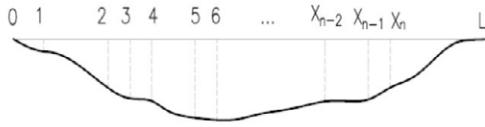
Neste método, parte da área junto de cada margem é desprezada; assim, deve-se diminuir ao máximo a distância entre a primeira e última vertical em relação às margens do rio.

### 3 Materiais e métodos

Conforme preconizado anteriormente, pelo método dos molinetes é possível obter as velocidades em cada vertical, a distância em relação à margem de referência e a altura de cada seção. No nosso simulador, essas informações foram denominadas "dados de entrada". Assim, podemos traçar a seção transversal de um rio qualquer que depende de suas condições topográficas e hidrodinâmicas. A figura 3

representa a seção transversal de um corpo hídrico em sua forma geral.

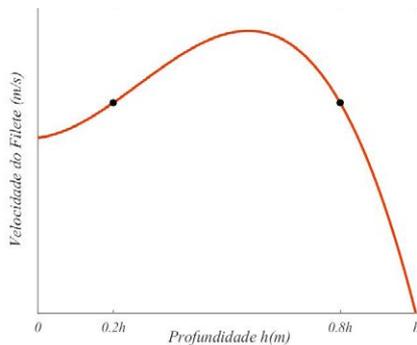
**Figura 3** – Seção transversal de um corpo hídrico



Fonte: Autoria própria.

Para o desenvolvimento do programa computacional com o intuito de determinar a vazão, primeiramente utilizamos, como dados de entrada, as distâncias, a margem de referência (DMR), as profundidades das verticais e as rotações da hélice do molinete, obtidas a 20% e 80% da profundidade de cada vertical. A partir das rotações da hélice, obtêm-se as velocidades por meio da equação característica do molinete. Back (2006) afirma que, geralmente, para as condições normais de escoamento, a velocidade média corresponde à média das velocidades medidas a 20% e 80% da profundidade. No segundo momento, encontramos os perfis hidrodinâmicos por meio do método de interpolação de Lagrange. A figura 4 apresenta um gráfico da velocidade versus profundidade em uma vertical, obtida a partir da interpolação dos pontos  $(0.2h, v(0.2h))$ ,  $(0.8h, v(0.8h))$ ,  $(h, 0)$  e  $(-0.2h, v(-0.2h))$ .

**Figura 4** – Perfil de velocidade de uma vertical



Fonte: Autoria própria.

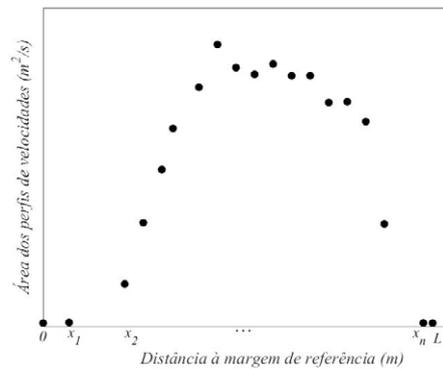
Vale salientar que, para a obtenção da velocidade na lâmina d'água, utilizamos um artifício numérico de rebatimento de 20% da profundidade em cada vertical. Sacramento (2010) afirma que o comportamento do fluido na parte inferior não se altera, tendo em

vista que a velocidade é uma função simétrica em relação à linha da profundidade zero (superfície).

A função que representa o perfil de velocidade obtido é uma função polinomial de 3º grau, visto que foram utilizados quatro pontos para sua obtenção. A área sob a curva de cada perfil de velocidade pode ser obtida pelo cálculo da integral  $\int_0^h v dx$ . Para o cálculo dessas integrais, foi utilizada a Regra 3/8 de Simpson, que fornece o valor exato da integral de uma função polinomial cúbica.

Pode-se, então, obter um novo gráfico, relacionando-se os pares ordenados das áreas dos perfis de velocidade obtidos pela integração numérica em função das distâncias em relação à margem de referência, como mostra a figura 5.

**Figura 5** – Áreas dos perfis de velocidade versus Distância à margem de referência



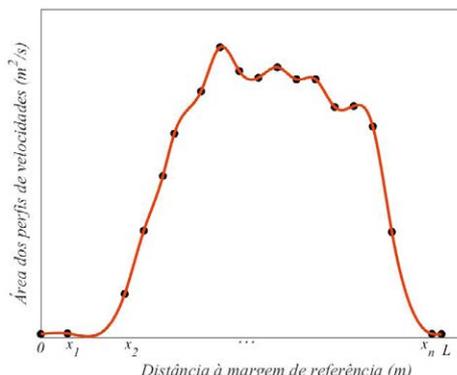
Fonte: Autoria própria.

Usando interpolações por meio de splines cúbicas, obtemos a curva que passa pelos pontos do gráfico da figura 5, conforme mostra a figura 6. Para obtenção dos coeficientes das splines cúbicas, foi utilizado o algoritmo de Thomas, que é eficiente por armazenar apenas os elementos não nulos da matriz, na resolução de sistemas de equações tridiagonais.

A área sob a curva da figura 6 representa a vazão total. Para determinar-se o valor numérico dessa área, foi utilizada novamente a Regra 3/8 de Simpson para a determinação do seu valor numérico.

Dessa maneira, dirigimos o escopo do trabalho no desenvolvimento do simulador numérico, focalizando na ferramenta computacional gratuita *FreeMat*, por ser um ambiente de programação interativo voltado para o cálculo numérico, cujas entradas de dados são feitas na forma matricial.

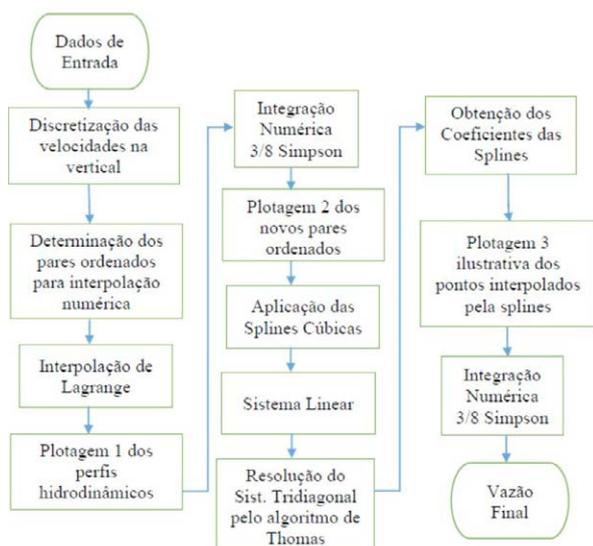
**Figura 6** – Gráfico das Splines Cúbicas



Fonte: Autoria própria.

A linguagem empregada na programação *Free-Mat* é relativamente simples, facilmente compreendida por alunos de graduação e bastante semelhante ao *MatLab*. Assim, segue abaixo o fluxograma do algoritmo:

**Figura 7** – Fluxograma do algoritmo



Fonte: Autoria própria.

## 4 Resultados e discussão

### 4.1 Estudo de caso

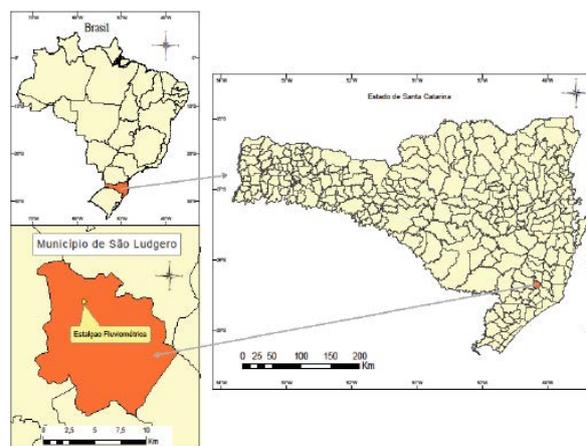
A metodologia proposta no nosso trabalho será aplicada ao cálculo de vazão em um rio, usando-se a pesquisa que foi realizada na EPAGRI – Estação Experimental de Urussanga-SC, como base para os dados de entrada do algoritmo desenvolvido em questão.

A equipe que obteve os dados de medição que serviram de suporte para a validação do nosso algoritmo contou com equipamentos convencionais de última geração para a obtenção de dados hidrológicos, os quais foram utilizados nas atividades de medição. Tais equipamentos foram: Molinete fluviométrico do fabricante HIDROMEC, modelo 1014; Guincho fluviométrico manual, com acessório de fixação; Barco com motor de popa e remo; Lastro fluviométrico, de acordo com a velocidade de escoamento; Contador de pulso; Corda graduada a cada 1 metro, para contagem das verticais na seção de medição.

### 4.2 Área de Estudo

A campanha de medição de campo foi realizada no Rio Braço do Norte, Bacia Hidrográfica do Rio Tubarão, no ponto onde se localiza a Estação Hidrometeorológica São Ludgero da ANA, no município de São Ludgero, em Santa Catarina (Figuras 8 e 9).

**Figura 8** – Localização da Estação Hidrometeorológica São Ludgero, SC



Fonte: Coelho (2011).

**Figura 9** – Vista superior do corpo hídrico em estudo



Fonte: Coelho (2011).

### 4.3 Coleta de dados

No dia 28 de abril de 2011, foi iniciada/realizada a campanha de medição de vazão; a coleta de dados foi executada com dois pesquisadores e dois hidrotécnicos da equipe de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da EPAGRI/Estação Experimental de Urussanga.

Com esses dados obtidos em campo, o nosso trabalho foi estruturado de modo a buscar identificar as diferenças entre o cálculo da vazão de modo simplificado e aquele com uso de recursos computacionais aliados a métodos numéricos mais precisos.

De uma maneira geral, os dados medidos em ensaios devem ser introduzidos via dados de entrada no algoritmo desenvolvido e, em seguida, parte-se para a opção de desenhos dos gráficos e cálculo da vazão, em um curto intervalo de tempo, devido à utilização dos métodos numéricos para tal finalidade.

### 4.4 Apresentação e análise dos dados

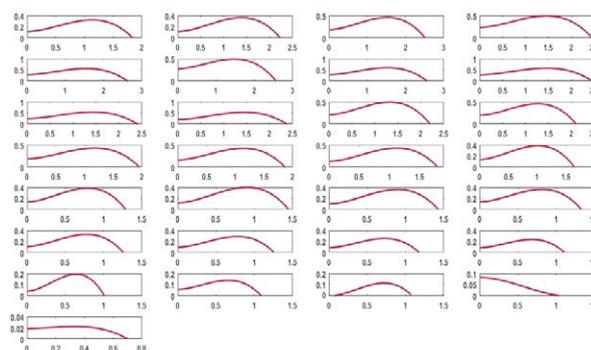
Nesta seção, serão apresentados as análises e os resultados referentes à pesquisa realizada, buscando relacionar o algoritmo desenvolvido em destaque com a entrada dos dados da medição de campo provenientes da campanha de medição de vazão supracitada.

**Quadro 1** – Medição de campo das rotações com o molinete hidrométrico

Vertical	Dist (m)	Prof (m)	R (20%)	R (80%)
1	3	0	-	-
2	5	1,84	31	49
3	7	2,23	33	56
4	9	2,51	49	70
5	11	2,45	59	74
6	13	2,62	69	84
7	15	2,57	65	72
8	17	2,56	71	90
9	19	2,45	69	87
10	21	2,4	63	82
11	23	2,37	56	82
12	25	2,2	55	75
13	27	2,1	51	69
14	29	1,96	48	65
15	31	1,87	44	65
16	33	1,8	39	67
17	35	1,65	38	59
18	37	1,29	38	59
19	39	1,45	36	62
20	41	1,43	31	56
21	43	1,33	37	55
22	45	1,26	31	50
23	47	1,26	27	44
24	49	1,18	24	38
25	51	1,11	23	35
26	53	1,01	13	29
27	55	1,09	13	19
28	57	1,07	0	16
29	59	1,04	12	0
30	61	0,7	1	0

Fonte: Adaptada de Coelho (2011).

**Figura 10** – Gráficos dos perfis de velocidade ajustados para as 29 verticais

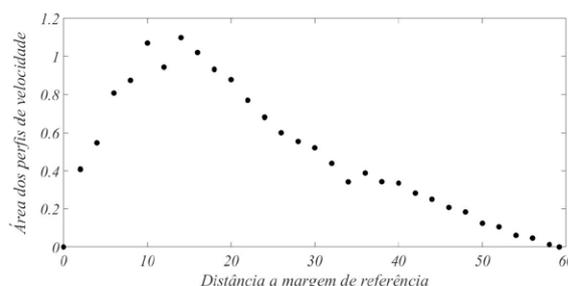


Fonte: Autoria própria.

Observa-se que, na figura 10, os perfis hidrodinâmicos apresentam um bom comportamento, isto é, não há variações muito bruscas ao longo das curvas. Pode-se, então, obter

um novo gráfico relacionando-se as áreas dos perfis de velocidade, obtidos pela integração numérica, com as distâncias em relação à margem de referência, como mostra a figura 11.

**Figura 11** – Áreas dos perfis de velocidade versus Distância à margem de referência



Fonte: Autoria própria.

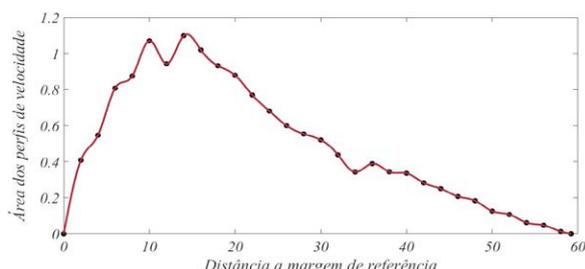
A curva que representa a spline determinada pode ser visualizada na figura 12, juntamente com os pontos que foram utilizados para a sua determinação, sendo o domínio considerado como os valores percententes ao intervalo [0, 59.2].

Cabe ressaltar que, para a determinação da vazão do rio em questão, aplicamos uma discretização por intervalos, conforme se verifica na figura 12, com o intuito de facilitar os cálculos ao dividirmos e ou particionarmos um todo em partes com menor complexidade.

Assim, para cada intervalo [a,b], determinamos 4 novos pares ordenados e, ao aplicarmos o método resolutivo da integral, obtivemos como resultado a

aproximação da integral numérica de uma cúbica em cada intervalo discretizado.

**Figura 12** – Gráfico das Splines Cúbicas



Fonte: Autoria própria.

Na Tabela 1, constam os valores da vazão calculada pelo Método da Seção Média e Meia Seção bem como os valores quando foram usados apenas 60% da profundidade em cada vertical provenientes do estudo de caso mencionado. Consta também o resultado obtido pela compilação do algoritmo desenvolvido, ao serem aplicados os procedimentos numéricos, usando-se os dados de velocidade a 20% e 80% da profundidade de cada vertical.

**Tabela 1** – Resultados Comparativos entre os Valores de Vazão

Cálculo da Vazão ou Descarga Líquida (m³/s)			
Cálculos Tradicionais	Seção Média	Meia Seção	Algoritmo Computacional
Método Detalhado	29,70	29,94	29,73
Método Simplificado	28,89	29,13	
60%	29,08	29,32	

Fonte: Autoria própria.

**Tabela 2** – Diferenças Percentuais (Algoritmo x Cálculos Tradicionais)

Cálculos Tradicionais	Seção Média	Meia Seção
Método Detalhado	0,10 %	0,70 %
Método Simplificado	2,91 %	2,06 %
60%	2,23 %	1,40 %

Fonte: Autoria própria.

Na Tabela 2, constam os valores das diferenças percentuais entre as vazões obtidas pelos cálculos tradicionais e a vazão obtida computacionalmente. Neste sentido, observa-se que as diferenças percentuais pelo processo detalhado ou simplificado, e até mesmo fazendo unicamente uma medição a 60% da profundidade, podem ser representadas por valores inferiores a 3%.

As diferenças percentuais do método detalhado apresentaram uma maior aproximação em termos percentuais, ao compararmos com o resultado de vazão obtida com o algoritmo.

## 5 Conclusão

Diante da importância de se obterem medições mais precisas das vazões para determinadas finalidades, tais como a vazão mínima necessária em um curso d'água para garantir a preservação do equilíbrio natural, sustentabilidade dos ecossistemas aquáticos – denominada vazão ecológica –, viabilização de sistemas de abastecimentos de água etc, é necessária a implementação de um método otimizado que forneça resultados mais precisos como instrumento de gestão de recursos hídricos.

O ajuste dos perfis hidrodinâmicos por interpolação demonstra ser, portanto, uma boa alternativa, reduzindo substancialmente o tempo gasto nas análises dos dados obtidos com o molinete. Assim, a principal vantagem da técnica proposta é a economia de tempo e trabalho. Além disso, tendo em vista a redução do erro que ocorre durante a avaliação da área de cada perfil e da área final do diagrama, torna o uso de métodos de integração numérica a metodologia apresentada mais utilizável pela sua abordagem matemática computacional desenvolvida com o controle das variáveis, sendo possível, a partir disso, a fundamentação na tomada de decisões na gestão dos recursos hídricos.

## REFERÊNCIAS

ANA. AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Manual de procedimentos técnicos e administrativos de outorga de direito de uso de recursos hídricos da agência nacional de águas.** Brasília, DF. 2013. Disponível em: <<http://bit.ly/2fVcsBo>>. Acesso em: 30 jan. 2017.

ANA. AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Medição de descargas líquida em grandes rios: manual técnico.** Brasília: ANA; SGH, 2ª edição, 2014. 94 p.

ALVES, G. M. et al. **Medição da vazão da Usina Hidrelétrica De Roncador**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2010. Disponível em: <[http://nupet.daelt.ct.utfpr.edu.br/tcc/engenharia/doc-equipe/2010\\_2\\_24/2010\\_2\\_24\\_artigo.pdf](http://nupet.daelt.ct.utfpr.edu.br/tcc/engenharia/doc-equipe/2010_2_24/2010_2_24_artigo.pdf)>. Acesso em: 01 fev. 2017.

BACK, Á. J. **Medidas de vazão com molinete hidrométrico e coleta de sedimentos em suspensão**. Florianópolis: EPAGRI, 2006. 299 p.

COELHO, B. Z. **Avaliação de técnicas e métodos de hidrometria na estação fluviométrica São Ludgero, SC. 2011**. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Engenharia Ambiental)– Universidade do Extremo Sul Catarinense, UNESC, Criciúma, 2011. 85 p. Disponível em: <<http://repositorio.unesc.net/bitstream/1/1348/1/Bruno%20Zanoni%20Coelho.pdf>>. Acesso em: 31 jan. 2017.

FAN, F. M.; COLLISCHON, W.; RIGO, D. Modelo analítico de qualidade de água acoplado com Sistema de Informação Geográfica para simulação de lançamentos com duração variada. **Engenharia Sanitária e Ambiental**, v. 18, n. 4, 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S1413-41522013000400008>>. Acesso em: 20 dez. 2016.

OLIVEIRA, F. A. et al. Uso de modelo hidrodinâmico para determinação da vazão a partir de medições de nível. **RBRH: Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 21, n. 4, p. 707-718, out./dez. 2016. Disponível em: <[http://www.abrh.org.br/SGCv3/UserFiles/Sumarios/24128035bd115996da6b927c3c4a6bca\\_f33d73a77740091ce0f1d5330008aa97.pdf](http://www.abrh.org.br/SGCv3/UserFiles/Sumarios/24128035bd115996da6b927c3c4a6bca_f33d73a77740091ce0f1d5330008aa97.pdf)>. Acesso em: 31 jan. 2017.

PINTO, V. G.; MORAES, M. F.; RIBEIRO, C. B. M. **Análise comparativa entre velocímetro acústico de efeito doppler e molinete hidrométrico: estudo de caso no Ribeirão Espírito Santo – Juiz de Fora (MG)**. In: XX SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, Bento Gonçalves – RS, 2013.

PORTO, R. L.; FILHO, K. Z.; SILVA, R. M. **Medição de Vazão e Curva-Chave**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Hidráulica de São Paulo. São Paulo, 2001.

SACRAMENTO, P. V. do. **Otimização do método área-velocidade para estimação de vazão fluvial**. Universidade Federal Rural De Pernambuco. Desenvolvimento de Métodos Estatísticos e Computacionais. Recife, 2010.

TUCCI, C. E. M. **Hidrologia: Ciência e Aplicação**. UFRGS. 2ª ed. Porto Alegre. 2001.